第 53 卷 第 7 期 2004 年 7 月
1000-3290/2004/53(07)/2275-06
物 理 学 报
ACTA PHYSICA SINICA
Vol.53,No.7,July,2004

Sierpinski 镂垫上具有三体自旋作用的 Gauss 模型*

刘 杰[1)†] 孔祥木[1)2)] 李永平[1)] 黄家寅[3)]

[1)](曲阜师范大学物理系,曲阜 273165)

[2)](北京师范大学物理系和理论物理研究所,北京 100875)

[3)](青岛大学理工学院物理系,青岛 266071)

(2003 年 8 月 22 日收到)

应用实空间重整化群变换和累积展开相结合的方法,在 Sierpinski 镂垫上研究了二体自旋作用和三体自旋作用都存在时 Gauss 模型的相变和临界性质,求出了临界点和临界指数.与只有二体自旋作用的情况相比较,在无外场和有外场的情况下,临界点和临界指数都发生了变化,这表明三体自旋作用对其临界点和临界性质都有一定的影响.

关键词:Sierpinski 镂垫,Gauss 模型,重整化群,临界性质

PACC:6460A,7540D

1. 引 言

Sierpinski 镂垫(简称 SG)是一种文献中经常涉及且很有代表性的有规分形,它具有一个很不寻常的性质,就是它本身处于相变的边界,当其结构引进很小的变化时,就会有有限相变温度的存在[1,2].研究该分形上的自旋问题对于分形上的相变和临界性质的研究具有重要意义.SG 晶格可通过迭代过程生成,如图 1 所示.将一个等边三角形的三边中点用直线两两相连,其内部分成 4 个边长为原来一半的小等边三角形,去掉中间一个倒三角形,对剩余的三个小等边三角形再实施与前面相同的操作,不断重复下去,便得到二维欧氏空间上的 SG.根据分形维数和分岔度的定义,可知其分形维数 $d_f = \ln3/\ln2$,最小分岔度 $R_{min} = 3$,最大分岔度 $R_{max} = 4$[1—3].1984 年,Gefen 研究了 SG 晶格上的 Ising 模型和 Potts 模型的相变问题,发现具有有限分岔度的 SG 晶格上自旋分离取值的磁模型只存在零温相变[1].近年来,作为 Ising 模型的推广,分形上自旋可以连续取值的 Gauss 模型的相变和临界现象问题引起人们的关注.如,Li 和 Yang 应用实空间重整化群(renormalization group,简称 RG)变换方法,研究了 m 层 SG 晶格和 m 支钻石等级晶格上 Gauss 模型的相变问题,求出了临界点和关联长度临界指数[4].应用类似的方法,我们研究了不同族分形上 Gauss 模型以及外场中 Koch 曲线和一族钻石型等级晶格上 Gauss 模型的相变问题,以及 X 分形晶格上 Gauss 模型的临界性质,都得出了具有普遍性的结论[5—7].这些研究工作表明,对于分形上的 Gauss 模型,仅考虑两体相互作用时,系统存在有限温度的相变.

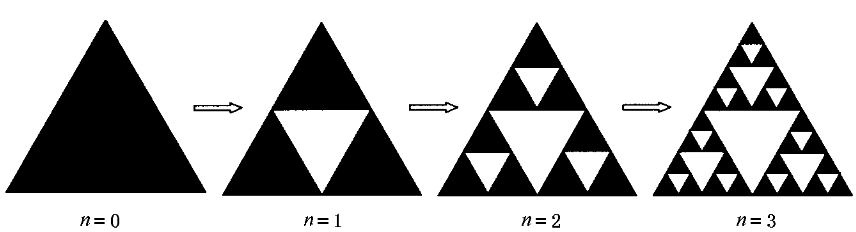

图 1 二维 SG 的生成过程示意图

* 山东省自然科学基金(批准号:Q99A04)资助的课题.

†通讯联系人. E-mail:qflj2003@tom.com

本文应用部分格点消约(decimation)RG 变换和累积展开(cumulant expansion)的方法,在无外场和有外场两种情况下,研究了二体自旋作用和三体自旋作用都存在时 SG 晶格上 Gauss 模型的相变和临界性质,求出了临界点和临界指数.与只有二体自旋作用相比,考虑三体自旋作用后,系统的临界点和临界指数都发生了变化.

2. SG 晶格上的 Gauss 模型

为了研究连续自旋系统的相变问题,Berlin 和 Kac 于 1952 年提出了 Gauss 模型[8].该模型认为晶格的格点 i 上有一个自旋 s_i,s_i 在 s_i—$s_i+\mathrm{d}s_i$ 之间的取值概率为

$$p(s_i)\mathrm{d}s_i \propto \exp\left(-\frac{b}{2}s_i^2\right)\mathrm{d}s_i . \tag{1}$$

为简单起见,本节先来研究无外场的情况下,同时考虑二体自旋作用和三体自旋作用 SG 晶格上 Gauss 模型的相变问题,此时,系统的有效哈密顿量可写为

$$-\beta H = K_1\sum_{\langle ij\rangle}s_is_j + K_2\sum_{\langle ijk\rangle}s_is_js_k - \frac{b}{2}\sum_i s_i^2, \tag{2}$$

式中 s_i,s_j,s_k 分别表示晶格格点 i,j,k 上的 Gauss 自旋变量,其取值范围为 $-\infty$ 到 $+\infty$ 之间的任何实数;b 称为 Gauss 分布常数;$K_1=J_1/(k_\mathrm{B}T)$为简化的二最近邻格点相互作用参数,$K_2=J_2/(k_\mathrm{B}T)$为简化的三最近邻格点相互作用参数,$K_i>0(i=1,2)$对应铁磁体情况,其中 $J_i(i=1,2)$为交换积分,k_B 为 Boltzmann 常数,T 为热力学温度;$\langle ij\rangle$表示二最近邻格点,$\langle ijk\rangle$表示三最近邻格点.系统相应的配分函数为

$$Z=\int_{-\infty}^{\infty}\cdots\int_{-\infty}^{\infty}\prod_{i=1}^{N}\mathrm{d}s_i\exp(-\beta H). \tag{3}$$

2.1. RG 变换

RG 变换方法是统计物理中研究相变问题常用的一种理论研究方法,对于分形上自旋模型的相变问题,最常用的理论研究方法是实空间 RG 变换和累积展开[1,3,9—11].为了表述简单,这里取生成元来进行 RG 变换.图 2(a)给出 SG 晶格的一个生成元,各格点上的自旋分别以 s_1,s_2,s_3,s_4,s_5,s_6 来表示,根据(2)式,该生成元的有效哈密顿量可写为

$$\widetilde{H}_\mathrm{eff}=\widetilde{H}_0+V, \tag{4}$$

式中

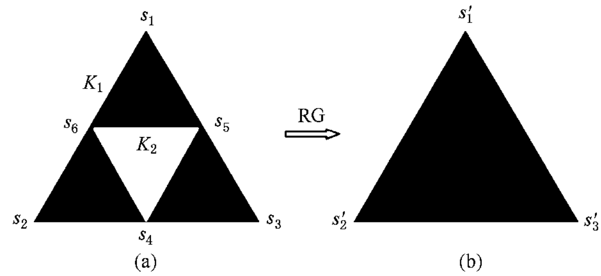

图 2 SG 晶格的 RG 变换过程 (a)为 SG 晶格的一个生成元;(b)为生成元经过 RG 变换后的晶格

$$\widetilde{H}_0=K_1(s_1s_6+s_2s_6+s_2s_4+s_4s_3+s_3s_5+s_5s_1+s_4s_5+s_5s_6+s_6s_4)-\frac{b}{2}\sum_{i=1}^{3}\frac{s_i^2}{2}-\frac{b}{2}(s_4^2+s_5^2+s_6^2), \tag{5a}$$

$$V=K_2(s_1s_6s_5+s_6s_2s_4+s_5s_4s_3), \tag{5b}$$

式中考虑到自旋 s_1,s_2,s_3 中的每一个都处在两个生成元中,而 RG 变换是对整个系统的有效哈密顿量进行的,整个系统的有效哈密顿量中和 $s_i^2(i=1,2,3)$有关的项是 $-\frac{b}{2}(s_1^2+s_2^2+s_3^2)$,所以在我们考虑的生成元的哈密顿量(5a)式中 $s_i^2(i=1,2,3)$项的前面乘上了因子 1/2.这里 $\widetilde{H}_0$ 对应于只考虑二体自旋作用时 Gauss 模型的有效哈密顿量,利用 RG 变换可以严格求解;V 对应于三体自旋作用,可以看作微扰项,将利用累积展开近似求解.经过一次变换其内点被消去,变到图 2(b),以 s'_1,s'_2,s'_3 表示变换后各格点上的自旋,经过此变换系统的配分函数保持不变,这一变换过程可由下式表示:

$$\iiint_{-\infty}^{\infty}\mathrm{d}s_1\mathrm{d}s_2\mathrm{d}s_3\iiint_{-\infty}^{\infty}\mathrm{d}s_4\mathrm{d}s_5\mathrm{d}s_6\exp(\widetilde{H}_\mathrm{eff}) = C\iiint_{-\infty}^{\infty}\mathrm{d}s_1\mathrm{d}s_2\mathrm{d}s_3\exp(\widetilde{H}'_\mathrm{eff}), \tag{6}$$

式中 C 为与自旋无关的重整化常数,$\widetilde{H}'_\mathrm{eff}$为此生成元经 RG 变换后的有效哈密顿量.

(6)式中定义部分迹(partial trace,记为 P.T.)

$$(\mathrm{P.T.})=\iiint_{-\infty}^{\infty}\mathrm{d}s_4\mathrm{d}s_5\mathrm{d}s_6\exp(\widetilde{H}_\mathrm{eff}), \tag{7}$$

把(5)式代入(7)式,得到部分迹

$$(\mathrm{P.T.})=\iiint_{-\infty}^{\infty}\mathrm{d}s_4\mathrm{d}s_5\mathrm{d}s_6\exp(\widetilde{H}_0)\times\frac{\iiint_{-\infty}^{\infty}(\mathrm{e}^V)\mathrm{d}s_4\mathrm{d}s_5\mathrm{d}s_6\exp(\widetilde{H}_0)}{\iiint_{-\infty}^{\infty}\mathrm{d}s_4\mathrm{d}s_5\mathrm{d}s_6\exp(\widetilde{H}_0)}$$

$$= A < e^{V} >, \tag{8}$$

式中

$$A = \iiint_{-\infty}^{\infty} ds_4 ds_5 ds_6 \exp(\widetilde{H}_0), \tag{9a}$$

$$< e^{V} >_0 = \frac{\iiint_{-\infty}^{\infty} ds_4 ds_5 ds_6 e^{V} \exp(\widetilde{H}_0)}{\iiint_{-\infty}^{\infty} ds_4 ds_5 ds_6 \exp(\widetilde{H}_0)}. \tag{9b}$$

由于 V 为小量,对 e^{V} 作展开,$e^{V} = 1 + V + \frac{1}{2!}V^2 + \frac{1}{3!}V^3 + \cdots$,于是可以得到部分迹

$$(\mathrm{P.T.}) = A\left(1 + < V >_0 + \frac{1}{2!} < V^2 >_0 + \frac{1}{3!} < V^3 >_0 + \cdots\right). \tag{10}$$

由(6)式可以看出,经 RG 变换后系统的有效哈密顿量为

$$\begin{aligned}\widetilde{H}'_{\mathrm{eff}} &= \ln(\mathrm{P.T.}) \\ &= \ln A + \ln\left(1 + < V >_0 + \frac{1}{2!} < V^2 >_0 + \frac{1}{3!} < V^3 >_0 + \cdots\right).\end{aligned}$$

对上式利用 $\ln(1+x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \cdots$,得到

$$\begin{aligned}\widetilde{H}'_{\mathrm{eff}} &= \ln A + < V >_0 + \frac{1}{2!}(< V^2 >_0 - < V >_0^2) \\ &+ \frac{1}{3!}(< V^3 >_0 - 3 < V^2 >_0 < V >_0 + 2 < V >_0^3) + \cdots,\end{aligned} \tag{11a}$$

(11a)式的展开称为累积展开.因此,经 RG 变换后系统的有效哈密顿量可写为

$$\widetilde{H}'_{\mathrm{eff}} = \ln A + < V >_0 + \frac{1}{2}(< V^2 >_0 - < V >_0^2), \tag{11b}$$

这里只保留到二阶近似,并且舍去了常数项;A 可视为累积展开的零阶项,这一部分可以精确求解[10].

2.2. RG 变换的递推关系

利用(5)和(9)式来计算各阶累积展开项,采用截断近似,经过较复杂的计算,得 $\widetilde{H}'_{\mathrm{eff}}$ 中累积展开的零阶项为

$$\begin{aligned}A = \exp\Big[&-\frac{b}{4}\frac{b^2 - bK_1 - 6K_1^2}{(b - 2K_1)(b + K_1)}(s_1^2 + s_2^2 + s_3^2) \\ &+ \frac{K_1^2(b + 2K_1)(s_1 s_2 + s_1 s_3 + s_3 s_2)}{(b - 2K_1)(b + K_1)}\Big],\end{aligned} \tag{12a}$$

一阶项为

$$\begin{aligned}< V >_0 &= \frac{\iiint_{-\infty}^{\infty} ds_4 ds_5 ds_6 V \exp(\widetilde{H}_0)}{\iiint_{-\infty}^{\infty} ds_4 ds_5 ds_6 \exp(\widetilde{H}_0)} \\ &= \frac{K_1 K_2 (s_1 + s_2 + s_3)}{(b - 2K_1)(b + K_1)} \\ &+ \frac{3K_1^2 K_2 (b^2 + 4K_1^2)}{(b - 2K_1)^2 (b + K_1)^2}(s_1 s_2 s_3),\end{aligned} \tag{12b}$$

二阶项为

$$\begin{aligned}< V^2 >_0 &= \frac{\iiint_{-\infty}^{\infty} ds_4 ds_5 ds_6 V^2 \exp(\widetilde{H}_0)}{\iiint_{-\infty}^{\infty} ds_4 ds_5 ds_6 \exp(\widetilde{H}_0)} \\ &= \frac{(b^2 - 2bK_1 + 3K_1^2)K_2^2}{(b - 2K_1)^2 (b + K_1)^2}(s_1^2 + s_2^2 + s_3^2) \\ &+ \frac{2K_1 K_2^2 (s_1 s_2 + s_1 s_3 + s_3 s_2)}{(b - 2K_1)^2 (b + K_1)^2},\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}&\frac{1}{2}(< V^2 >_0 - < V >_0^2) \\ &= \frac{(b^2 - 2bK_1 + 2K_1^2)K_2^2}{2(b - 2K_1)^2 (b + K_1)^2}(s_1^2 + s_2^2 + s_3^2) \\ &+ \frac{bK_1 K_2^2 (s_1 s_2 + s_1 s_3 + s_3 s_2)}{(b - 2K_1)^2 (b + K_1)^2}.\end{aligned} \tag{12c}$$

根据(11)和(12)式,求得生成元经 RG 变换后的有效哈密顿量为

$$\begin{aligned}\widetilde{H}'_{\mathrm{eff}} = C_1(s_1 s_2 + s_1 s_3 + s_3 s_2) - \frac{b}{4}C_2(s_1^2 + s_2^2 + s_3^2) \\ + C_3 s_1 s_2 s_3,\end{aligned} \tag{13}$$

式中

$$C_1 = \frac{K_1^2(b^2 - 4K_1^2)(b + K_1) + bK_1 K_2^2}{(b - 2K_1)^2 (b + K_1)^2},$$

$$C_2 = \frac{b^5 - 2b^4 K_1 - 7b^3 K_1^2 - 4K_1^2 K_2^2 + 8bK_1^3 - 2b^2 K_2^2 + 12bK_1^4 + 4bK_1 K_2^2}{b(b - 2K_1)^2 (b + K_1)^2},$$

$$C_3 = \frac{3K_1^2 K_2 (b^2 + 4K_1^2)}{(b - 2K_1)^2 (b + K_1)^2}.$$

为了得到与变换前形式相同的哈密顿量,需要对自旋进行重标,设 $s_i' = \xi s_i\,(i=1,2,3)$,则变换后的哈密顿量可改写为

$$\widetilde{H}'_{\mathrm{eff}} = K_1'(s_1's_2' + s_1's_3' + s_3's_2') - \frac{b}{2}\frac{1}{2}(s_1'^2 + s_2'^2 + s_3'^2) + K_2's_1's_2's_3', \tag{14}$$

式中

$$K_1' = \frac{1}{\xi^2}\frac{K_1^2(b^2-4K_1^2)(b+K_1)+bK_1K_2^2}{(b-2K_1)^2(b+K_1)^2},\quad K_2' = \frac{1}{\xi^3}\frac{3K_1^2K_2(b^2+4K_1^2)}{(b-2K_1)^2(b+K_1)^2},$$
$$\xi = \left(\frac{b^5-2b^4K_1-7b^3K_1^2-4K_1^2K_2^2+8bK_1^3-2b^2K_2^2+12bK_1^4+4bK_1K_2^2}{b(b-2K_1)^2(b+K_1)^2}\right)^2, \tag{15}$$

K_1',K_2' 分别表示经过 RG 变换后二体和三体作用的相互作用参量.(15)式是 RG 变换前后相互作用参量之间的关系,即 RG 变换的递推关系,由它们出发,可以求出系统的临界点和临界指数.

2.3. 临界点和临界指数

(15)式中令 $K_i' = K_i = K_i^*\,(i=1,2)$,并且设 $K_1^* = bx$,$K_2^* = b^{3/2}y$,求得系统的几个不动点为

$$\begin{aligned}
&\mathrm{A}:\ x=0,\quad y=0;\\
&\mathrm{B}:\ x=\infty,\quad y=\infty;\\
&\mathrm{C}:\ x=0.2314,\quad y=0.1772;\\
&\mathrm{D}:\ x=0.25,\quad y=0.
\end{aligned}\tag{16}$$

根据 RG 变换理论,把 K_1',K_2' 在点(K_1^*,K_2^*)附近展开,只保留线性项,有

$$K_1' = K_1^* + \frac{\partial K_1'}{\partial K_1}(K_1-K_1^*) + \frac{\partial K_1'}{\partial K_2}(K_2-K_2^*),$$
$$K_2' = K_2^* + \frac{\partial K_2'}{\partial K_1}(K_1-K_1^*) + \frac{\partial K_2'}{\partial K_2}(K_2-K_2^*).$$

在不动点邻域 RG 变换后的线性化矩阵为

$$R_{\mathrm{L}} = \begin{pmatrix}\left(\dfrac{\partial K_1'}{\partial K_1}\right) & \left(\dfrac{\partial K_1'}{\partial K_2}\right)\\[2ex] \left(\dfrac{\partial K_2'}{\partial K_1}\right) & \left(\dfrac{\partial K_2'}{\partial K_2}\right)\end{pmatrix}_{K^*}. \tag{17}$$

对不动点 D,由(16)和(17)式求得 RG 变换在 A 点邻域的线性化矩阵为

$$R_{\mathrm{L1}} = \begin{pmatrix}5 & 0\\ 0 & 1.291\end{pmatrix}, \tag{18}$$

两个本征值为 $\lambda_{\mathrm{L11}}=5$,$\lambda_{\mathrm{L12}}=1.291$.由于它们均大于 1,所以该不动点不是临界点.同样的分析可知,不动点 A 和 B 为稳定不动点,它们也不是临界点[12].

对不动点 C,其邻域的线性化矩阵 R_{L} 的两个本征值为 $\lambda_{\mathrm{L21}}=5.423>1$ 和 $\lambda_{\mathrm{L22}}=0.598<1$,它是一个鞍点.根据 RG 理论,该点即系统的临界点[12].在(K_1,K_2)空间中,它可以表示为($0.2314b$,$0.1772b^{3/2}$).与只有二体自旋作用时的结果相比较[4],系统的临界点发生了变化.为了直观地看出参量 K_1 和 K_2 在 RG 变换中的变化规律,图 3 给出该 RG 变换的流向图.根据图 3 同样可以确定临界点.

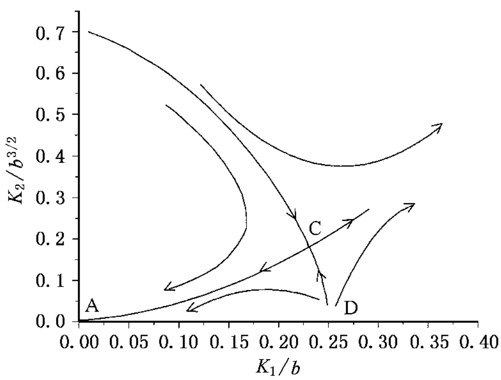

图 3 RG 变换的流向图 D($0.25b$,0)点对应于只考虑二体自旋作用时的临界点;C($0.2314b$,$0.1772b^{3/2}$)点对应于考虑二体自旋作用和三体自旋作用时的临界点

根据标度理论,利用大于 1 的本征值 $\lambda_{\mathrm{L21}}=5.423$,注意到标度因子 $L=2$ 和分形维数 $d_{\mathrm{f}}=1.585$,求得一个标度幂 $p=\ln\lambda/(d_{\mathrm{f}}\ln L)=1.539$,进一步求得关联长度临界指数 $\nu=0.41$.与只有二体自旋作用时的结果相比较[4],我们发现关联长度临界指数变小.

3. 有外场存在时的结果

对于有外场存在的情况,利用和上节类似的方法,同样可以求得系统的临界点和临界指数,计算过

程比较复杂，这里仅给出主要过程和结果.

取生成元进行 RG 变换，如图 2 所示，生成元 RG 变换前的哈密顿量形式上和(4)式相同，只是这里

$$\widetilde{H}_0 = K_1(s_1 s_6 + s_2 s_6 + s_2 s_4 + s_4 s_3 + s_3 s_5 + s_5 s_1 + s_4 s_5 + s_5 s_6 + s_6 s_4) - \frac{b}{2}\sum_{i=1}^{3}\frac{s_i^2}{2} - \frac{b}{2}(s_4^2 + s_5^2 + s_6^2) + \frac{h}{2}s_i + h(s_4 + s_5 + s_6),$$

式中 h 为有效外磁场，考虑到自旋 s_1, s_2, s_3 同时处于两个生成元中，因此在 s_i^2 和 $s_i (i = 1,2,3)$ 项前面乘上因子 1/2，经一次 RG 变换，变到图 2(b)，该生成元经 RG 变换后的哈密顿量可写为

$$\widetilde{H}'_{\rm eff} = K'_1(s'_1 s'_2 + s'_1 s'_3 + s'_3 s'_2) - \frac{b}{2}\frac{1}{2}(s_1'^2 + s_2'^2 + s_3'^2) + K'_2 s'_1 s'_2 s'_3 + \frac{h'}{2}(s_1 + s_2 + s_3), \quad (19)$$

h' 表示经过 RG 变换后的有效磁场，其中

$$K'_1 = C_1/\xi^2, \quad K'_2 = C_2/\xi^3, \quad h' = C_3/\xi, \quad (20)$$

$$\xi^2 = \frac{1}{b(b-2K_1)^3(b+K_1)^2}[-b^6 + 4b^5K_1 + 3b^4K_1^2 - 8K_1^3K_2^2 + 2b^3(-11K_1^3 + 4hK_1K_2 + K_2^2) + 4b^2(K_1^4 - 2hK_1^2K_2 + h^2K_2^2 - 2K_1K_2^2) + 4bK_1(6K_1^4 - 4hK_1^2K_2 + h^2K_2^2 + 3K_1K_2^2)],$$

$$C_1 = \frac{1}{(b-2K_1)^3(b+K_1)^2}[b^4K_1^2 - b^3(K_1^3 - 2hK_1K_2) + 2(-2K_1^3 + hK_1K_2)^2 + bK_1(4K_1^4 - 8hK_1^2K_2 + 3h^2K_2^2 - 2K_1K_2^2) + b^2(-6K_1^4 + 2hK_1^2K_2 + h^2K_2^2 + K_1K_2^2)],$$

$$C_2 = \frac{3K_1(b^2 + 4K_1^2)K_2(bK_1 - 2K_1^2 + 2hK_2)}{(b-2K_1)^3(b+K_1)^2},$$

$$C_3 = \frac{h(b^2 - 4K_1^2 + 2hK_2)}{(b-2K_1)^2}. \quad (21)$$

(20)式即 RG 变换的递推关系，利用它们可求出临界点和临界指数.

根据(20)式求得临界点 $K_1^* = 0.2314b$，$K_2^* = 0.1772b^{3/2}$，$h^* = 0$，进一步可得到系统的所有临界指数：$\alpha = 1.25$，$\beta = -0.10$，$\gamma = 0.85$，$\delta = -7.38$，$\eta = -0.08$，$\nu = 0.41$. 这里 $\alpha, \beta, \gamma, \delta, \eta, \nu$ 分别用来描述比热容、自发磁化强度、零场磁化率、磁场、关联函数和关联长度在临界点附近的行为.

4. 结　　论

本文采用部分格点消约实空间 RG 变换和累积展开的方法，在无外场和有外场两种情况下，研究了同时考虑二体自旋作用和三体自旋作用时，SG 晶格上 Gauss 模型的相变和临界性质，得到了有限温度相变，求得了系统的临界点和临界指数. 结果表明：把三体自旋作用看作微扰，由于新的耦合常数及高阶相互作用项的出现，SG 晶格的临界点和临界指数都发生了变化. 与只有二体自旋作用时的计算结果相比较，系统的临界点和临界指数都发生了变化，这说明三体自旋作用对临界点和临界指数都有一定的影响.

[1] Gefen Y *et al* 1984 *Physica* A **17** 435

[2] Wang Z D and Gong C D 1990 *Prog. Phys.* **10** 1 (in Chinese) [汪子丹、龚昌德 1990 物理学进展 **10** 1]

[3] Yang Z R 1996 *Fractal Physics* (Shanghai: Shanghai Scientific and Technological Education Publishing House) (in Chinese) [杨展如 1996 分形物理学(上海：上海科技教育出版社)]

[4] Li S and Yang Z R 1997 *Phys. Rev.* E **55** 6656

[5] Kong X M and Li S 2000 *Commun. Theor. Phys.* **33** 63

[6] Kong X M, Lin Z Q and Zhu J Y 2000 *Sci. China* A **43** 768

[7] Li Y *et al* 2002 *Acta Phys. Sin.* **51** 1346 (in Chinese) [李　英等 2002 物理学报 **51** 1346]

[8] Berlin T H and Kac M 1952 *Phys. Rev.* **86** 821

[9] Niemeijer T H and Van Leeuwen J M J 1973 *Phys. Rev. Lett.* **31** 1411

[10] Stanley H E 1985 *Prog. Phys.* **5** 1 (in Chinese) [Stanley H E 1985 物理学进展 **5** 1]

[11] Wang H, Lou P and Zhuang Y H 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 577 (in Chinese) [汪　洪、娄　平、庄永河 2004 物理学报 **53** 577]

[12] Yu L and Hao B L 1984 *Phase Transitions and Critical Phenomena* (Beijing: Science Press) pp141—147 (in Chinese) [于　渌、郝柏林 1984 相变和临界现象(北京 科学出版社)第 141—147 页]

Gaussian model with triplet-spin interactions on the Sierpinski gasket lattice*

Liu Jie[1)] Kong Xiang-Mu[1)2)] Li Yong-Ping[1)] Huang Jia-Yin[3)]

[1)] (*Department of Physics, Qufu Normal University, Qufu* 273165, *China*)

[2)] (*Department of Physics and Institute of Theoretical Physics, Beijing Normal University, Beijing* 100875, *China*)

[3)] (*Department of Physics, College of Science and Technology, Qingdao University, Qingdao* 266071, *China*)

(Received 22 August 2003)

Abstract

Using the renormalization-group transformation and cumulant expansion technique, the Gaussian model with two-spin interactions and triplet-spin interactions on the Sierpinski gasket lattice is studied, and its fixed points and critical exponents are obtained. Compared with the case of only two-spin interactions, the fixed points and critical exponents have changed. The results show that the fixed points and critical exponents are all dependent on triplet-spin interactions in the cases with or without external field.

Keywords: Sierpinski-gasket, Gaussian model, renormalization group, critical behavior

PACC: 6460A, 7540D

* Project supported by the Natural Science Foundation of Shandong Province, China (Grant No. Q99A04).