

信号直接调制下色关联噪声驱动的单模激光的随机共振*

韩立波^{1,2)} 曹力¹⁾ 吴大进^{3)†} 王俊¹⁾

¹⁾ 华中科技大学激光技术国家重点实验室, 武汉 430074)

²⁾ 荆州师范学院物理系, 荆州 434100)

³⁾ 华中科技大学物理系, 武汉 430074)

(2003 年 8 月 21 日收到, 2003 年 11 月 3 日收到修改稿)

应用线性化近似方法, 计算了信号直接调制下由具有色关联的色泵噪声和色量子噪声驱动的单模激光增益模型的输出功率谱和信噪比, 发现在信噪比 R 随泵噪声自关联时间 τ_1 的变化曲线中同时存在共振和抑制现象, 当增大输入信号频率到某一临界值 Ω_0 时, 共振和抑制同时消失, 曲线成为单调. 进一步还发现 R 随衰减系数 γ 的变化曲线也会出现共振的新现象.

关键词: 线性化近似, 信号直接调制, 随机共振, 抑制

PACC: 4250, 0540, 4260K

1. 引言

自从 Benzi^[1] 提出随机共振概念以来, 随机共振现象已在多门学科中被实验所观察到^[2,3], 对随机共振现象的研究已成为近年来人们关注的重要课题, 并有大量的理论和实验研究报道^[3-7]. 以前人们普遍认为, 产生随机共振必须满足三个条件^[2,3], 即非线性、噪声、周期信号. 近年来的研究表明, 以上三个条件对随机共振并非都是必要的, 即无外信号或线性系统也可以产生随机共振. 对随机共振的表现形式, 一般由信噪比与噪声强度的关系来描述^[2,3,8], 1998 年, Barzykin 等人^[9] 提出, 随机共振也可以由信噪比与自关联时间的关系来描述, 并且随机共振还可以以多峰的形式出现, 即多重随机共振^[10-12]. 最近, Luo 和 Zhu^[13] 研究了由两种不同种类的色噪声驱动的双稳系统的随机共振, 发现在系统中加入弱周期信号后, 随机共振可以以单峰或双峰的形式出现, 改变噪声的关联时间和关联强度, 单峰或双峰形式的随机共振还可以发生转化. 他们还详细讨论了激光系统中的色噪声对激光特性的影

响^[14-16].

另一方面, 调制是激光通信过程中普遍采用的方法. 在激光通信过程中, 激光被信号调制, 同时激光中的噪声也受到信号调制, 形成调制噪声. 在激光放大器的工作过程中也存在类似情况^[17]. 对这类具有调制噪声的随机系统的研究具有重要的理论意义和实际应用价值, 已引起人们的普遍重视. 1992 年, Dykman 等人^[18] 在研究由信号调制噪声驱动的非对称双稳系统中的随机共振现象时, 发现调制信号频率对共振特性会产生影响, 调制噪声比普通噪声能更好地对系统进行描述, 其结果能更好地与实验符合.

本文采用线性化近似方法, 研究了信号直接调制下由具有色关联的色泵噪声和色量子噪声驱动的单模激光增益模型的随机共振现象. 结果表明, 该模型中输出功率信噪比 R 可以随色泵噪声自关联时间 τ_1 的变化出现单峰形式的随机共振, 也可以产生抑制现象, 共振和抑制现象会受到色量子噪声自关联时间 τ_2 、噪声强度 D 、衰减系数 γ 及调制信号频率 Ω 的影响, 特别是当输入信号频率 Ω 增加到某一临界值 Ω_0 时, 共振和抑制同时消失, 同时还发现输

* 国家自然科学基金(批准号: 10275025)及湖北省教育厅重点项目(批准号: 2003A006)资助的课题.

† 通讯联系人. E-mail: dajinwu@public.wh.hb.cn

输出功率信噪比 R 也能随衰减系数 γ 发生单峰形式的随机共振.

线性化近似方法在满足光强相对涨落 $\alpha(0) \ll 1$ 时才有效^[19], 本文作图所采用的参数取值均在满足线性化近似的条件范围内.

2. 单模激光的输出功率谱和信噪比

在信号直接调制方式下, 由具有色关联的色泵噪声和色量子噪声驱动的单模激光增益模型的光强方程为

$$\frac{dI}{dt} = -2KI + \frac{2KI}{1 + \beta I} + D + \frac{2I}{1 + \beta I} A \cos(\Omega t) \xi(t) + 2\sqrt{I} \eta(t), \quad (1)$$

式中信号 $A \cos(\Omega t)$ 与泵噪声 $\xi(t)$ 相乘, 即 $\xi(t)$ 受信号的直接调制. 泵噪声 $\xi(t)$ 和量子噪声 $\eta(t)$ 满足如下统计性质:

$$\begin{aligned} \xi(t) &= \eta(t) = 0, \\ \xi(t)\xi(t') &= \frac{Q}{2\tau_1} \exp\left(-\frac{|t-t'|}{\tau_1}\right), \\ \eta(t)\eta(t') &= \frac{D}{2\tau_2} \exp\left(-\frac{|t-t'|}{\tau_2}\right), \\ \xi(t)\eta(t') &= \eta(t)\xi(t') \\ &= \frac{\lambda\sqrt{QD}}{2\tau_3} \exp\left(-\frac{|t-t'|}{\tau_3}\right) \\ &\quad (-1 \leq \lambda \leq 1), \end{aligned} \quad (2)$$

式中 I 为激光光强, K 为损失系数, $\beta = \bar{A}/\Gamma$, \bar{A} 和 Γ 分别为自饱和系数和增益系数, λ 为噪声间关联强度, D, Q 分别为量子噪声和泵噪声强度, τ_1 为泵噪声自关联时间, τ_2 为量子噪声自关联时间, τ_3 为两噪声间的互关联时间.

将(1)式在稳态光强 $I_0 = (\Gamma - K)/\beta K$ 附近线性化

$$I = I_0 + \delta(t), \quad (3)$$

式中 $\delta(t)$ 为微扰项, 可得

$$\begin{aligned} \frac{d\delta(t)}{dt} &= -\gamma\delta(t) + D + \Delta \cos(\Omega t) \xi(t) \\ &\quad + 2\sqrt{I_0} \eta(t), \end{aligned} \quad (4)$$

式中 $\gamma = 2K(\Gamma - K)/\Gamma$ 为衰减系数, $\Delta = \frac{2I_0 A}{1 + \eta I_0}$.

(4) 式的形式解为

$$\delta(t) = \exp(-\gamma t) \left\{ \frac{D}{\gamma} [\exp(\gamma t) - 1] \right.$$

$$\begin{aligned} &+ \Delta \int_0^t \exp(\gamma u) \cos(\Omega u) \xi(u) du \\ &\left. + 2\sqrt{I_0} \int_0^t \exp(\gamma u) \eta(u) du \right\}. \end{aligned} \quad (5)$$

根据归一化关联函数的定义

$$\begin{aligned} \alpha(t) &= \lim_{t' \rightarrow \infty} \left\{ \frac{[\overline{K(t'+t)K(t')} - K(t')^2]}{K(t')^2} \right\}, \end{aligned}$$

式中

$$\begin{aligned} &\frac{\overline{K(t'+t)K(t')}}{K(t')^2} \\ &= \frac{\Omega}{2\pi} \int_{t'}^{t'+2\pi/\Omega} \overline{K(t'+t)K(t')} dt', \end{aligned}$$

可得到直接调制方式下单模激光增益模型的光强关联函数(只讨论 $\gamma \neq 1/\tau_i$ ($i=1, 2, 3$)) 为

$$\begin{aligned} \alpha(t) &= \frac{1}{I_0^2} \left\{ \frac{Q\Delta^2}{2\tau_1} \left[\frac{\gamma + 1/\tau_1}{4\gamma K_+} - \frac{\gamma - 1/\tau_1}{4\gamma K_-} \right] e^{-\gamma|t|} \right. \\ &\quad + \frac{1}{2K_+ K_-} e^{-\frac{|t|}{\tau_1}} \left[(\Omega^2 + \gamma^2 - 1/\tau_1^2) \cos(\Omega t) \right. \\ &\quad \left. \left. + \frac{2}{\tau_1} \Omega \sin(\Omega t) \right] \right\} \\ &\quad + \frac{2I_0 D}{\gamma^2 \tau_2^2 - 1} \left(\tau_2 e^{-\frac{|t|}{\tau_2}} - \frac{1}{\gamma} e^{-\gamma|t|} \right), \end{aligned} \quad (6)$$

式中

$$\begin{aligned} K_+ &= \Omega^2 + (\gamma + 1/\tau_1)^2, \\ K_- &= \Omega^2 + (\gamma - 1/\tau_1)^2. \end{aligned}$$

对(6)式作 Fourier 变换, 可得到光强的输出功率谱为

$$\begin{aligned} S(\omega) &= S_1(\omega) + S_2(\omega), \quad (7) \\ S_1(\omega) &= \frac{\Delta^2 Q}{4\tau_1^2} \frac{(\Omega^2 + \gamma^2 - 1/\tau_1^2)}{K_+ K_-} \\ &\quad \times \left[\frac{1}{(\Omega + \omega)^2 + 1/\tau_1^2} + \frac{1}{(\Omega - \omega)^2 + 1/\tau_1^2} \right], \\ S_2(\omega) &= \frac{\Delta^2 Q}{4\tau_1} \left(\frac{\gamma + 1/\tau_1}{K_+} - \frac{\gamma - 1/\tau_1}{K_-} \right) \\ &\quad \times \frac{1}{\omega^2 + \gamma^2} + \frac{4I_0 D}{(\Omega^2 + \gamma^2)(1 + \tau_2^2 \omega^2)}, \end{aligned} \quad (8)$$

式中 $S_1(\omega)$ 为输出信号功率谱, $S_2(\omega)$ 为输出噪声功率谱. 输出功率的信噪比定义为输出信号功率 P_s 与 $\omega = \Omega$ 处的单位噪声谱的平均功率之比:

$$R = \frac{P_s}{S_2(\omega = \Omega)}, \quad (9)$$

式中(只考虑正频部分)

$$P_s = \int_0^\infty S_1(\omega) d\omega$$

$$= \frac{\pi Q \Delta^2}{4\tau_1} \frac{\Omega^2 + \gamma^2 - 1/\tau_1^2}{K_+ K_-},$$

$$S_2(\omega = \Omega) = \frac{\Delta^2 Q}{4\tau_1} \left(\frac{\gamma + 1/\tau_1}{K_+} - \frac{\gamma - 1/\tau_1}{K_-} \right) \times \frac{1}{\Omega^2 + \gamma^2 + \frac{4I_0 D}{(\Omega^2 + \gamma^2)(1 + \tau_2^2 \Omega^2)}};$$

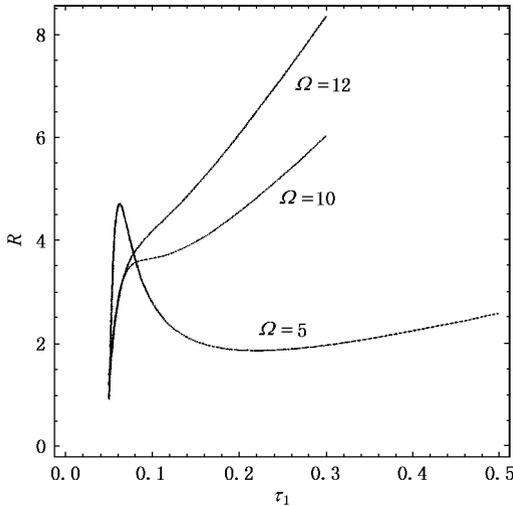
3. 讨论与结论

现在根据(9)式讨论两个方面的问题:一是分别以信号调制频率 Ω 、衰减系数 γ 、量子噪声强度 D 及量子噪声自关联时间 τ_2 为参数研究信噪比 R 随泵噪声自关联时间 τ_1 的变化关系;二是分别以量子

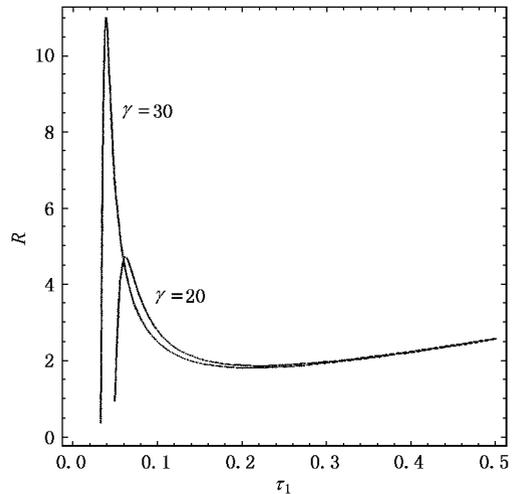
噪声自关联时间 τ_2 、信号调制频率 Ω 、量子噪声强度 D 为参数研究信噪比 R 随衰减系数 γ 的变化关系.

3.1. 信噪比 R 随噪声自相关时间 τ_1 的变化关系

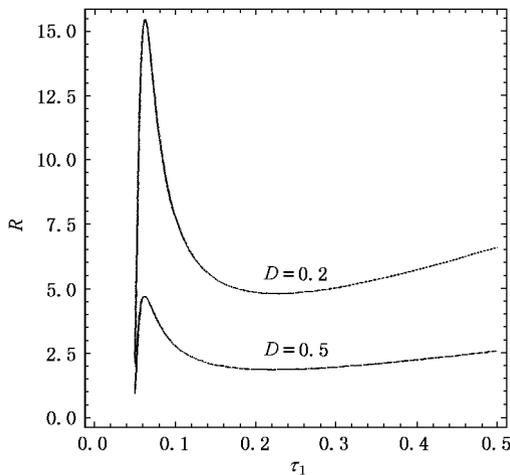
图 1(a)中 $R-\tau_1$ 曲线是以调制信号频率 Ω 为参数绘出的. 当 Ω 较小($\Omega = 5$)时, $R-\tau_1$ 曲线上会同时出现两个极值. 从图 1(a)可以看到, 随泵噪声自关联时间 τ_1 的增大, 信噪比 R 迅速达到一极大值, 即系统出现随机共振现象, 继续增大 τ_1 , R 会出现一个极小值, 即系统出现抑制现象, 且共振和抑制总是同时存在. 参数 Ω 不仅可以影响到极值的高度、



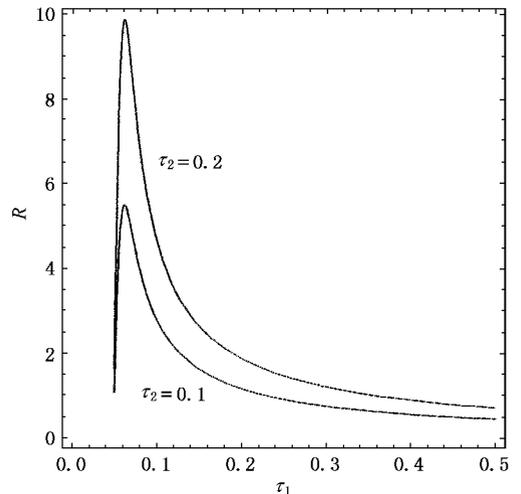
(a) $\gamma = 20, \tau_2 = \tau_1, D = 0.5$



(b) $\Omega = 5, \tau_2 = \tau_1, D = 0.5$



(c) $\gamma = 20, \Omega = 5, \tau_2 = \tau_1$



(d) $\gamma = 20, \Omega = 5, D = 0.5$

图 1 信噪比 R 随泵噪声自关联时间 τ_1 的变化关系 其他参数: $I_0 = 2.0, A = 1.0, \beta = 1.0, Q = 1.0$

半高宽度和极值位置,而且会影响到极值的个数.由图 1(a)可知,在 Ω 增大过程中(由 $\Omega = 5$ 增大到 $\Omega = 12$)极大值和极小值逐渐靠拢,变成一个拐点($\Omega = 10$),此时共振和抑制同时消失,以后曲线变成单调($\Omega = 12$).这表明在信号直接调制下,由具有色关联的色噪声驱动的单模激光存在临界的调制信号频率 Ω_0 ,只有在 $\Omega < \Omega_0$ 范围内,系统才可以同时发生共振和抑制.由于 Ω 是反映外部环境对系统进行控制的参量,这也意味着随机共振和抑制可以通过外部环境来调控.

图 1(b)中 $R-\tau_1$ 曲线是以衰减系数 γ 为参数绘出的.图 1(b)显示出如下特征:曲线始终有两个极值,一个为极大值,一个为极小值,即既可以出现共振,也可以出现抑制.当 γ 增大时,极大值峰高迅速增大,峰宽变窄,同时峰的位置向 τ_1 变小的方向移动,但极小值的位置和深度的改变不明显.随 τ_1 的增大,不同 γ 值对应的曲线最后均趋于重合.

图 1(c)中 $R-\tau_1$ 曲线是以量子噪声强度 D 作为参数绘出的.由图 1(c)可以发现,共振和抑制均可同时出现.当量子噪声强度 D 减小时,共振峰峰高迅速增大,峰的位置右移,曲线整体上移,极小值位置右移且深度增加.若以泵噪声强度 Q 为参数,也可观察到类似现象.

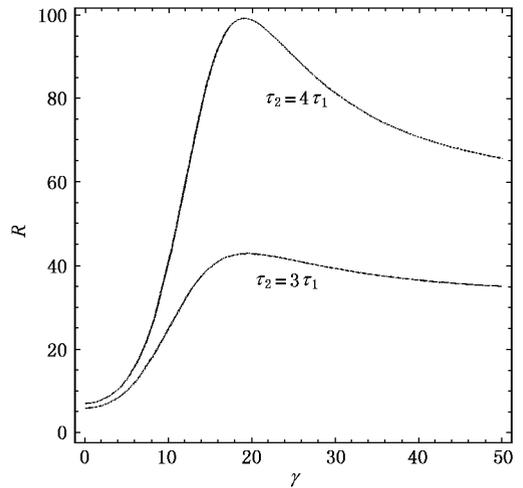
图 1(d)中 $R-\tau_1$ 曲线是以量子噪声自关联时间 τ_2 为参数绘出的.与前面的三种情况不同,此时曲线中仅有一个极大值,即只会出现共振而不会出现抑制.随 τ_1 的增大, R 迅速衰减至一稳定值后几乎不再变化.

3.2. 信噪比 R 随衰减系数 γ 的变化关系

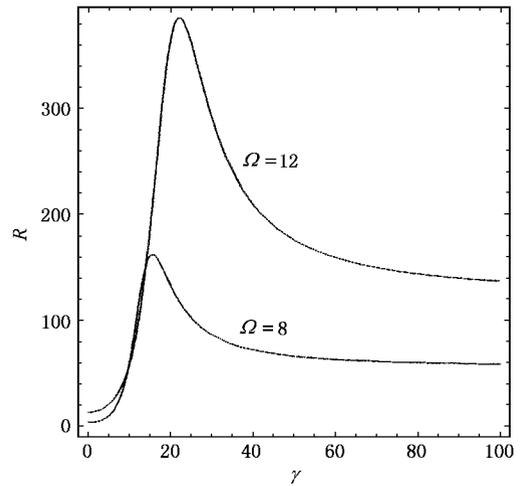
图 2(a)给出以量子自相关时间 τ_2 为参数的 $R-\gamma$ 变化曲线.从图 2(a)看到,随 γ 的增大,曲线仅有一个极大值出现,这表明 R 随 γ 的变化过程中只出现共振而不出现抑制.当 τ_2 增大时,峰的极大值迅速增大,峰变得更尖锐,同时峰的位置右移.

图 2(b)给出以调制信号频率 Ω 为参数的 $R-\gamma$ 变化曲线.曲线同样只有一个极大值而无极小值,即只有共振而无抑制.从图 2(b)再一次看到调制信号频率 Ω 对随机共振的影响.当 Ω 增大时,共振峰值增大,位置右移,峰更尖锐.我们发现此时无论 Ω 如何取值,曲线始终只存在一个共振峰,即 R 随 γ 的变化曲线中未发现临界的输入信号频率.

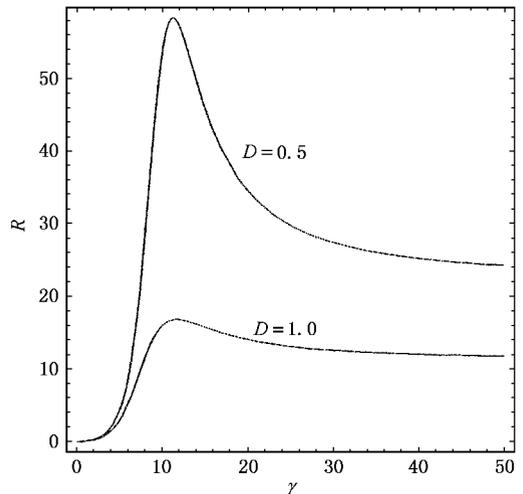
图 2(c)给出以量子噪声强度 D 为参数的 $R-\gamma$



(a) $\Omega = 10, \tau_1 = 0.2, D = 0.5$



(b) $\tau_1 = 0.2, \tau_2 = 1.0, D = 0.5$



(c) $\Omega = 5, \tau_1 = 0.2, \tau_2 = 1.0$

图 2 信噪比 R 随泵噪声自关联时间 γ 的变化关系 其他参数同图 1

变化曲线. 曲线同样也只能出现共振不能出现抑制. 当 D 较小时, 峰更高, 也更尖锐, 共振更强烈, 位置也略有右移, 无论参数 D 的取值如何, 始终存在共振. 若以泵噪声强度 Q 为参数绘 R - γ 变化曲线, 结果与 D 的相似.

在图 2 还看到, R 随 γ 变化的初始斜率 $\lim_{\gamma \rightarrow 0} \frac{\partial R}{\partial \gamma} = 0$, 即 R 随 γ 的变化始终存在初始平台, 此结果可由 (9) 式对 γ 求偏导数得到证明.

根据以上讨论, 可以得出如下结论: 受信号直接调制的单模激光增益模型, 在信噪比 R 随泵噪声自

关联时间 τ_1 的变化关系中, 不但可以出现共振, 还会出现抑制, 且参数 $\Omega, \gamma, D, \tau_2$ 均会对 R - τ_1 变化曲线的极值产生很大影响, 特别是存在一个临界的输入信号频率 Ω_0 , 一旦信号频率 $\Omega > \Omega_0$, 两个极值同时消失, 即共振和抑制同时消失. 受信号直接调制的单模激光增益模型中, 信噪比 R 还可以随衰减系数 γ 的变化出现随机共振现象, 但不出现抑制现象, 参数 τ_2, Ω, D 也会对 R - γ 变化曲线的极值产生很大影响.

- [1] Benzi R, Sutera A and Vulpiani A 1981 *J. Phys. A: Math. Gen.* **14** L453
- [2] Hu G 1994 *Stochastic Force and Nonlinear Systems* (Shanghai: Shanghai Scientific and Technological Education Publishing House) (in Chinese) [胡 岗 1994 随机力与非线性系统 (上海: 上海科技教育出版社)]
- [3] Gammaltoni L, Haggi P, Jung P and Marchesoni F 1998 *Rev. Mod. Phys.* **70** 223
- [4] McNamara B and Wiesenfeld K 1989 *Phys. Rev. A* **39** 4854
- [5] Hu G and Nicolis C 1990 *Phys. Rev. A* **42** 2030
- [6] Hu G, Haken H and Ning C Z 1992 *Phys. Lett. A* **172** 21
- [7] Zhang L Y, Cao L and Wu D J 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 1174 (in Chinese) [张良英、曹 力、吴大进 2003 物理学报 **52** 1174]
- [8] Wang J, Cao L and Wu D J 2002 *Eur. Phys. J. B* **29** 123
- [9] Barzykin A V and Seki K 1998 *Phys. Rev. E* **57** 6555
- [10] Hu G, Ditzinger T, Ning C Z and Haken H 1993 *Phys. Rev. Lett.* **71** 807
- [11] Fulinski A and Gora P F 1999 *J. Stat. Phys.* **101** 483
- [12] Vilar J M G and Rubi J M 1997 *Phys. Rev. Lett.* **78** 2882
- [13] Luo X Q and Zhu S Q 2003 *Phys. Rev. E* **67** 21104
- [14] Luo X Q and Zhu S Q 2002 *Acta Phys. Sin.* **51** 977 (in Chinese) [罗晓琴、朱士群 2002 物理学报 **51** 977]
- [15] Luo X Q, Zhu S Q and Chen X F 2001 *Phys. Lett. A* **287** 111
- [16] Luo X Q, Zhu S Q and Gao W J 2001 *Chin. Phys.* **10** 1011
- [17] Huang D X 1994 *Semiconductor Optoelectronics* (Chengdu: Press of University of Electric Science and Technology of China) (in Chinese) [黄德修 1994 半导体光电子学 (成都: 电子科技大学出版社)]
- [18] Dykman M I, Luchinsky D G, McClintock P V and Stein N D 1992 *Phys. Rev. E* **46** 1713
- [19] Hernandez-Garcia E, Toral R, San Miguel M 1990 *Phys. Rev. A* **42** 6823

Stochastic resonance in a single-mode laser driven by the direct signal-modulated correlated colored noise^{*}

Han Li-Bo^{1,2)} Cao Li¹⁾ Wu Da-Jin³⁾ Wang Jun¹⁾

¹⁾ *State Key Laboratory of Laser Technology, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan 430074, China*

²⁾ *Department of Physics, Jingzhou Normal University, Jingzhou 434100, China*

³⁾ *Department of Physics, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan 430074, China*

(Received 21 August 2003 ; revised manuscript received 3 November 2003)

Abstract

Using the linear approximation method, the output power spectrum of a gain-noise model is calculated in a single-mode laser driven by direct signal-modulated correlated colored pump and quantum noises. We detect that, not only resonance, but also suppression appear in the signal-to-noise ratio R versus the self-correlation time of pump noise τ_1 curve. However, when the frequency of input signal increases to a certain critical value Ω_0 , both resonance and suppression disappear, i. e. the curve becomes monotonous. Moreover, the signal-to-noise ratio R versus attenuation coefficient γ curve also exhibits resonance.

Keywords : linear approximation, direct signal-modulated, stochastic resonance, suppression

PACC : 4250 ; 0540 ; 4260K

^{*} Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 10275025), and the Key Project from the Education Bureau of Hubei Province, China (Grant No. 2003A006).