# 一种新空心光束的理论及实验研究\*

### 张 蕾 蔡阳健 陆璇辉<sup>†</sup>

(浙江大学现代光学仪器国家重点实验室光学研究所,光及电磁波研究中心,杭州 310027) (2003年2月17日收到 2003年7月29日收到修改稿)

提出了一种用来描述空心光束的新理论模型——空心高斯光束模型,通过控制光束参数可以方便地调制空心 光束黑斑的大小.导出了空心高斯光束经傍轴光学系统的解析传输变换公式.利用导出的公式计算分析了空心高 斯光束在自由空间的传输特性.在实验上利用矩阵本征值方法设计了能输出空心高斯光束的光学谐振腔,对实验 上得到的空心高斯光束进行了传输特性的研究.结果表明,理论和实验相吻合.该空心高斯光束产生的光势阱为控 制冷原子提供了一条新途径.

关键词:空心高斯光束,光学谐振腔,传输特性 PACC:4225B,4260D,4260

## 1.引 言

近年来,有关空心光束产生和应用的研究已经 成为一个很重要的课题,在激光加工和原子冷却等 方面都有广泛应用,通过空心光束产生的偶极势已 经实现了对原子的引导[1-3] 国内外也做了不少用 空心光束引导俘获冷原子的理论计算4-61.其中, Yin 等人最近的研究表明可以通过蓝失谐的空心光 束来实现 BEC<sup>71</sup>.目前为止,实验上已获得多种产生 空心光束的方法,如横模选择法<sup>[8]</sup>;几何光学法<sup>9]</sup>; 光学全息法10];计算机全息法11];模式转换法12]和 旋转棱镜法<sup>3,13]</sup>等,上述方法都是通过腔外变换实 现的,空心光束的中心都不是完全黑的.理论上,人 们也提出了几种用来描述空心光束的方法,常用的 一种是 TEM<sup>\*</sup> ,同向传输的 TEM<sup>\*</sup> 光束首次实现了原 子的会聚透镜功能14],也可用来俘获原子11];另一 个用来描述空心光束的模型是高阶贝塞尔光束,该 光束可通过旋转棱镜法获得,本文提出了一种用来 描述空心光束的新模型——空心高斯光束模型。导 出了其经过傍轴光学系统传输的解析式;研究了它 在自由空间的传输特性 ;实验上设计了能产生空心 高斯光束的谐振腔并获得了空心光束.

## 2. 空心高斯光束的定义及其传输特性

我们把空心高斯光束在 *z* = 0 处的光场分布定 义成如下形式:

$$E_{n}(r \ D) = G_{0}\left(\frac{r^{2}}{\omega_{0}^{2}}\right)^{n} \exp\left(-\frac{r^{2}}{\omega_{0}^{2}}\right), \quad n = 0 \ 1 \ 2 \ \dots$$
(1)

其中 n 为空心高斯光束的阶数 , $G_0$  为一常数.当 n = 0 时 ,方程(1)就退化到一般光斑半径为  $\omega_0$  的高斯光束.图1给出了不同阶数的空心高斯光束的归一化二维光强分布图 ,计算中取  $\omega_0 = 1$ mm.从图中可以看出 ,当阶数 n 变大时 ,空心光束的亮环半径 增大 黑斑区域面积增大.

在傍轴近似下,任何光束通过傍轴光学系统传 输满足柯林斯公式,在柱坐标下,柯林斯公式可以表 述为

$$E(r,z) = \frac{i}{\lambda B} \exp(-ikz) \int_{0}^{2\pi\infty} E_0(r', 0)$$

$$\times \exp\left\{-\frac{ik}{2B} [Ar' - 2r'r\cos(\theta - \theta') + Dr^2]\right\} r' dr' d\theta', \qquad (2)$$

<sup>\*</sup>国家自然科学基金(批准号:10334650)资助的课题.

<sup>&</sup>lt;sup>†</sup>E-mail :xhlu@mail.hz.zj.cn



图 1 不同阶数的空心高斯光束的归一化二维光强分布图 (曲 线 *a*,*b*,*c*,*d*分别为 *n* = 3, *n* = 5, *n* = 8, *n* = 15)

其中  $k = 2\pi/\lambda$  为波数  $\lambda$  为光波长 A B C D 为傍 轴光学系统的变换矩阵元.

把(1) 武中的 *E<sub>n</sub>*(*r*,0)当作 *E*<sub>0</sub>(*r*',0)代入(2) 式,并运用积分公式

$$J_0(x) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \exp(ix\cos\theta') d\theta', \qquad (3)$$

则(2)式可化为

$$E(r_{t}z) = \frac{i}{\lambda B} \exp(ikz) \exp\left(-\frac{ikDr^{2}}{2B}\right) \int_{0}^{\infty} E_{n}(r' D)$$
$$\times \exp\left(-\frac{ikAr'^{2}}{2B}\right) J_{0}\left(\frac{krr'}{B}\right) r' dr'. \quad (4)$$

再用积分公式[15]

$$\int_{0}^{\infty} \exp(-pt) t^{\nu/2+n} J_{\nu} (2\alpha^{1/2} t^{1/2}) dt$$
  
=  $n ! a^{\nu/2} p^{-(n+\nu+1)} \exp(-a/p) L_{n}^{\nu} (a/p)$ , (5)

)

其中 L<sup>n</sup><sub>n</sub> 为拉盖尔多项式 积分后 得到

$$E(r,z) = \frac{ikAG_0 n}{2B\omega_0^{2n}} \left(\frac{1}{\omega_0^2} + \frac{ikA}{2B}\right)^{-n-1} \exp(-ikz)$$

$$\times \exp\left(-\frac{ikDr^2}{2B}\right) \exp\left[-\frac{\left(\frac{kr}{2B}\right)^2}{\left(\frac{1}{\omega_0^2} + \frac{ikA}{2B}\right)}\right]$$

$$\times L_n\left[\frac{\left(\frac{kr}{2B}\right)^2}{\left(\frac{1}{\omega_0^2} + \frac{ikA}{2B}\right)}\right].$$
(6)

(6)式就是空心高斯光束通过傍轴光学系统的传输 和变换公式,它可以很方便地研究分析空心光束经 过傍轴光学系统的传输变换特性。

下面计算分析空心高斯光束在自由空间中的传

输特性.自由空间的传输变换矩阵元为

$$\begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & z \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$
 (7)

将(7) 武代入(6)式,可以计算得到空心高斯光束在 自由空间中传输时不同传输距离处的归一化三维强 度分布图以及相应的等高线图,结果如图2所示.计 算中取 $\lambda = 1064$ nm, $\omega_0 = 1$ mm,n = 10.从图2可以看 出空心高斯光束在近场有很好的传输稳定性,当传 输距离 z 增大时,空心高斯光束的光斑发散同时黑 斑面积占总光斑面积的比率减小.而在远场",黑心" 区域消失了,此时轴上的光强变为最大.以上可以看 出空心高斯光束具有独特传输特性.





图 2 空心高斯光束在自由空间中传输时不同传输距离处的归一化三维强度分布图以及相应的等高线图 (a)z = 0, (b)z = 5m(c)z = 50m

## 3.空心高斯光束的实验产生

近年来,用衍射元件作为反射镜的谐振腔<sup>16]</sup>,



图 3 带有衍射元件的光学谐振腔示意图



图 4 谐振腔输出的空心光束在近场的光强分布(a)及在远场的 光强分布(b)

已成为一种新的提高模式分离度的方法,伴随着二 元光学技术的不断成熟,可以根据需要设计并定制 位相片来输出激光光束.利用矩阵本征值的方 法<sup>[17—19]</sup>,设计了如图3所示的带有衍射元件的光学 谐振腔.其中 $M_1$ 和 $M_2$ 为圆形反射镜, $M_1$ 为输出 平面镜, $M_2$ 为一具有一定反射率分布的位相片,根 据理论分析,我们把 $M_2$ 反射镜的位相分布设计成 一阶贝塞尔函数形式,即 $M_2$ 反射率为 $R(r_2) =$ exp[ $-iJ_1(r_2)$ ],再将该反射率分布代入谐振腔自再 现衍射积分方程,柱坐标形式下它可以表示为<sup>[19]</sup>

$$U_{1}(r_{1} \varphi_{1}) = \gamma \int_{0}^{a_{2}} \int_{0}^{2\pi} K_{2}(r_{1} \varphi_{1} \dot{r}_{2} \varphi_{2})$$

$$\times \int_{0}^{a_{1}} \int_{0}^{2\pi} K_{1}(r_{2} \varphi_{2} \dot{r}_{1}' \varphi_{1}')$$

$$\times U_{1}(r_{1}' \varphi_{1}') \mathcal{R}(r_{2}) r_{1}' d\varphi_{1}' dr_{1}' r_{2} d\varphi_{2} dr_{2} ,$$
(8)

 $U_1(r_1, \varphi_1)$ 为输出镜  $M_1$ 上的光场分布  $a_1$ 和  $a_2$ 分别为  $M_1$ 和  $M_2$ 的光阑半径 积分核

$$K_{1}(r_{2},\varphi_{2};r'_{1},\varphi'_{1}) = \frac{1}{\lambda L} \exp\{-jk[r_{1}^{'2} + r_{2}^{2})/2L - (r'_{1}r_{2}/L)\cos\{\varphi'_{1} - \varphi_{2}\}\},$$

$$K_{2}(r_{1},\varphi_{1};r_{2},\varphi_{2}) = \frac{j}{\lambda L} \exp\{-jk[r_{1}^{2} + r_{2}^{2})/2L - (r_{1}r_{2}/L)\cos\{\varphi_{2} - \varphi_{1}\}]\},$$
(9)

运用复合积分公式及矩阵本征值方法<sup>18]</sup>可以验证实 验 结果表明采用一阶贝塞尔反射率分布是合理的. 实验装置和参数如下:实验用灯泵 Nd:YAG 固 体激光器,腔长取 L = 500mm,  $M_1$ ,  $M_2$  的光阑半径 为  $a_1 = a_2 = 1.0$ mm,激光波长为 1064nm.实验上得 到  $M_1$ 上输出的空心光束的近场分布如图 4(a),远 场分布如图 4(b)所示.比较图 2(a)(c)和图 4(a), (b),可以看出实验结果和理论计算结果基本吻合. 由此也可以看出本文提出的空心高斯光束可以较好 地用来描述空心光束.

### 4. 结 论

我们提出了一种描述空心光束的新模型——空 心高斯光束,通过柯林斯公式得到了空心光束通过 傍轴光学系统的传输变换式,计算分析了其在自由 空间传输的光强分布特性.利用矩阵本征值的方法, 在谐振腔内插入一有特定反射率分布的位相片,实 验上获得了空心光束,并且得到的空心光束是通过 腔内变换实现的,相对于其他产生空心光束的方法, 更利于它的应用.实验结果和理论可以较好地吻合. 结果表明空心高斯光束模式是一个比较理想而又简 洁地描述空心光束的模式,并且能较好地符合理想 空心光束的特点,即中心强度为零,它的应用范围也 更广泛,可以用此模型分析空心光束对原子的引导 作用,该空心光束能提供原子冷却的光学势阱,并且 可将它应用于 BEC,为全光型 BEC 的实现提供了一 条新途径.

- [1] Kuga T, Torii Y, Shiokawa N, Hirano T, Shimizu Y and Sasada H 1997 Phys. Rev. Lett. 78 4713
- [2] Ovchinnikov Yu B, Manek I and Grimm R 1991 Phys. Rev. Lett.
   79 2225
- [3] Song Y, Milam D and Hill W T 1999 Opt. Lett. 24 1805
- [4] Soding J , Grimm R and Ovchinnikov Yu B 1995 Opt. Commun. 119 652
- [5] Yin J , Zhu Y , Jhe W and Wang Y 1998 Phys. Rev. A 58 509
- [6] Xu X, Wang Y and Jhe W 2000 J. Opt. Soc. Am. B 17 1039
- [7] Yin J P , Gao W J , Wang H F , Long Q and Wang Y Z 2002 Chin . Phys. 11 1157
- [8] Wang X and Littman M G 1993 Opt. Lett. 18 767
- [9] Herman R M and Wiggins T A 1991 J. Opt. Soc. Am. A 8 932.
- [10] Lee H S , Atewart B W , Choi K and Fenichel H 1994 Phys. Rev.

A **49** 4922

- [11] Paterson C and Smith R 1996 Opt. Commun. 124 121
- [12] Beijersbergen M W, Allen L, van der Veen H E L O and Woerdman J P 1992 Opt. Commun. 96 132
- [13] Arlt J and Dholakia K 2000 Opt. Commun. 177 297
- [14] Balykin V I and Letokhov V S 1987 Opt. Commun. 64 151
- [15] Erdelyi A, Magnus W and Oberhettinger F 1954 Tables of integral transforms (New York 'McGraw-Hill )
- [16] Belanger P A and Pare C 1991 Opt. Lett. 16 1057
- [17] Pare C and Belanger P A 1992 J. Quant. Electron. 28 355
- [18] Lu X H and Huang K K 2001 Acta Phys. Sin. 50 1409(in Chinese] 陆璇辉、黄凯凯 2001 物理学报 50 1409]
- [19] Lu X H, Huang K K, Xue D J, Zhang L and He S L 2003 Chinese Optics Letters 1 153

## Theoretical and experimental study of new dark hollow beams \*

Zhang Lei Cai Yang-Jian Lu Xuan-Hui

( State Key Laboratory of Modern Optical Instrumentation , Institute of Optics ,Centre for Optical & Electromagnetic Waves , Zhejiang University ,Hangzhou 310027 ,China ) ( Derived 1275 and 2002 in the state of the state of

( Received 17 February 2003 ; revised manuscript received 29 July 2003 )

#### Abstract

A new mathematical model named hollow Gaussian beams (HGBs) is introduced to describe the dark hollow beam. The area of the dark region across the HGBs can be easily controlled by properly choosing the beam parameters. An analytical propagation formula for HGBs through paraxial optical system is derived. The evolution properties of the intensity distribution of HGBs in free space propagation are illustrated graphically using the derived propagation formula. By using matrix eigenvalues method, the laser cavity with diffraction optical elements, which can generate the dark hollow beams, was constructed. Dark hollow beams were realized in experiment and its intensity distribution properties in near field and far field were studied. The results derived from the experiment is coincident with those predicted by the theory. The dark hollow beams we have obtained can be used conveniently to analyze atoms manipulation and may provide a new method for atom cooling.

Keywords : hollow Gaussian beam , laser cavity , propagation properties PACC : 4225B , 4260D , 4260

<sup>\*</sup> Project supported by the National Natural Science Foundation of China Grant No. 10334650 ).