

钨丝阵等离子体 Z 箍缩的数值模拟*

段耀勇 郭永辉 王文生 邱爱慈

(西北核技术研究所, 西安 710024)

(2003 年 6 月 24 日收到, 2003 年 11 月 4 日收到修改稿)

采用二维三温磁流体力学模型, 模拟了“强光一号”加速器上钨丝阵箍缩实验, 给出了等离子体密度和温度时空分布的特点, 分析了磁场以及电流密度的演化, 计算出的 x 射线功率随时间变化与实测结果基本相符. 计算结果为等离子体的诊断提供了有用的信息. 此外, 还讨论了 Z 箍缩辐射磁流体力学数值模拟中的相关参数和数值方法问题.

关键词: 钨丝阵, Z 箍缩, 数值模拟

PACC: 5255E, 5265, 4765

1. 引言

Z 箍缩是脉冲功率加速器提供的电流沿等离子体柱或壳的外层流过产生一角向磁场, 等离子体柱或壳层在此磁场作用下径向内爆. 近年来快 Z 箍缩内爆等离子体套筒和丝阵的研究取得了很大的进展, Z 机器上 20 MA 进行的钨丝阵箍缩实验^[1], 得到的 x 射线峰值功率超过了 200 TW, x 射线能量达到 2 MJ. 这些由 Z 箍缩产生的强大 x 射线, 可以应用于研究材料的软 x 射线效应, 研究与惯性约束聚变相关的辐射对称化技术; 这种辐射源还可以用于研究材料的不透明度、极端温度和压强下材料的状态方程以及其他基础物理性质等^[2]. 由于应用前景广阔, 近年来受到了高度重视^[3].

本文采用二维三温辐射磁流体力学模型, 结合“强光一号”加速器上钨丝阵 Z 箍缩实验的典型参数, 模拟了我们当前正在进行的箍缩实验. 由于 Z 箍缩的物理过程很复杂: 一方面是 Z 箍缩等离子体处于高度非线性流体力学状态; 另一方面与 Z 箍缩内爆相关的原子、电离和辐射物理增加了另一层次的复杂性. 如果希望得到比较合乎实际的物理结果, 一方面需要比较精确的有关等离子体的输运参数、光学不透明度和物质状态方程; 另一方面要求高精度的数值方法, 而这两个方面仍然是当前研究工作

的重要方向. 本文所采用的物理参数比较粗略, 数值方法的精度也不很高, 一般根据实际计算的效果和经验来决定取舍. 我们当前的模拟程序在不考虑磁流体力学不稳定性细节的前提下, 仍可以得到 Z 箍缩等离子体温度、密度随时间变化的主要趋势, 给出与实测 x 射线功率基本一致的结果, 但这些结果只能从定性上去理解. 此外, 有些在实验中不易测量的参数, 例如磁场、电流密度的分布及数量级等, 对诊断工作可能提供有益的参照.

2. 数学模型、物理参数和数值算法概述

我们采用了 Peterson 等^[4]给出的二维三温模型. 该模型主要包括质量连续方程、r 和 z 方向的动量守恒方程、电子能量方程、离子能量方程、磁感应方程以及在扩散近似条件下辐射能量方程. 我们没有使用外部电路方程, 外部电路方程是为磁感应方程提供磁场计算的边界条件. 我们在计算中将实测脉冲电流用正弦函数表达, 这种近似考虑了电流脉冲的幅度和电流上升时间, 这两个电流参数在实验测量上是比较可靠的, 然后借助安培环路定理直接确定计算边界磁场随时间的变化. 具体方程组如下^[4]:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\frac{\alpha(\rho u)}{\partial z} - \frac{1}{r} \frac{\alpha(\rho v r)}{\partial r}, \quad (1)$$

* 国家自然科学基金重点项目(批准号: 10035020)资助的课题.

$$\frac{\partial(\rho v)}{\partial t} = -\frac{1}{r} \frac{\partial(\rho r v^2)}{\partial r} - \frac{\partial(\rho v u)}{\partial z} - \frac{\partial p}{\partial r} - \frac{B_\theta}{4\pi r} \frac{\partial(r B_\theta)}{\partial r} - \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{D_R}{\lambda c} a T_R^4 \right), \quad (2)$$

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial t} = -\frac{1}{r} \frac{\partial(\rho r v u)}{\partial r} - \frac{\partial(\rho u^2)}{\partial z} - \frac{\partial p}{\partial z} - \frac{B_\theta}{4\pi r} \frac{\partial(r B_\theta)}{\partial z} - \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{D_R}{\lambda c} a T_R^4 \right), \quad (3)$$

$$\frac{\partial(\rho \epsilon_e)}{\partial t} = -\frac{1}{r} \frac{\partial(\rho r v \epsilon_e)}{\partial r} - \frac{\partial(\rho u \epsilon_e)}{\partial z} - p_e \left(\frac{\partial(r v)}{r \partial r} + \frac{\partial u}{\partial z} \right) + \eta J^2 + \dot{q}_{e,rad}, \quad (4)$$

$$\frac{\partial(\rho \epsilon_i)}{\partial t} = -\frac{1}{r} \frac{\partial(\rho r v \epsilon_i)}{\partial r} - \frac{\partial(\rho u \epsilon_i)}{\partial z} - p_i \left(\frac{\partial(r v)}{r \partial r} + \frac{\partial u}{\partial z} \right) + \dot{q}_{shock,i} + \dot{q}_{i,rad}, \quad (5)$$

$$\frac{\partial(a T_R^4)}{\partial t} = -\frac{\partial(r v a T_R^4)}{r \partial r} - \frac{\partial(u a T_R^4)}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r D_R \frac{\partial(a T_R^4)}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(D_R \frac{\partial(a T_R^4)}{\partial z} \right) + \kappa_p \rho a c (T_e^4 - T_R^4), \quad (6)$$

$$\frac{\partial B_\theta}{\partial t} = -\frac{\partial(u B_\theta)}{\partial z} - \frac{\partial(v B_\theta)}{\partial r} + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\eta c^2}{4\pi} - \frac{\partial B_\theta}{\partial z} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\eta c^2}{4\pi r} \frac{\partial(r B_\theta)}{\partial r} \right), \quad (7)$$

式中 ρ 是等离子体质量密度, v 是径向速率(r 方向), u 是轴向速率(z 方向), $p = p_e + p_i$ 是电子和离子压强之和, 电子和离子的单位质量内能分别为 ϵ_e 和 ϵ_i ; T_e , T_i 和 T_R 分别代表电子、离子和辐射的温度; B_θ 代表环向磁通量(由于磁通量只有一个分量, 下面图中用 B 表示 B_θ); D_R 是限流辐射扩散系数, λ 为 Rosseland 平均自由程, c 为光速, a 为 Stefan-Boltzmann 常数; η 是等离子体电阻率; κ_p 是 Planck 平均不透明度, $\mathbf{J} = \mathbf{J}_z + \mathbf{J}_r$ 是等离子体 r 方向和 z 方向电流密度的矢量和

$$J_z = \frac{c}{4\pi r} \frac{\partial(r B_\theta)}{\partial r},$$

$$J_r = -\frac{c}{4\pi r} \frac{\partial(r B_\theta)}{\partial z};$$

$\dot{q}_{shock,i}$ 是人工黏性加热项, 在动量方程(2)(3)中, 人工黏性项没有明显写出, 其具体表达式见文献[8], 方程(4)中,

$$\dot{q}_{e,rad} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r K_e \frac{\partial T_e}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(K_e \frac{\partial T_e}{\partial z} \right) - \kappa_p \rho a c (T_e^4 - T_R^4) + K_{ei} (T_i - T_e), \quad (8)$$

其中 K_e 是电子的热导率, K_{ei} 是电子-离子耦合系数. 方程(5)中,

$$\dot{q}_{i,rad} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r K_i \frac{\partial T_e}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(K_i \frac{\partial T_e}{\partial z} \right) - K_{ei} (T_i - T_e), \quad (9)$$

其中 K_i 是离子的热导率.

本文中等离子体电阻率、电子、离子热导率、电子-离子能量耦合系数等均为 Braginskii 得出的经典值^[5]. 钨等离子体 Rosseland 和 Planck 平均不透明度的拟合公式分别为^[6]

$$\kappa_R = 244.12 T_e^{-1.119} \rho^{0.005},$$

$$\kappa_P = 646.40 T_e^{-1.225} \rho^{0.199},$$

其中 κ_R 和 κ_P 的单位是 cm^2/g , 电子温度 T_e 单位是 keV, 等离子体质量密度 ρ 的单位是 g/cm^3 . 尽管 Z 箍缩等离子体密度和温度范围与上述拟合公式所要求的范围并不完全一致, 但我们仍假设它们是适用的. 这主要是因为等离子体不透明度本身无论从实验测量还是理论计算方面均有巨大的复杂性^[7], 使用简单的拟合公式是迫不得已, 当然也考虑到计算上的便利. 钨等离子体的状态方程均采用理想气体状态方程来近似. 辐射磁流体力学数值模拟中这些参数本身构成了等离子体原子物理学的重要组成部分. 在实际计算中, 根据物理上和数值上的理由进行了适当调整是必要的.

在数值求解辐射磁流体力学方程组中, 我们主要采用了算子分裂法^[8], 将多维问题分解成一维问题处理, 然后将一维问题进一步分解为对流部分、扩散部分等一系列子方程, 再根据它们不同性质采用不同的数值格式加以求解. 这种分解方法一方面可以分开考虑不同性质对应的不同数值格式, 另一方面可以方便地利用一维数值方法便于编程的特点. 此外, 还可以根据试算的效果改变任意子步骤的数值算法, 同时保持程序变动不大. 需要特别注意的是, 要求合理处理等离子体压缩过程中形成的近似真空区域, 这个真空区域处于等离子体与计算边界之间, 并且随着内爆的进行, 该区域在不断地扩大. 在早期等离子体焦点装置模拟^[9]和近年来 Z 箍缩模拟^[3]中都受到了特别的关注. 因为在内爆过程中, 这个区域的等离子体密度将变得越来越低, 而该区域的磁场至少在早、中期是很大的. 其结果是, 该区域的 Alfvén 速度 $v_A = B/\sqrt{4\pi\rho}$ 将极大(其中 B 表

示 Z 箍缩中的角向磁场), 无法满足数值计算中 Courant 稳定条件, 而且还会形成过大的等离子体速度梯度. 在数值捕捉激波的过程中, 过大的速度梯度就导致局部温度的急剧上升, 由于离子热导率比电子热导率小几个数量级, 首先离子温度在局部区域溢出, 使计算无法进行下去. 至少对 Euler 方式的流体模拟而言, 改变这个低密度等离子体区域的计算是必须的. 物理上, 真空区域不能承载传导电流(磁流体学方程一般忽略位移电流), 人为控制该区域的电流密度是比较容易做到的, 要求低密度等离子体不受磁压的影响或者影响很小, 而这对等离子体密度集中区域的影响是轻微的.

在等离子体 Z 箍缩过程中, 密度的变化处在 10^{-8} — 10^{-2} g/cm^3 之间, 速度分布大约在 0 — 10^8 cm/s , 温度变化范围是 1 eV— 1 keV, 由此可以看到变化的剧烈程度. 必须根据物理上的判断人为控制极端条件下物理量的数值, 因为任何有效的算法都是针对某种或某些具体的物理变化设计的, 实际数值模拟中往往采用各种数值方法, 根据实际计算效果决定取舍, 例如著名 LASNEX 编码的设计^[10].

3. “强光一号”上钨丝阵等离子体箍缩的数值分析

3.1. 初始状态的设置

本文根据“强光一号”加速器上钨丝阵等离子体箍缩的实验参数, 模拟了当前钨丝阵的内爆情况. 具体模拟参数如下: 圆筒状钨丝阵由直径为 1.8 cm、高度为 2 cm 的 10 根钨丝构成, 每根钨丝的直径为 8 μm , 总质量为 0.194 mg. 流过负载的电流峰值为 1.6 MA, 电流脉冲的上升时间约 120 ns.

我们近似用半个周期的正弦函数模拟通过钨丝阵等离子体的电流, 波动的幅度为 1.6 MA, 周期为 480 ns, 这样在 120 ns 时刻电流达到峰值. 选取的 z - r 区域为 2.0 cm \times 0.9 cm. 计算的空间步长为 0.01 cm, 时间步长为 0.1 ns. 初始丝阵等离子体被设置为 z 向均匀、 r 方向逐渐变大的等离子体环, 初始密度 $\rho_0(r, z) = \alpha r^\beta$ (其中 α, β 为常数). 在下面的算例中选取 $\beta = 2$ 通过要求总质量为 0.194 mg 就得到 α 的值. 选取这样的初始构型, 一方面考虑了汽化后丝阵等离子体在轴附近密度应该较低, 外层密度应当较

高的特点; 另一方面由于 Euler 方式的流体计算, 质量密度不能为零. 在计算中, 如果出现密度小于某个确定的下限值(例如 10^{-8} g/cm^3) 就强行令该处的密度为该下限值. 令初始等离子体的温度为 5 eV, 并且要求计算中若出现小于 5 eV 的温度值, 则令该处的温度等于 5 eV. 这主要考虑到很多经典等离子体输运参数公式在温度过低时不能使用.

3.2. 模拟结果和分析

图 1 和图 2 分别是计算所得的 x 射线功率和实测 x 射线功率随时间的变化情况. 比较实测与计算出现的峰值和脉冲半高全宽(FWHM)可以看出, 计算所得的 x 射线功率峰值约为 4×10^{11} W, 比实测值要大一些; FWHM 约为 50 ns, 比实测值略窄. 总 x 射线能量两者基本一致, 约 20 kJ. 至于计算所得的 x 射线峰值功率对应的时刻与相应实测位置的差别, 一方面来源于两者选取零时刻参照有差异, 另一方面是因为磁场从计算边界输入, 这会引入延迟效应. 磁场在等离子体区域中的扩散速度 $v_{DB} = \eta c^2 / 4\pi L$, 正比于等离子体的电阻率(其中 η 是等离子体的电阻率, L 是磁场扩散的距离, c 是光速). 物理上, 接近于真空密度的等离子体, 其电阻率趋于无穷大, 所

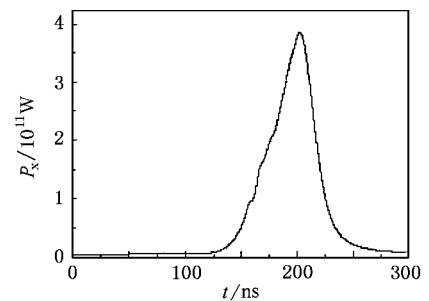


图 1 计算所得 x 射线功率随时间的变化

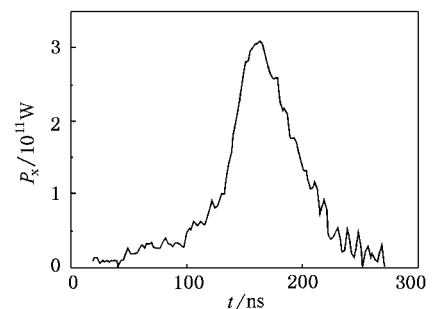


图 2 测量所得 x 射线功率随时间的变化

以往人为增大低密度区域经典等离子体电阻率数值(经典等离子体电阻率近似与等离子体密度无关).当电阻率增大时,磁场扩散速度就增大,计算边界处的磁场很快到达等离子体表面而加速等离子体,这样就会使等离子体内爆的时间缩短.但实际操作中如何确定增大的倍数未见有统一的标准.此外,扩大计算边界与等离子体主体之间的电阻率很容易引起数值不稳定,所以我们在钨丝阵内爆模拟中就没有扩大电阻率.这样计算出的 x 射线暴发的时刻就比实际时刻滞后些.

图 3 给出的是 z 轴中点处等离子体的密度随时间的分布.由轴中点处的密度随时间的变化可以看出,箍缩最紧时刻约在 171 ns,这时对应密度最大,该密度值是平均密度($3.8 \times 10^{-5} \text{ g/cm}^3$)的 10^3 倍.图 4 是 171 ns 时刻通过轴中点的质量密度径向分布,质量主要集中在半径为 0.1 cm 的范围内.171 ns 时刻是质量压缩程度最大的时刻,但不是轴上温度最大的时刻.图 5 是轴中点处电子温度随时间的变化情况,可以看到温度的峰值时刻与 x 射线的峰值时刻基本一致(约 200 ns 时刻).这说明质量密度最大时刻和同一点温度最大时刻存在时间差,这个差值 $\Delta\tau$ 约为 30 ns,它对应于等离子体的热化时间.

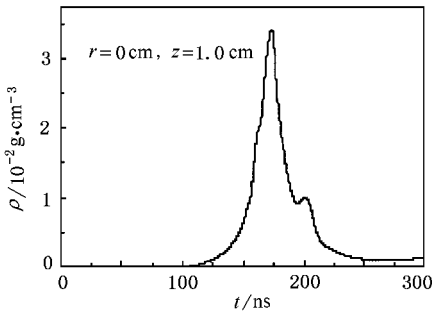


图 3 轴中点处等离子体密度随时间的变化

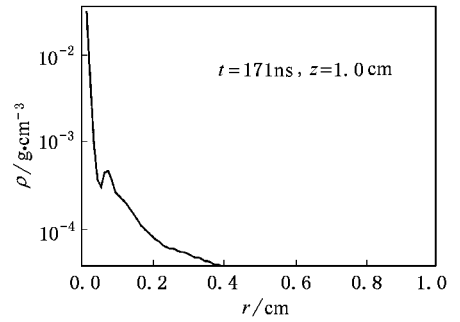


图 4 171 ns 时刻过轴中点平行于电极的密度径向分布

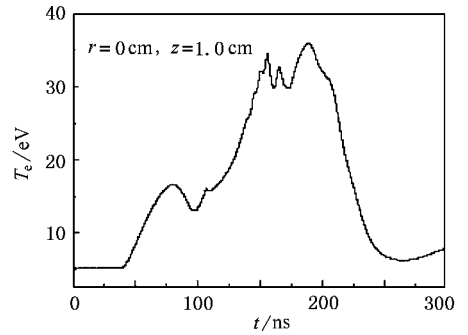


图 5 轴中点处电子温度随时间的变化

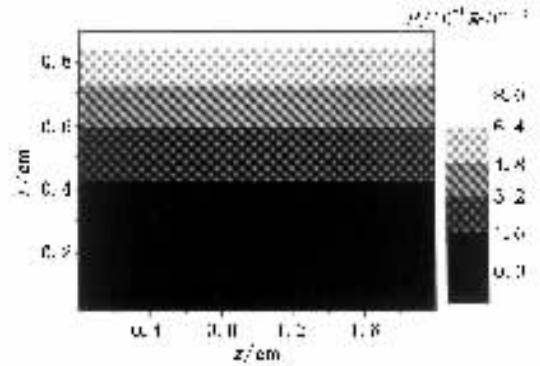


图 6 9 ns 时刻等离子体密度等值线

图 6—图 8 是等离子体密度分布等值线图,对应于 $t = 9, 90, 171 \text{ ns}$, 分别反映了内爆早期、中期和晚期的密度分布状态,从中可以形象地看出等离子体的箍缩过程.在早期 $t = 9 \text{ ns}$ 时刻,密度主要分布在离 z 轴较远的位置;当时间 $t = 90 \text{ ns}$ 时刻,等离子体主体部分达到 $r = 0.6 \text{ cm}$ 附近; $t = 171 \text{ ns}$ 时刻,等离子体主要集中在 z 轴上.由于没有人为引入密度微扰作为不稳定性的驱动源,因而压缩程度可能比实际情况要严重些.在二维模拟中,由于边界作用形成 z 方向的不均匀性,虽然没有考虑不稳定性细节,

但要比一维更接近于实际情况.

当初始等离子体密度分布近似为环状圆壳层时,由于在离 z 轴较远处密度高于轴附近区域的密度.在内爆早期,往往内层等离子体温度比较高而外层温度比较低.图 9 对应的是 $t = 90 \text{ ns}$ 时刻电子的温度分布.尽管 $t = 90 \text{ ns}$ 时刻,质量主要分布在 $r = 0.6 \text{ cm}$ 附近(见图 7),但此处的温度低于轴附近处的温度.可以这样来理解这种现象:在内层密度较低时,磁场已经扩散到该区域,引起该区等离子体径向速度比外层高,由于做功和黏性作用,等离子体温

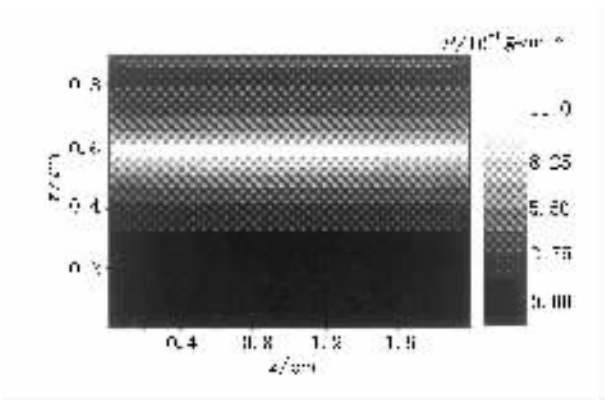


图 7 90 ns 时刻等离子体密度等值线

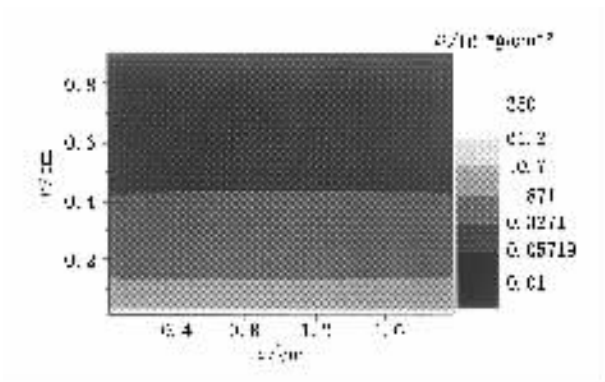


图 8 171 ns 时刻等离子体密度等值线

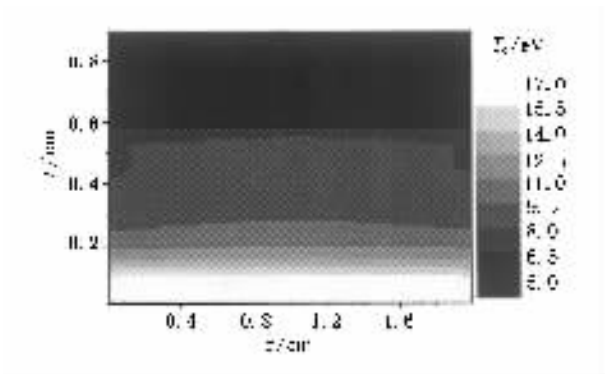


图 9 90 ns 时刻电子温度等值线

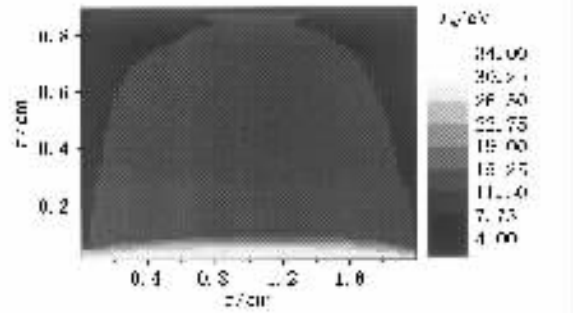


图 10 210 ns 时刻电子温度等值线

后期等离子体的外层边界.紧挨近轴处的磁场急剧下降,因为角向磁场的反对称性,要求轴上的磁场必须等于零.物理上可以这样形象地理解,因为轴两侧的磁场方向是相反的,当磁场扩散到轴上时,就发生了反方向磁场的融合现象.“强光一号”加速器上进行等离子体内爆实验时,角向磁场强度约为 35 T.

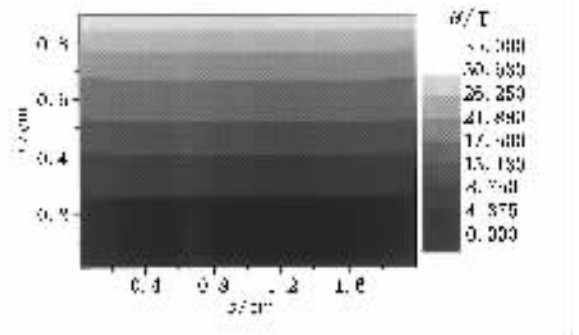


图 11 90 ns 时刻磁场强度等值线

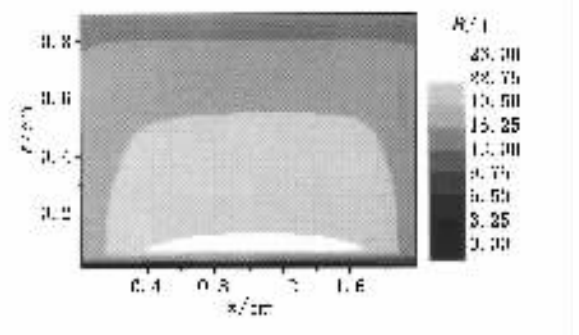


图 12 210 ns 时刻磁场强度等值线

度自然比密度高而速度小的外层区域高.随着内爆后期等离子体的热化,高温等离子体温度就集中于轴附近区域(见图 10),这时质量也主要处于该区域.从当前模拟的情况看,“强光一号”加速器磁内爆等离子体的温度较低(约 30—40 eV).

图 11 和图 12 分别是磁场在 $t = 90$ ns 和 $t = 210$ ns 的二维等值线分布图.在内爆早期,外层区域磁场强度大,分布的区域也比较宽;在晚期,磁场集中于 $r = 0.1$ cm 的半径内,该位置还可以看成是箍缩

为了对“强光一号”上钨丝阵等离子体箍缩中电流密度的分布及数量级有所了解,图 13 和图 14 分别给出了 $t = 90$ ns 和 $t = 210$ ns 时刻方向电流密度 J_z 的二维分布(一般情况下, r 方向电流比 z 方向电流密度要小几个数量级,对箍缩影响很小).在

$t = 90 \text{ ns}$ 时刻,电流密度主要分布在 $r = 0 \sim 0.6 \text{ cm}$ 之间的区域,幅度为 10^5 A/cm^2 ,外侧的电流很小.正如上述介绍算法时所要求的那样,外侧极低密度的等离子体不应该承载电流.箍缩后期电流在轴附近很窄的区域,但密度很高,达到 10^6 A/cm^2 的量级.

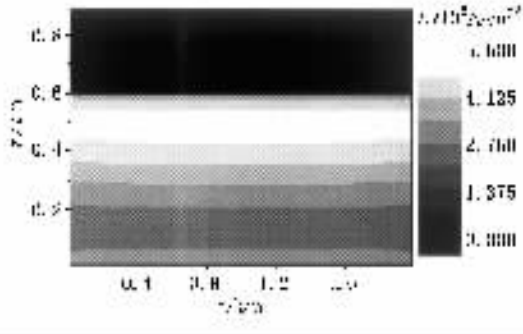


图 13 90 ns 时刻轴向电流密度等值线

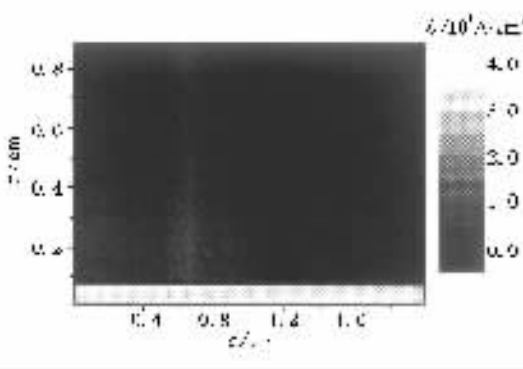


图 14 210 ns 时刻轴向电流密度等值线

4. 结 论

本文简要介绍了针对 Z 箍缩建立的二维三温辐射磁流体力学模型以及所采用的参数和算法,特别注意了数值处理等离子体箍缩中可能遇到困难.根据“强光一号”加速器上钨丝阵等离子体箍缩实验的具体参数,用该模型模拟了典型等离子体壳层的内爆过程,给出了与实测 X 射线功率随时间变化曲线大致相符的结果.文中所给出的各种物理量时间-空间分布及数量级,对等离子体内爆过程的诊断可能有参考价值.

从数值结果可以看出:就当前已进行的钨丝阵负载实验参数而言,X 射线的功率峰值约为 $4 \times 10^{11} \text{ W}$,FWHM 大约 50 ns,能量约 20 kJ.轴上最大压缩密度约 0.035 g/cm^3 ,X 射线暴发期间等离子体温度约为 40 eV.辐射期间等离子体质量主要聚集在半径为 0.1 cm 的范围内,由此可以推断径向压缩比约为 10.在内爆过程中,磁场强度由外侧向轴汇集,在内爆晚期主要集中在 $r = 0.1 \text{ cm}$ 的范围以内.轴向电流密度的时空分布与磁场类似.计算还表明:磁场压缩等离子体过程中,磁场扩散(与等离子体有限电阻率相关)和磁场对流(与磁场冻结相关)同时起作用.在当前条件下,由于等离子体温度较低,磁场扩散效应就比较显著(磁扩散系数正比于电阻率,电阻率 $\propto T_e^{-3/2}$),这不利于等离子体的压缩.

- | | |
|---|--|
| <p>[1] Spielman R B , Deeney C , Chandler G A <i>et al</i> 1998 <i>Phys. Plasmas</i> 5 2105</p> <p>[2] Sanford T W L , Mock R C , Nash T J <i>et al</i> 1999 <i>Phys. Plasmas</i> 6 1270</p> <p>[3] Ning C , Yang Z H , Ding N 2003 <i>Acta Phys. Sin.</i> 52 415 (in Chinese) 宁 成、杨震华、丁 宁 2003 <i>物理学报</i> 52 415]</p> <p>[4] Peterson D L , Bowers R L , Brownell J H <i>et al</i> 1996 <i>Phys. Plasmas</i> 3 368</p> <p>[5] Braginskii S I 1965 <i>Reviews of Plasma Physics</i> (Vol 1) Leontovich M A ed (New York : Consultants Bureau) p205</p> | <p>[6] Tsakiris G D , Eidmann K 1987 <i>J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer</i> 38 353</p> <p>[7] Salzmann D 1998 <i>Atomic Physics in Hot Plasmas</i> (New York , Oxford : Oxford University Press) p159</p> <p>[8] Bowers R L , Wilson J R 1991 <i>Numerical Modeling in Applied Physics and Astrophysics</i> (Boston : Jones and Bartlett Publishers) p61</p> <p>[9] Roberts K V , Potter D E 1970 <i>Methods in Computational Physics</i> (Vol 9) Alder B <i>et al</i> ed (New York : Academic Press) p339</p> <p>[10] Harte J A , Alley W E , Bailey D S <i>et al</i> 1996 <i>Inertial Confinement Fusion</i> 6 (Special Issue) 150</p> |
|---|--|

Numerical simulation of tungsten wire-array pinch plasma ^{*}

Duan Yao-Yong Guo Yong-Hui Wang Wen-Sheng Qiu Ai-Ci

(*Northwest Institute of Nuclear Technology, Xi'an 710024, China*)

(Received 24 June 2003 ; revised manuscript received 4 November 2003)

Abstract

A two-dimensional , three-temperature radiation magneto-hydrodynamics model is applied to the simulation of tungsten wire-array plasma implosion based on the real experimental parameters of the Qiangguang-1 generator. The spatial-temporal evolutions of the plasma density and temperature are presented , and the characteristic of the magnetic field and current density is analyzed and summarized. The calculated x-ray power curve is approximately in agreement with the corresponding measured one . All these predicted quantities are conducive to the plasma diagnoses of *Z*-pinches . In addition , some of physical parameters and numerical schemes related to this simulation are discussed also .

Keywords : tungsten wire-array , *Z*-pinch , numerical simulation

PACC : 5255E , 5265 , 4765

^{*} Project supported by the Key Program of the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 10035020).