

级联三能级原子与单模场相互作用下的腔场谱^{*}

高云峰¹⁾ 冯 健^{2)B)} 王继锁^{2)B)}

¹⁾聊城大学教育传播技术学院,聊城 252059)

²⁾聊城大学光通信研究所,聊城 252059)

³⁾中国科学院武汉物理与数学研究所,波谱与原子分子物理国家重点实验室,武汉 430071)

(2003 年 9 月 26 日收到,2003 年 11 月 26 日收到修改稿)

研究了高 Q 腔内级联三能级原子与单模光场相互作用模型的腔场谱.结果表明,原子初态处于上能级时,随 $R = g_2/g_1$ 的增大,真空场的拉比峰个数按 $2 \rightarrow 6 \rightarrow 4 \rightarrow 2 \rightarrow 4$ 的规律变化,在 $R \gg 1$ 时,所有的拉比峰都消失.在初始场较弱时,腔场谱可出现 3 峰、5 峰或 7 峰.在初始场很强时,腔场谱中只有唯一的经典共振峰.如果原子初态处在中能级且 $R = 1$,腔场谱为简单的对称双峰结构,与标准 J-C 模型的谱相似.

关键词:级联三能级原子,单模光场,腔场谱

PACC: 4250, 3280

1. 引 言

光谱一直是人们探索物质结构的有力手段.在腔量子电动力学中,光谱探测又是获得原子与量子化光场相互作用信息的重要方法.随着现代腔量子电动力学技术的发展,人们已经实现了在单原子、单光子水平上对物质与光场相互作用过程的实验观察^[1,2].由于在高 Q 腔内原子与光场可以实现很强的耦合,少量光子就会灵敏地干扰原子的动力学行为,而单个原子的存在也会强烈地影响光场的状态^[3,4],因而这种系统中原子辐射和光场频率都会随原子与场的相互作用过程而改变.为了从两个侧面深刻认识原子与量子化光场相互作用的非经典特性,腔内原子-场相互作用系统的原子辐射谱和腔场谱先后得到广泛的研究^[5-11].著名的真空场拉比劈裂已经得到实验证实^[12].最近, Li 等^[13]分析了 Jaynes-Cummings 模型(J-C 模型)原子辐射谱和腔场谱结构的异同,并明确提出了测量腔场谱的方法.这使腔场谱的研究不仅具有学术上的价值,而且具有实际意义.

作为 J-C 模型的自然推广,级联三能级原子与单模光场相互作用模型受到了众多的关注^[14-17].本文研究级联三能级原子与单模腔场相互作用下的腔场谱,重点讨论原子初态处于上能级时的腔场谱,并

把原子初态在中能级时的谱结构与标准 J-C 模型腔场谱进行对比.

2. 模型和理论推导

考虑在高 Q 腔内有一个级联三能级原子,其能级结构如图 1 所示, $|1\rangle$, $|2\rangle$, $|3\rangle$ 分别表示上、中、下能级, $|1\rangle - |2\rangle$ 和 $|2\rangle - |3\rangle$ 之间的跃迁与频率为 ω_0 的单模光场相耦合,而 $|1\rangle - |3\rangle$ 之间的跃迁是禁戒的.

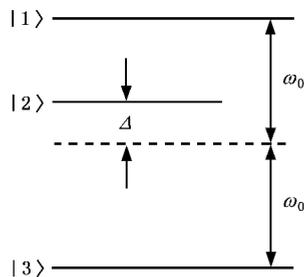


图 1 级联三能级原子的能级结构

调整腔模频率 ω_0 使 $E_1 - E_3 = 2\omega_0 \hbar$ (E_i 表示原子 i 态的能量),则在旋波近似条件下,系统的哈密顿量可表示为(以下取 $\hbar = 1$)

$$H = H_0 + H_1, \quad (1)$$

^{*} 山东省自然科学基金(批准号: Y2002A05)资助的课题.

$$H_0 = \omega_0 a^+ a + \omega_0 (R_{11} - R_{33}) + \Delta R_{22}, \quad (2)$$

$$H_1 = g_1 (a^+ R_{12} + a R_{21}) + g_2 (a^+ R_{23} + a R_{32}), \quad (3)$$

式中 a^+ , a 是光子的产生和湮没算符, $g_i (i = 1, 2)$ 为原子与光场的耦合常数, $R_{ij} = |j\rangle\langle i| (i, j = 1, 2, 3)$ 为原子投影算符.

系统的完备性基矢可取为

$$\begin{aligned} |\Psi_1^n\rangle &= |1, n\rangle, \\ |\Psi_2^n\rangle &= |2, n+1\rangle, \\ |\Psi_3^n\rangle &= |3, n+2\rangle. \end{aligned} \quad (4)$$

(4) 式中等号右边的两个量子数分别表示原子所处的能级和腔场的光子数.

(1) 式的本征方程可写为

$$H|\Phi_j^n\rangle = E_j^n |\Phi_j^n\rangle \quad (j = 1, 2, 3). \quad (5)$$

将 H 的本征函数用系统的基矢展开

$$|\Phi_j^n\rangle = \sum_{m=1}^3 C_{jm}^n |\Psi_m^n\rangle. \quad (6)$$

把 (6) 式代入方程 (5) 中, 可求出哈密顿量 (1) 式相应的本征能量和本征函数的展开系数分别为

$$\begin{aligned} E_{1,2}^n &= (n+1)\omega_0 + g_1(\delta \pm A_n)/2, \\ E_3^n &= (n+1)\omega_0, \end{aligned} \quad (7)$$

$$C_{jm}^n = \begin{pmatrix} \sqrt{\frac{\chi(n+1)}{A_n(A_n+\delta)}} & \sqrt{\frac{A_n+\delta}{2A_n}} & R\sqrt{\frac{\chi(n+2)}{A_n(A_n+\delta)}} \\ \sqrt{\frac{\chi(n+1)}{A_n(A_n-\delta)}} & -\sqrt{\frac{A_n-\delta}{2A_n}} & R\sqrt{\frac{\chi(n+2)}{A_n(A_n-\delta)}} \\ R\sqrt{\frac{n+2}{R^2(n+2)+n+1}} & 0 & -\sqrt{\frac{n+1}{R^2(n+2)+n+1}} \end{pmatrix}. \quad (8)$$

在 (7) (8) 式中

$$\delta = \Delta/g_1,$$

$$R = g_2/g_1,$$

$$A_n = \sqrt{\delta^2 + 4[n+1 + R^2(n+2)]}.$$

按照 Eberly 物理谱^[18]的定义, 该系统的腔场谱可按下式计算:

$$\begin{aligned} \mathcal{S}(\omega) &= 2\Gamma \int_0^T dt' e^{-(\Gamma-i\omega)(T-t')} \\ &\times \int_0^T dt e^{-(\Gamma+i\omega)(T-t)} \\ &\times \langle \Phi(0) | a^+(t') a(t) | \Phi(0) \rangle, \end{aligned} \quad (9)$$

其中 Γ 是谱仪的带宽, T 是测量时间, $|\Phi(0)\rangle$ 是系统的初态.

设初始时刻原子处在上能级而光场处于任意态, 即

$$|\Phi(0)\rangle = \sum_{n=0}^{\infty} q_n |1, n\rangle = \sum_{n=0}^{\infty} q_n |\Psi_1^n\rangle. \quad (10)$$

下面导出腔场谱计算公式.

注意到 $a |\Psi_k^n\rangle = b_k^n |\Psi_k^{n-1}\rangle$ (其中 $b_k^n =$

$\sqrt{n+k-1}$), 由 (5) (6) 式和 (6) 式的反变换式可以得到

$$\begin{aligned} a(t) |\Psi_1^n\rangle &= e^{iHt} a e^{-iHt} \sum_{j=1}^3 C_{j1}^n |\Phi_j^n\rangle \\ &= e^{iHt} a \sum_{j=1}^3 C_{j1}^n e^{-iE_j^n t} |\Phi_j^n\rangle \\ &= e^{iHt} a \sum_{j=1}^3 C_{j1}^n e^{-iE_j^n t} \sum_{k=1}^3 C_{jk}^n |\Psi_k^n\rangle \\ &= e^{iHt} \sum_{j=1}^3 \sum_{k=1}^3 C_{j1}^n C_{jk}^n e^{-iE_j^n t} b_k^n |\Psi_k^{n-1}\rangle \\ &= e^{iHt} \sum_{j=1}^3 \sum_{k=1}^3 C_{j1}^n C_{jk}^n e^{-iE_j^n t} b_k^n \sum_{l=1}^3 C_{lk}^{n-1} |\Phi_l^{n-1}\rangle \\ &= \sum_{l=1}^3 \left(\sum_{j=1}^3 \sum_{k=1}^3 C_{j1}^n C_{jk}^n C_{lk}^{n-1} b_k^n e^{-i(E_j^n - E_l^{n-1})t} \right) \\ &\times |\Phi_l^{n-1}\rangle. \end{aligned} \quad (11)$$

将 (10) 和 (11) 式代入 (9) 式可得

$$\mathcal{S}(\omega) = 2\Gamma \sum_{n=0}^{\infty} P_n F_n(\omega), \quad (12)$$

$$F_n(\omega) = \sum_{l=1}^3 \left| \sum_{j=1}^3 Z_{jl}^n G_{jl}^n \right|^2, \quad (13)$$

$$Z_{jl}^n = \frac{e^{i[\omega - (E_j^n - E_l^{n'})]T} - e^{-\Gamma T}}{\Gamma + i[\omega - (E_j^n - E_l^{n'})]}, \quad (14)$$

$$G_{jl}^n = \sum_{k=1}^3 C_{jl}^n C_{jk}^n C_{lk}^{n'} b_k^n, \quad (15)$$

其中 $P_n = q_n^* q_n$ 为初态光场的光子数分布, n' 代表 $n-1$.

3. 结果及讨论

3.1. 初始场对腔场谱的影响

本节讨论 $\Delta = 0$ 且 $g_1 = g_2$ 的情况下不同的量子化初始光场对应的腔场谱. 初态光场为光子数态时, 腔场谱由(13)式给出. 当 $n = 0$ 时, 真空场的拉比峰为 4 个, 其结构相当于标准 J-C 模型的真空场拉比劈裂又发生了两次劈裂. 当 $n = 1$ 时, 腔场谱呈现对称 5 峰结构, 其中位于 ω_0 处的共振峰最高, 而外侧两峰很低. 随着 n 的增大, 外侧两峰逐渐远离中心且高度迅速降低而消失, 内侧两峰逐渐升高并向中央靠近. 当 n 很大时, 3 峰重合在 ω_0 处, 腔场谱

中只有一个共振峰(见图 2(a)). 这种级联三能级系统的腔场谱与两个二能级原子系统的谱结构^[10]相比, 二者在弱场条件下十分相似, 但在强场条件下有明显差别, 后者内侧两峰随 n 增大趋近于两个定值而不是趋近于 ω_0 , 因而始终保持对称 3 峰结构.

(12) 式表明, 若光场初态为光子数态的叠加态, 腔场谱也是数态光场腔场谱的叠加结果. 当初始光场处于相干态时, 腔场谱的计算结果如图 2(b) 所示. 真空场拉比峰仍为 4 个, 但在平均光子数 \bar{n} 很小时, 即出现频率为 ω_0 的共振峰, 形成 5 峰结构. 在 \bar{n} 约为 0.5 时, 可以出现 7 个峰. 随初始场强的继续增大, 边峰向中央靠拢, 峰个数会逐渐减少, 中心峰迅速升高. 到 $\bar{n} > 8$ 时, 就只有位于 ω_0 处的单峰.

在平均光子数 $\bar{n} < 1$ 时, 压缩真空态的腔场谱与相干态的谱结构相同. 当 $\bar{n} > 1$ 时, 压缩真空态的腔场谱中除了较高的中心峰外, 仍可见到 4 个较低的边峰, 这种 5 峰结构一直到 \bar{n} 约为 5 时都可以出现. 在初始场很强时, 压缩真空态的谱也只有频率为 ω_0 的共振谱线(图 2(c)).

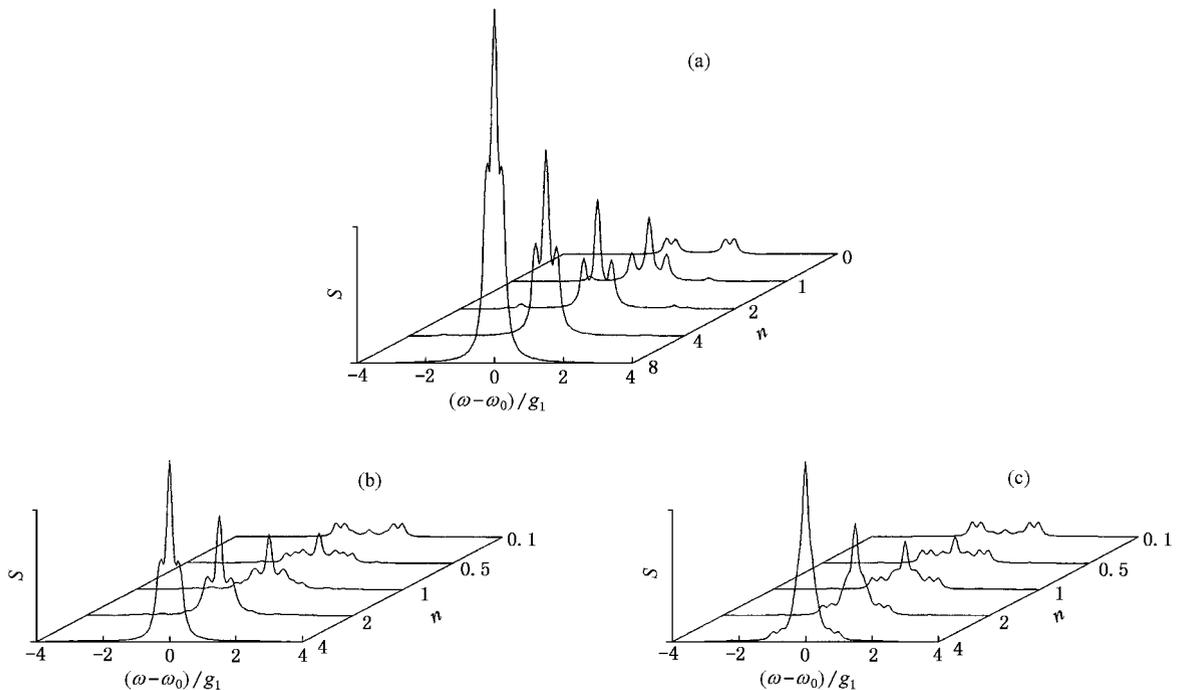


图 2 初始光场改变对腔场谱的影响 (a) 光子数态 (b) 相干态 (c) 压缩真空态.

$\Gamma = 0.2g_1$, $T = 20g_1^{-1}$, $\delta = 0$, $R = 1$

应该说明, 本文在利用(12)式进行数值计算时, 求和只算了 $n = 0-200$, 但所得结果已经十分精

确. 因为即便计算时取 $n = 0-100$, 得到的图形与现在的结果就已经看不出差别.

3.2. 失谐量对腔场谱的影响

对于二能级系统,可以通过调节腔场共振频率使之与原子的跃迁频率相等,但对于级联三能级系统,失谐量 Δ 不为零则更接近实际情况.下面仍取原子初态处于上能级且 $g_1 = g_2$ 进行数值计算,其结果由图 3 给出.对真空态腔场谱(图 3(a)),失谐量的影响最为灵敏,在相对失谐量 $\delta = 0$ 时,真空场拉比峰为 4 个,但随 δ 的增大,低频两峰则逐渐分离,高频两峰合并,拉比峰变为 3 个.在初始场不是真空态时, δ 对腔场谱的影响不灵敏,即使初始场较弱时(例如 $n = 2$)这一影响也不太明显(图 3(b)).当初始光场较强时,腔场谱中只有频率为 ω_0 的共振峰,此时 δ 的改变对光谱结构基本无影响.

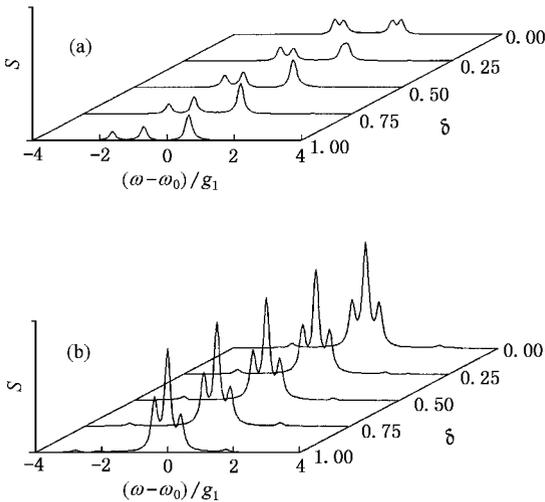


图 3 单光子失谐量对腔场谱的影响 (a) $n = 0$ (b) $n = 2$.

$\Gamma = 0.2g_1, T = 20g_1^{-1}, R = 1$

3.3. 耦合系数对腔场谱的影响

本节仍取 $\delta = 0$ 并只讨论初始场为真空的情况(见图 4).在 $R = 0$ 时,腔场谱只有 2 个拉比峰,这是由于此时原子 $|2\rangle - |3\rangle$ 能态之间的跃迁与光场无耦合,原子退化为二能级的缘故.在 R 较小时,真空场的拉比峰为 6 个,随着 R 增大,最外侧 2 峰迅速消失,其他 4 峰两两靠拢,在 $R \approx 0.8$ 时合并为 2 峰.之后,又劈裂为 4 峰并随 R 增大而逐渐分离,峰高逐渐降低.由于 g_1 与 g_2 在系统中所处的地位不对称,所以 R 与 $1/R$ 等于相同数值时所对应的谱结构明显不同.当 $R \gg 1$ 时,各峰高度都很小以至于无法

观察到,腔内光场趋于真空,表明原子已几乎被束缚在上能级,这一点可以由系统状态时间演化过程进一步说明.

$$\begin{aligned} |\Phi(t)\rangle &= e^{-iHt} |\Phi(0)\rangle \\ &= e^{-iHt} |1, 0\rangle \\ &= \left[1 - \frac{1 - \cos(\sqrt{1 + 2R^2} g_1 t)}{1 + 2R^2} \right] |1, 0\rangle \\ &\quad - i \frac{\sin(\sqrt{1 + 2R^2} g_1 t)}{\sqrt{1 + 2R^2}} |2, 1\rangle \\ &\quad + \sqrt{2} R \frac{\cos(\sqrt{1 + 2R^2} g_1 t) - 1}{1 + 2R^2} |3, 2\rangle. \end{aligned}$$

可见随着 R 的增大,原子处在上能级的概率也增大.

由于 R 的变化会灵敏地影响光谱结构,而 g_1 与 g_2 的相对大小又与原子跃迁偶极矩成正比.这为我们在实验上利用光谱来测量相对耦合系数和原子跃迁偶极矩提供了一种方法.

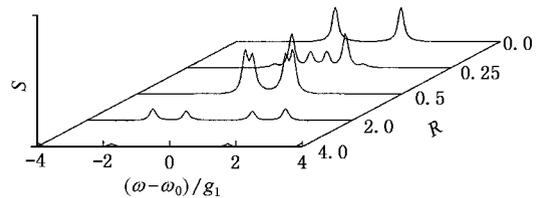


图 4 耦合系数对真空态腔场谱的影响 $\Gamma = 0.2g_1, T = 20g_1^{-1}, \delta = 0, n = 0$

3.4. 原子处于中能级的腔场谱

设原子初态处于中能级而光场为光子数态,即取

$$|\Phi(0)\rangle = |2, n\rangle = |\Psi_2^{n-1}\rangle,$$

腔场谱计算公式(13)–(15)中只须作简单的代换: $C_{j1}^n \rightarrow C_{j2}^n, n \rightarrow (n-1)$.为了方便,取 $\delta = 0, R = 1$ 进行数值计算,结果如图 5 所示.在初始场为真空时,腔场谱只有 2 个拉比峰,随着初始场强的增大,2 峰逐渐靠近共振频率 ω_0 ,在 n 很大时,腔场谱中只有频率为 ω_0 的共振峰.这种谱结构与标准 J-C 模型的腔场谱^[13]很相似.进一步分析腔场谱计算公式可知,此时谱结构与二能级系统等效,等效拉比频率为 $\sqrt{2n+3}g_1$ (J-C 模型的拉比频率为 $\sqrt{n+1}g$).

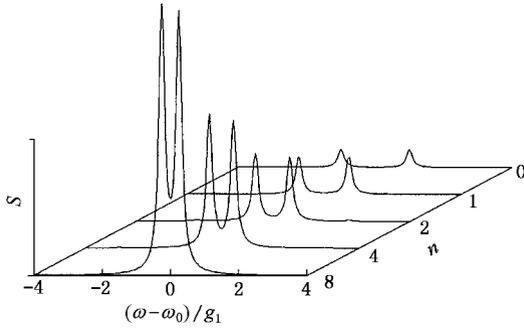


图5 原子初态处在中能级时的腔场谱 $\Gamma = 0.2g_1$, $T = 20g_1^{-1}$, $\delta = 0$, $R = 1$

4. 结 论

处在上能级的级联型三能级原子进入单模腔后,真空场的拉比峰最多为6个,随相对耦合系数 R 的增大,峰个数的变化规律为 $2 \rightarrow 6 \rightarrow 4 \rightarrow 2 \rightarrow 4$,在 $R \gg 1$ 时,原子几乎被束缚在上能级,场中所有的拉比峰都将消失.在初始场较弱时,腔场谱可出现3峰、5峰或7峰.在初始场很强时,腔场谱中只有唯一的经典共振峰.单光子失谐量 Δ 只对真空场的腔场谱影响明显.如果三能级原子与腔场的两个耦合系数相等并且初态处在中能级,则腔场谱与标准 J-C 模型的谱结构相似,其等效拉比频率为 $\sqrt{2n+3}g_1$.

- [1] Pinkse P W H , Fischer T , Maunz P *et al* 2000 *J. Mod. Opt.* **47** 2769
- [2] Doherty A C , Lynn T W , Hood C J *et al* 2001 *Phys. Rev. A* **63** 13401
- [3] Turchette Q A , Thompson R J , Kimble H J 1995 *Appl. Phys. B* **60** S1
- [4] Mabuchi H , Doherty A C 2002 *Science* **298** 1372
- [5] Chai C L , Li F L , Zhang Z M 1990 *Phys. Lett. A* **150** 85
- [6] Guo H , Li G X , Peng J S 2000 *Acta Phys. Sin.* **49** 887 (in Chinese) [郭红、李高翔、彭金生 2000 物理学报 **49** 887]
- [7] Feng J , Wang J S , Gao Y F *et al* 2001 *Acta Phys. Sin.* **50** 1279 (in Chinese) [冯健、王继锁、高云峰等 2001 物理学报 **50** 1279]
- [8] Nasreen T , Razmi M S K 1993 *J. Opt. Soc. Am. B* **10** 1292
- [9] Ashraf M M 1994 *Phys. Rev. A* **50** 5116
- [10] Gao Y F , Feng J , Song T Q 1999 *Acta Phys. Sin.* **48** 1650 (in Chinese) [高云峰、冯健、宋同强 1999 物理学报 **48** 1650]
- [11] Gao Y F , Feng J , Shi S R 2002 *Int. J. Theor. Phys.* **41** 867
- [12] Thompson R J , Rempe G , Kimble H J 1992 *Phys. Rev. Lett.* **68** 1132
- [13] Li F L , Gao S Y , Zhao Y T 2003 *Chin. Phys.* **12** 872
- [14] Li X S , Lin D L , Gong C D 1987 *Phys. Rev. A* **36** 5209
- [15] Li X S , Liu Z D , Gong C D 1987 *Acta Phys. Sin.* **36** 1652 (in Chinese) [李孝申、刘正东、龚昌德 1987 物理学报 **36** 1652]
- [16] Liu S Q , Guo Q , Tao X Y *et al* 1998 *Acta Phys. Sin.* **47** 1481 (in Chinese) [刘三秋、郭琴、陶向阳等 1998 物理学报 **47** 1481]
- [17] Liu X , Fang M F , Liu A L 2000 *Acta Phys. Sin.* **49** 1707 (in Chinese) [刘翔、方卯发、刘安玲 2000 物理学报 **49** 1707]
- [18] Eberly J H , Wodkiewicz K 1977 *J. Opt. Soc. Am.* **67** 1252

Cavity field spectrum of a cascade three-level atom interacting with a single-mode field *

Gao Yun-Feng¹⁾ Feng Jian^{2 B)} Wang Ji-Suo^{2 B)}

¹⁾ College of Educational Technology and Massmedium, Liaocheng University, Liaocheng 252059, China)

²⁾ Institute of Optical Communication, Liaocheng University, Liaocheng 252059, China)

³⁾ State Key Laboratory of Magnetic Resonance and Atomic and Molecular Physics, Wuhan Institute of Physics and Mathematics, Chinese Academy of Sciences, Wuhan 430071, China)

(Received 26 September 2003 ; revised manuscript received 26 November 2003)

Abstract

The cavity field spectrum of a cascade three-level atom interacting with a single-mode field in an ideal cavity is investigated. When the atom is in the upper level and the field is vacuum initially, the number of Rabi peaks changes according to $2 \rightarrow 6 \rightarrow 4 \rightarrow 2 \rightarrow 4$ with the increase of $R = g_2/g_1$, and all Rabi peaks disappear for $R \gg 1$. Three-peak, five-peak or seven-peak structure appear for weak initial fields, and single resonance peak appears for a strong field. When the atom is in the middle level initially, the cavity field spectrum is of a two-peak structure with $R = 1$ as the spectrum of Jaynes-Cummings model.

Keywords : cascade three-level atom, single-mode field, cavity field spectrum

PACC : 4250, 3280

* Project supported by the Natural Science Foundation of Shandong Province, China (Grant No. Y2002A05).