

Chen 氏混沌电路实现与同步控制实验研究

李世华[†] 蔡海兴

(东南大学自动控制系统, 南京 210096)

(2003 年 7 月 16 日收到, 2003 年 9 月 17 日收到修改稿)

对 Chen 氏混沌系统的电路实现作了进一步的研究, 推导出切实可行的电路参数. 在此基础上利用 Electronic Workbench 电路仿真软件进行了仿真实验, 并搭建实现了实际的 Chen 氏电路, 在示波器上观察到了 Chen 氏混沌系统的混沌波形. 同时, 利用单变量耦合反馈控制方法对两个 Chen 氏系统的同步控制进行了实验研究, 给出了实现同步的电路参数调节范围.

关键词: 混沌系统, Chen 氏混沌, 同步控制, 电路实现

PACC: 0545

1. 引 言

混沌是非线性动力学系统所特有的一种运动形式, 是自然界普遍存在的复杂现象^[1, 2]. 混沌信号具有丰富的非线性动力学特性. 如何合理利用和控制混沌信号, 使之产生很好的应用价值, 是目前许多研究者正在努力研究的问题^[3-21]. 混沌同步控制是控制混沌的主要方法之一, 它的主要思想是利用一个混沌系统的混沌信号来驱动和控制另外一个混沌信号, 即使两个系统状态初始值相差很大, 但最终两个系统状态能够完全趋于一致, 即两个系统状态误差趋于零. 混沌同步的应用领域很多, 包括保密通信、扩频通信、信息压缩与存储^[3, 4]等等.

Chen 氏混沌系统是 Chen 等提出的一种新的吸引子^[22, 23]. 近年来, 关于 Chen 氏系统本身特性的研究以及控制与同步的研究越来越多. 目前, 关于该系统的电路实现和同步控制的电路实现的研究报道不多. 考虑到将 Chen 系统应用于实际应用的需要, 文献 [1] 给出了该系统的电路实现方案. 遗憾的是, 该文中给出的电路参数并不完全, 关键性的电路参数没有给出, 而且按照文献 [1] 所给的参数值难以搭建实现 Chen 氏混沌电路. 为此, 本文首先研究了 Chen 氏混沌系统的电路实现问题, 详细分析了电路方程, 给出了实现 Chen 氏混沌吸引子的完整电路图. 其

次, 进行了两个 Chen 氏系统的同步控制实验研究, 利用单变量耦合反馈控制方法实现了同步控制, 并给出了同步控制参数的取值范围.

2. Chen 氏系统的电路实现

Chen 氏混沌系统的数学模型如下^[22]:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= \alpha(y - x), \\ \dot{y} &= (c - a)x - xz + cy, \\ \dot{z} &= xy - bz, \end{aligned} \quad (1)$$

其中参数取值为 $a = 35$, $b = 3$, $c = 28$. 该系统的 Matlab 仿真图如图 1 所示.

文献 [1] 中给出了 Chen 氏系统的电路实现图, 如图 2 所示. 我们对该电路进行了详细地推导, 得到电路的数学模型如下:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= \frac{R_4}{R_1 R_5 C_1} y - \frac{R_3(R_1 + R_4)}{R_1 R_5 C_1 (R_2 + R_3)} x, \\ \dot{y} &= R_{11} R_{14} (R_9 + R_{12}) \\ &\quad \times \frac{R_6 R_{10} y - R_7 R_8 x}{(R_8 R_{10} + R_8 R_{11} + R_{10} R_{11}) R_6 R_9 R_{13} R_{15} C_2} \\ &\quad - \frac{R_{12} R_{14}}{R_9 R_{13} R_{15} C_2} xz, \\ \dot{z} &= -\frac{(R_{16} + R_{19}) R_{18}}{(R_{17} + R_{18}) R_6 R_{20} C_3} z + \frac{R_{19}}{R_{16} R_{20} C_3} xy. \end{aligned} \quad (2)$$

[†] E-mail: lsh@seu.edu.cn 电话: 025-3794168.

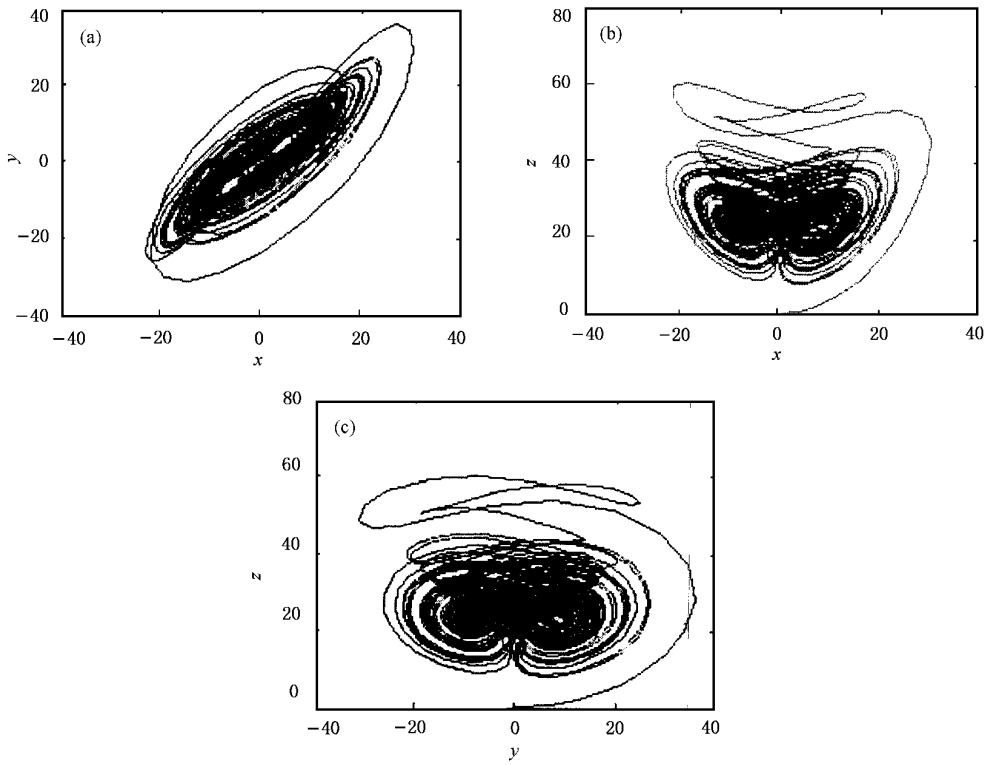


图 1 Chen 氏混沌系统的仿真图 (a) x - y 相平面图 (b) x - z 相平面图 (c) y - z 相平面图

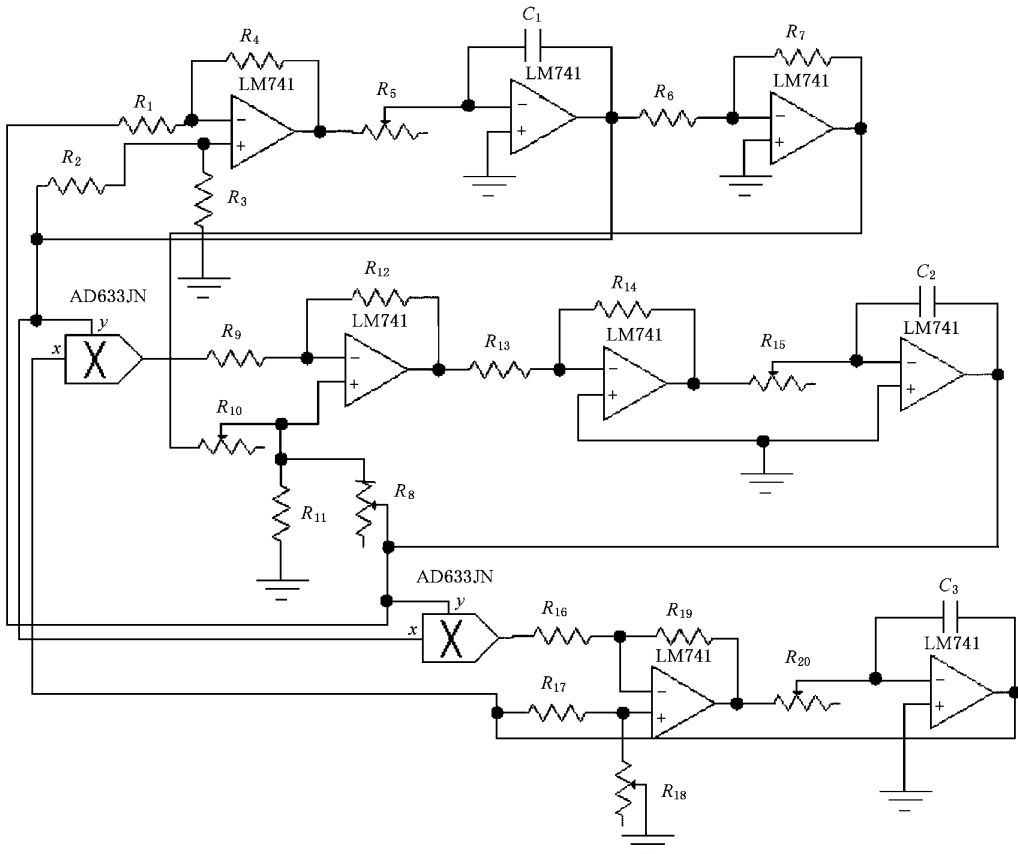


图 2 文献 1 给出的电路实现图

文献 [1] 中给出的电路参数如下:

$$\begin{aligned} R_1, R_2, R_3, R_4, R_6, R_7, R_{13}, R_{14}, \\ R_{16}, R_{17}, R_{19} = 10\text{k}\Omega, R_9, R_{12} = 1\text{k}\Omega, \\ R_5 = 831\Omega, R_8 = 1.033\text{k}\Omega, R_{10} = 2.11\text{k}\Omega, \\ R_{11} = 136\text{k}\Omega, R_{15} = 1.596\text{k}\Omega, \\ R_{18} = 1.467\text{k}\Omega, R_{20} = 1.461\text{k}\Omega. \end{aligned}$$

将上述参数代入 (2) 式得

$$\begin{aligned} \dot{x} &= \frac{1}{35R_5C_1} [35(y-x)], \\ \dot{y} &= \frac{0.1}{R_{15}C_2} (2.21y - 1.08x - xz), \\ \dot{z} &= \frac{0.1}{R_{20}C_3} (xy - 2.56z), \end{aligned} \quad (3)$$

其中已考虑到乘法器 AD633 的输出倍数为 0.1.

文献 [1] 存在下列问题. 不管文献 [1] 未给出取值的电容参数 C_1, C_2, C_3 取为何值 (3) 式中的第二个方程状态 y 与 x 系数之比值不变, 约为 2:1, 不满足 (1) 式中 $c:(a-c)=4:1$ 的条件. 即按照文献 [1] 给出的电路参数不能够实现如 (1) 式所示的典型 Chen 氏系统. 由此, 根据我们推导的电路方程, 我们重新设计了电路参数. 在不改变文献 [1] 原电路结构的情况下, 将其电路参数改为如下取值: $R_1, R_2, R_3, R_4, R_6, R_7, R_{13}, R_{14}, R_{16}, R_{17}, R_{19} = 10\text{k}\Omega, R_9 = 3\text{k}\Omega, R_5 = 2.86\text{k}\Omega, R_8, R_{12} = 1\text{k}\Omega, R_{10} = 4\text{k}\Omega, R_{11} = 5.6\text{k}\Omega, R_{15} = 3.33\text{k}\Omega, R_{18} = 1.765\text{k}\Omega, R_{20} = 10\text{k}\Omega, C_1 = C_2 = C_3 = 10\mu\text{F}$. 根据这组参数, 可以验证得到的电路其数学模型与 (1) 式完全一致. 我们利用电路仿真软件 Electronic Workbench (EWB) 对电路进行了仿真搭建, 其混沌状态仿真图与图 1 类似.

一个需要注意的问题是, 如果直接这样实现 Chen 氏系统, 则由混沌状态图图 1 可以看出在混沌状态下信号的一般输出电平达到将近 $\pm 40\text{V}$. 但乘法器 AD633 的最大工作电压只能允许 $\pm 10\text{V}$, 一般的运算放大器 LM741 工作电压最大也只能允许 ± 18 . 因此, 按照上面的方法, 不可能在实际电路上看到混沌波形.

考虑到电路实现时的上述电压限制, 我们进行坐标变换, 将电路信号缩小到 1/10, 令

$$x = 10u, y = 10v, z = 10w,$$

(1) 式化成

$$\begin{aligned} \dot{u} &= 35(v-u), \\ \dot{v} &= 28v - 7u - 10uw, \\ \dot{w} &= 10uw - 3w. \end{aligned} \quad (4)$$

相应的电路参数改为

$$\begin{aligned} R_5 = 28.6\text{k}\Omega, R_{11} = 77\Omega, R_{18} = 152\Omega, \\ C_1, C_2, C_3 = 1\mu\text{F}, \end{aligned}$$

其余参数不变. 如此得到的 EWB 仿真混沌波形与图 1 相比较, 信号波形不变, 但电压幅度缩小到原来的 1/10, 被限制在电子器件的正常工作电压范围之内.



图 3 Chen 氏电路混沌波形 (a) x - y 混沌 (b) x - z 混沌 (c) y - z 混沌

从有利于混沌波形观察角度讲, 以上设计还有一点问题. 到目前为止, 我们得到的混沌信号频率较低, 但这样的信号很难在一般的模拟示波器上清楚地显示, 在一般模拟示波器上看到的只是按照混沌轨迹运动的一个亮点, 不利于分析研究. 为了使上述图像能够在普通模拟示波器上清晰显示, 必须提高

其信号频率,而提高电路频率最简单的方法是调小电容值,所以我们将原来电容参数 C_1, C_2, C_3 取值从 $1\mu\text{F}$ 换成 1nF 后,电路产生的混沌信号频率大大提高,在普通模拟示波器上观察到连贯、清晰、完整而稳定的混沌波形,如图 3 所示。

需要说明的是,考虑到电子元器件的精度问题,实际电路系统中实现 Chen 氏混沌的电路参数调节范围与理论计算往往有较大差异。例如,固定参数 $a = 35, c = 28$, Matlab 仿真计算表明参数 b 满足 $0 < b < 3.8$ 时存在混沌现象。(4)式对应的电路系统中参数 R_{18} 的调节范围应该为 $0\Omega < R_{18} < 193.7\Omega$,利用 EWB 仿真表明参数 R_{18} 的调节范围约为 $12\Omega < R_{18} < 175\Omega$,而我们对自行搭建的电路测试表明:当电路参数 R_{18} 在取值范围 $38.7\Omega < R_{18} < 316.7\Omega$ 之内时,存在 Chen 氏混沌吸引子。

3. Chen 氏系统的同步控制实验研究

关于混沌同步控制的方法很多,例如驱动-响应法、线性或非线形反馈同步法、脉冲控制方法等^[3,4]。在此,我们采用较为简单的单变量耦合反馈方法^[3,4]实现两个 Chen 氏混沌系统的同步。所谓变量耦合反馈法就是对两个演化规律相同的自治混沌系统,把一个系统的某些变量用适当的方式反馈到另一个系统中去,从而控制被反馈的系统,最终达到两个系统的同步。以下简单介绍一下如何利用单变量耦合反馈法控制两个 Chen 氏系统的同步。

令驱动系统为

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= 35(x_2 - x_1), \\ \dot{x}_2 &= 28x_2 - 7x_1 - x_1x_3, \\ \dot{x}_3 &= x_1x_2 - 3x_3. \end{aligned} \quad (5)$$

响应(被控制)系统为

$$\begin{aligned} \dot{y}_1 &= 35(y_2 - y_1), \\ \dot{y}_2 &= 28y_2 - 7y_1 - y_1y_3 + k(x_2 - y_2), \\ \dot{y}_3 &= y_1y_2 - 3y_3. \end{aligned} \quad (6)$$

合适地选取控制增益 k ,可以保证系统(5)和(6)最终的状态完全趋于一致。

根据图 1 电路图,我们推导得到与 Chen 氏系统方程对应的电路方程。推导的依据是基尔霍夫电流定理 KCL。系统三个混沌状态对应的电路输出量是电压。所以在具体电路实现两个系统的同步时,必须将输出的电压量通过控制电路转换电流量,再用此

电流来控制同步。具体操作时,同步控制的两个输入量必须相对应,譬如,驱动电路选择 x_2 状态量,则被控制电路应该选择 y_2 量(本文中就以 x_2-y_2 一组耦合),否则不可能同步。

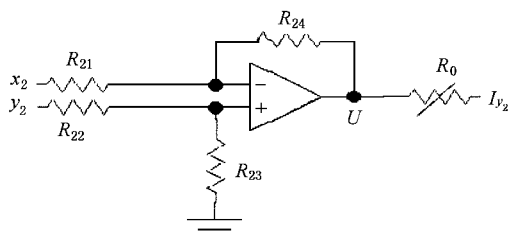


图 4 同步控制电路图

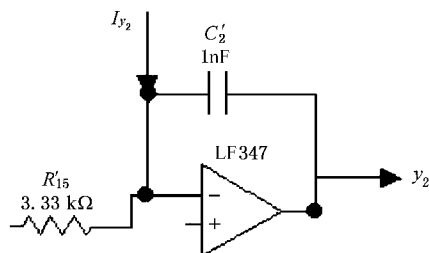


图 5 响应系统中接入控制电流图

图 4 给出了同步控制电路设计图,图 5 给出了在响应系统中接入控制电流的电路图。为了方便读者,我们在图 6 中给出了两个混沌同步的完整电路图。由图 4 输入与输出关系如下:

$$I_{y_2} = \frac{U}{R_0} = -\frac{x_2 - y_2}{R_0}$$

其中 $R_{21} = R_{22} = R_{23} = R_{24}$ 。

从实验中,我们首先根据 Chen 氏系统方程模型(1)利用 Matlab 仿真得到当控制增益 k 约大于 4.5 时,两个 Chen 氏混沌系统逐渐达到同步,并且随着增益 k 的增大,两个系统达到同步的时间越来越短,效果越来越好。而由于实际电路存在各种干扰信号以及电路元件的稳定性,因此在实际电路中的 k 值比理论值要大一些。我们在 EWB 上仿真得到临界值约为 5,对应调节电位器取值为 $R_0 = 200\text{k}\Omega$ 。为此,我们在 EWB 上分别取增益 $k = 2, 7, 100$,得到状态 x_2-y_2 同步图像和状态之间误差 $e_2(t) = x_2 - y_2$ 的变化曲线,分别如图 7(a)(b)(c)所示。

按照上述电路设计,我们搭建了同步控制电路。通过调试,在示波器上观察到状态的同步图如图 8 所示。

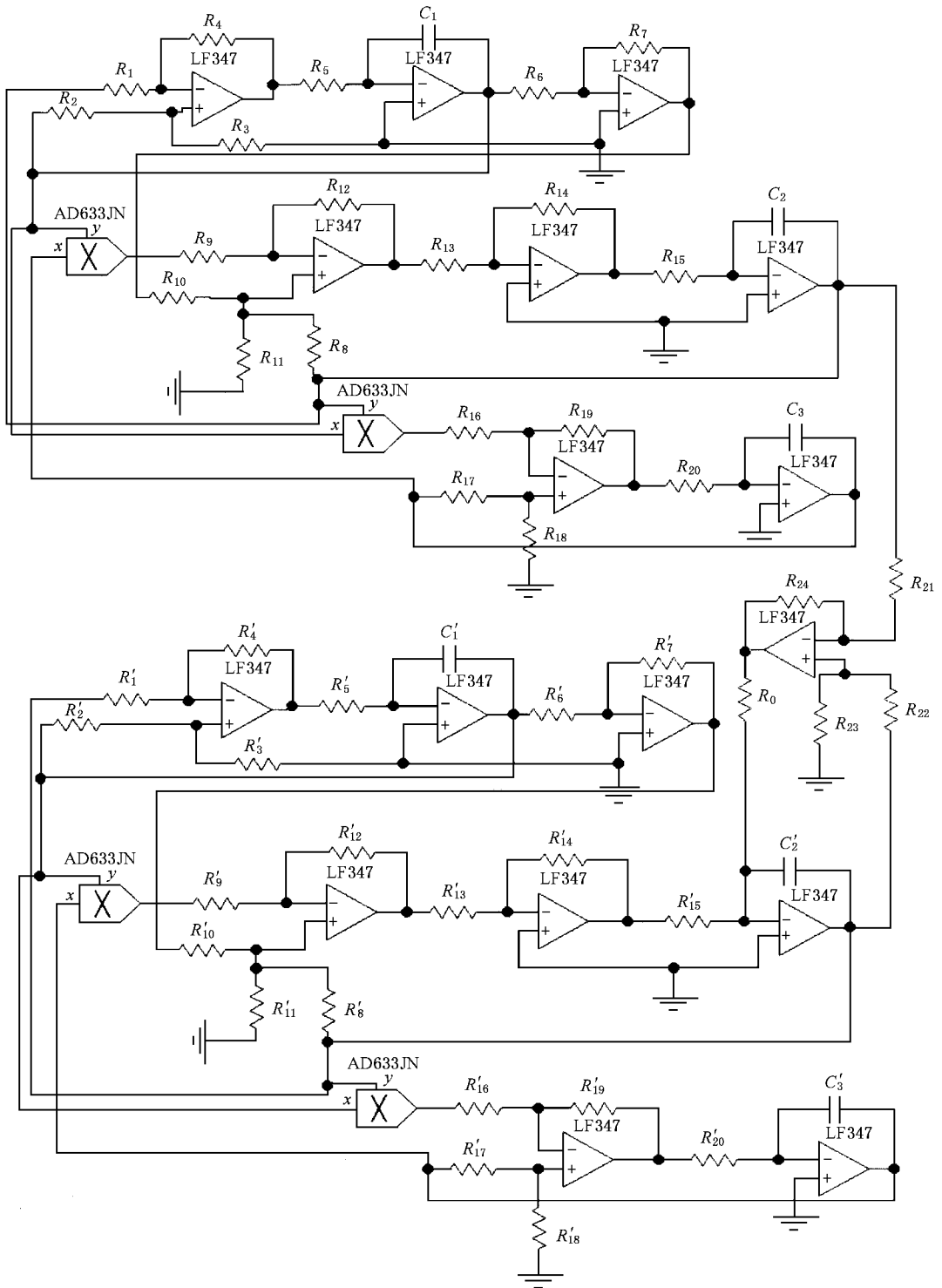


图 6 完整的 Chen 氏系统同步控制电路图

基于同样的同步控制原理,我们还分别针对 x_1-y_1 和 x_3-y_3 两组耦合状态进行了类似的同步控制研究.在采用单变量耦合反馈同步法的情况下,利用这两组耦合状态进行同步控制,控制效果明显较

差.通过 EMB 仿真表明,这两种情况下达到同步所需的控制增益 k 的临界值都在 10^4 数量级以上.可见,在采用单变量耦合反馈同步法情况下,用 x_2-y_2 作同步控制信号的输入信号效果最好,控制最容易.

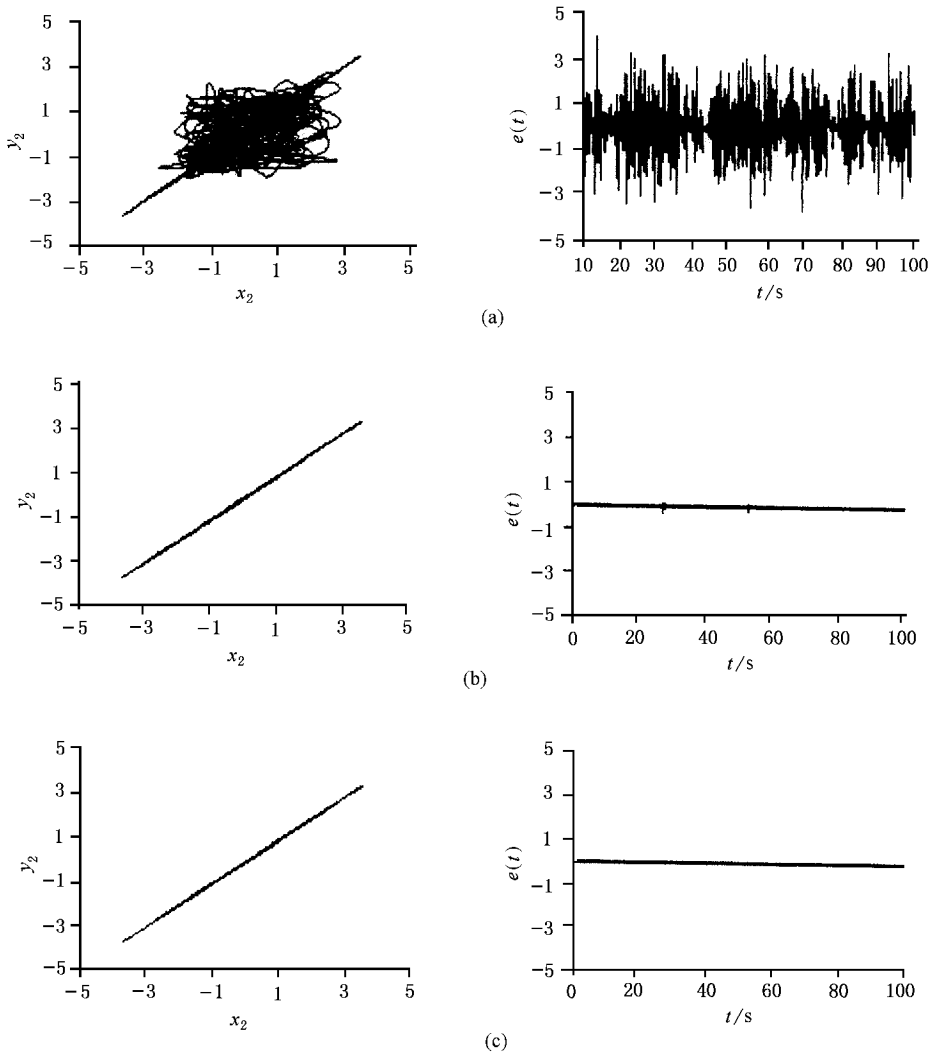


图 7 不同增益 $k = 2, 7, 100$ 下状态 $x_2 - y_2$ 同步情况和误差 $e_2(t) = x_2 - y_2$ 的变化曲线



图 8 状态的同步图 ($x_2 - y_2$ 同步)

4. 结 论

本文在文献 1 的基础上对 Chen 氏混沌系统的电路实现作了进一步的研究, 推导出切实可行的电路参数. 在此基础上利用 Electronic Workbench 电路仿真软件进行了仿真实验, 用搭建实现了实际的 Chen 氏电路. 在示波器上观察到了较为理想的 Chen 氏系统混沌波形. 同时, 利用单变量耦合反馈控制方法对两个 Chen 氏系统的同步控制进行了实验研究, 给出了实现同步的电路参数的调节范围. 这些工作为继续研究 Chen 氏混沌系统控制方法及其应用打下了很好的基础.

- [1] Zhong G Q and Tang W K S 2002 *Int. J. Bifurcation and Chaos* **12** 1423
- [2] Boccaletti S ,Grebogi C ,Lai Y C ,Mancini H and Maza D 2000 *Physics Reports* **329** 103
- [3] Wang G R , Yu X L and Chen S G 2001 *Chaos control , synchronization and its application* (Beijing : National Defense Industry Publishing House [in Chinese] 王光瑞、于熙龄、陈式刚 2001 混沌的控制、同步与利用(北京:国防工业出版社))
- [4] Hu G ,Xiao J H and Zheng Z G 2000 *Chaos Control*(Shanghai : Shanghai Scientific and Technological Education Publishing House) (in Chinese [胡 岗、萧井华、郑志刚 2000 混沌控制(上海:上海科技教育出版社))
- [5] Ott E ,Grebogi C and Yorke J A 1990 *Phys. Rev. Lett.* **64** 1196
- [6] Pecora L W and Carroll T L 1990 *Phys. Rev. Lett.* **64** 821
- [7] Dressler U and Nitsche G 1992 *Phys. Rev. Lett.* **68** 1
- [8] Chen G R 1993 *IEEE Trans. on Circ. Sys.* **39** 829
- [9] Matias M A and Guemez J 1994 *Phys. Rev. Lett.* **72** 1455
- [10] Liao T L 1998 *Phys. Rev. E* **57** 1604
- [11] Tian Y P and Yu X H 2000 *IEEE Trans. on Circ. Sys.* **47** 1537
- [12] Wu T and Chen M S 2002 *Physica D* **164** 53
- [13] Chen L Q 2002 *Chin. Phys.* **11** 900
- [14] Chen S H Xie J Lu J A and Liu J. 2002 *Acta Phys. Sin.* **51** 749(in Chinese [陈士华、谢 进、陆君安、刘 杰 2002 物理学报 **51** 749]
- [15] Yang T and Shao H H 2002 *Acta Phys. Sin.* **51** 742(in Chinese) [杨 涛、邵惠鹤 2002 物理学报 **51** 742]
- [16] Li Z and Han C Z 2001 *Acta Phys. Sin.* **50** 850(in Chinese [李 智、韩崇昭 2001 物理学报 **50** 850]
- [17] Li Z and Han C Z 2002 *Chin. Phys.* **11** 9
- [18] Guan X P ,Fan Z P ,Peng H P and Wang Y Q 2002 *Acta Phys. Sin.* **51** 2216(in Chinese [关新平、范正平、彭海朋、王益群 2002 物理学报 **51** 2216]
- [19] Liu F ,Ren Y ,Shan X M and Qiu Z L 2001 *Chin. Phys.* **10** 606
- [20] Luo X S ,Wang B H ,Jiang F and Gao Y 2001 *Chin. Phys.* **10** 17
- [21] Li S and Tian Y P 2003 *Chin. Phys.* **12** 590
- [22] Chen G and Ueta T 1999 *Int. J. Bifurcation and Chaos* **9** 1465
- [23] Ueta T and Chen G 2000 *Int. J. Bifurcation and Chaos* **10** 1917

Research on circuitry realization and synchronization of Chen chaotic systems

Li Shi-Hua Cai Hai-Xing

(Department of Automatic Control ,Southeast University ,Nanjing 210096 ,China)

(Received 16 July 2003 ; revised manuscript received 17 September 2003)

Abstract

Based on the work in *Int. J. of Bifurcation and Chaos* vol. 12(2002)1423 ,we address the circuitry realization problem of Chen chaotic system. We derive available circuit parameters with which we simulate the circuit on the simulation software-Electronic Workbench. After realizing the Chen system in the circuit ,we observe the chaotic figure on the oscillograph. Employing the synchroniation method using single variable coupling feedback ,we conduct the synchronization experiments and obtain the parameter range for controlling the synchronization between two Chen ' s systems.

Keywords : chaotic system , Chen chaotic system , synchronization , circuitry realization

PACC : 0545