

偏离束腰入射对非局域非线性介质中 高斯光束演化的影响^{*}

郭 旗[†] 许超彬

(华南师范大学信息光电子科技学院传输光学实验室, 广州 510631)

(2003 年 11 月 27 日收到 2004 年 1 月 16 日收到修改稿)

从 $1+1$ 维强非局域模型出发, 讨论了偏离束腰入射的高斯光束在非局域非线性介质中的传输特性, 得到了精确的解析解. 结果表明, 在聚焦介质中偏离束腰入射时, 不论入射功率多大, 光束束宽将发生周期性波动, 光孤子不复存在. 这与从高斯光束束腰入射的情况有本质的不同; 入射功率决定了光束平均束宽的大小, 入射位置决定了光束初始的演化趋势. 比较了在入射位置相同的条件下, 聚焦介质、散焦介质和线性均匀介质中光束的演化, 给出了“空间啁啾”的定义, 偏离束腰入射的物理本质是光束的不同入射位置对应不同的初始空间啁啾. 空间啁啾的概念, 可以从一个全新的角度来定性地讨论光束演化过程.

关键词: 非局域非线性介质, 空间光孤子, 高斯光束

PACC: 4265S

1. 引 言

近年来人们对非局域非线性介质中空间光孤子的性质在理论上和实验上都展开了广泛的研究^[1-12]. Snyder 和 Mitchell 提出了孤子传输的线性模型, 对极强非局域非线性介质中光束束宽的演化进行了研究, 发现了“线性”孤子 (accessible solitons) 的存在^[1] (accessible solitons 的直译是“容易得到的 (容易处理的) 孤子”. 因为此种孤子由线性方程描述 (虽然其本质仍然是非线性的), 相对于由非线性薛定谔方程描述的孤子而言, accessible solitons 更容易处理, 我们将其转译为“线性 (空间光) 孤子”). 但是他们的工作对传输过程中光束的相位问题完全没有涉及. Guo 等提出了非局域非线性介质中的强非局域模型^[10], 对光束传输过程中束宽和相位的演化都进行了研究, 并且发现强非局域非线性介质中空间光孤子具有很大的相位改变^[10]. 同时, 谢逸群和郭旗还讨论了从强非局域模型到 Snyder-Mitchell 线性模型的转化条件, 并研究了孤子相互作用时的相位演化^[12]. 但是, 他们研究的都是从高斯光束束腰入射的情况.

高斯光束的束宽 $w(z)$ 对纵向传输坐标 z 的一阶导数 dw/dz 在不同的位置有不同的值. 图 1 表示高斯光束在束腰附近的演化情况, 从图中可以看出在束腰处 $dw/dz = 0$, 在束腰前 $dw/dz < 0$, 在束腰后 $dw/dz > 0$.

据我们所知, 到目前为止, 非线性介质中高斯光束偏离束腰入射时光束的演化规律还没有人解析地讨论过, 以至于 Guo 等认为偏离束腰入射的高斯光束和从束腰入射的高斯光束的传输特性没有本质的不同^[10]. 本文从 $1+1$ 维强非局域模型出发, 解析地讨论了强非局域聚焦介质中偏离束腰入射时光束的传输特性. $1+1$ 维模型描述的是光束在平面波导中传输时满足的规律, 其中 1 维代表传输方向 (纵向), 另一维代表垂直于纵向的横向方向. 由于平面波导约束了三维空间的一维, 因而其只有两维自由度. 结果表明, 偏离束腰入射时, 不论入射功率多大, 光束束宽将发生周期性波动, 光孤子不复存在. 这与从束腰入射的高斯光束的传输特性有本质的不同. 本文讨论了入射功率和入射位置对光束演化的影响. 结果表明, 入射功率决定了光束平均束宽的大小, 入射功率越大光束平均束宽就越小; 入射位置决定了光束的初始演化趋势, 从束腰前入射光束将首

^{*} 广东省自然科学基金团队项目 (批准号 20003061), 广东省自然科学基金 (批准号 011455 和 031516) 资助的课题.

[†] E-mail: guoq@scnu.edu.cn

先压缩,从束腰后入射光束将首先扩展,向前偏离束腰越远,初始时压缩趋势就越大,向后偏离束腰越远,初始时扩展趋势就越大.本文还比较了强非局域散焦介质、线性均匀介质和强非局域聚焦介质中光束束宽的演化,讨论了偏离束腰入射的物理本质.偏离束腰入射本质上是存在初始“空间啁啾”,正的初始“空间啁啾”导致光束压缩,负的初始“空间啁啾”导致光束展宽.

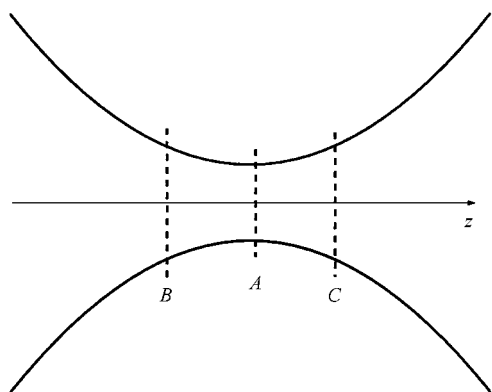


图1 高斯光束在束腰附近的演化:A处表示高斯光束的束腰,此处 $dw/dz = 0$;B处表示束腰前,此处 $dw/dz < 0$;C处表示束腰后,此处 $dw/dz > 0$

2. 强非局域模型概述

文献[10]提出了非局域非线性介质中的强非局域模型.由于本文投寄时文献[10]还没有问世,并且在本文中需要用到相关的结论,故在此对其主要结果作一概述.

所谓强非局域非线性介质,是指满足条件 $u(z) < w_m$ 的介质,其中 $u(z)$ 是光束束宽, w_m 是材料响应函数的特征宽度.非局域非线性介质中的 1+1 维强非局域模型如下:

$$i \frac{\partial \psi}{\partial z} + \mu \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \rho R_0 P_0 \psi - \frac{1}{2} \rho \gamma P_0 x^2 \psi - \frac{1}{2} \rho \gamma \psi \int_{-\infty}^{+\infty} |\psi(x', z)|^2 x'^2 dx' = 0, \quad (1)$$

其中 $\mu = 1/2k$, $\rho = k\eta$, $k = \omega n_0/c$, n_0 是材料的线性折射率, η 是介质常数 ($\eta > 0$ 表示聚焦介质, $\eta < 0$ 表示散焦介质), x 是横向空间坐标, z 是光束的传输轴. $R(x)$ 是介质的非线性响应函数, $R_0 = R(0)$, $\gamma = -R''_0 > \alpha R''_0$ 是 $R(x)$ 对 x 的二阶导数在 $x = 0$ 处的值, P_0 是入射功率.方程(1)有如下高斯形式

的精确解:

$$\psi(x, z) = \frac{\sqrt{P_0} \exp[i\theta(z)]}{[\sqrt{\pi} u(z)]^2} \exp\left[-\frac{x^2}{2u(z)} + i\alpha(z)x^2\right]. \quad (2)$$

光束束宽 $u(z)$ 由以下方程描述:

$$\frac{1}{\mu} \frac{d^2 y}{dz^2} - \frac{4\mu}{w_0^4 y^3} + 2\rho\gamma P_0 y = 0, \quad (3)$$

其中 $y(z) = u(z)/w_0$ 是归一化的束宽, w_0 是初始束宽,而复振幅相位 $\theta(z)$ 和波前曲率 $c(z)$ 分别满足方程

$$\frac{d\theta}{dz} + \frac{\mu}{w^2} - \frac{1}{4} \rho P_0 (4R_0 - \gamma w^2) = 0, \quad (4)$$

$$\frac{dw}{dz} - 4\mu cw = 0. \quad (5)$$

解(2)适用于从任意位置入射的高斯光束.解(2)给出时没有有限初始条件,将它代入方程(1)后得到式(3),这是归一化束宽 y 所满足的二阶常微分方程,知道两个初始条件 $y(0)$ 和 $y'(0)$ 就能求得此方程的特解. $y(0)$ 始终等于 1 (由于用初始束宽进行归一化),而不同的 $y'(0)$ 对应入射光束的不同位置.如图1所示,从束腰入射时,束宽函数 $u(z)$ 为自变量的切线平行 z 轴, $y'(0) = 0$;反之,偏离束腰入射时,切线不平行 z 轴, $y'(0) \neq 0$.

如果把 y 等效为空间坐标, z 等效为时间坐标,那么方程(3)就等效于一维情况下经典力学中的牛顿第二定律. $1/\mu$ 是等效粒子的质量, $F = 4\mu/(w_0^4 y^3) - 2\rho\gamma P_0 y$ 是等效力.若 $F = 0$,那么初始速度为零(即 $dy/dz|_{z=0} = 0$)的等效粒子将保持静止(空间坐标 y 不随 z 的变化而变化)这就是空间孤子的状态.由此,可以得到孤子传输的临界功率 $P_c = 1/(\gamma w_0^4 k^2 \eta)$.显然 F 是保守力,所以等效粒子具有等效势能.由于势能零点可以任意选择(势能的绝对值是没有意义的,只有相对值才有意义),在此选取 $y = 1$ 作为势能零点,则其等效势能 $V(y)$ 为

$$V(y) = \frac{2\kappa(y^2 - 1)(y^2 - \Lambda)}{\mu w_0^2 y^2}, \quad (6)$$

其中 $\kappa = w_0^2 \eta P_0 / 4$, $\Lambda = P_c / P_0$.等效粒子总能量 $E = T + V$ 守恒, $T = (dy/dz)^2 / 2\mu$ 是等效动能.

对于 $\eta > 0$ 的材料,从高斯光束束腰入射 ($du(z)/dz|_{z=0} = 0$), y 满足方程

$$y^2 = \left[\cos^2(\beta_0 z) + \frac{P_c}{P_0} \sin^2(\beta_0 z) \right], \quad (7)$$

这里 $\beta_0 = (\gamma \eta P_0)^{1/2}$.当入射功率等于临界功率 (P_0

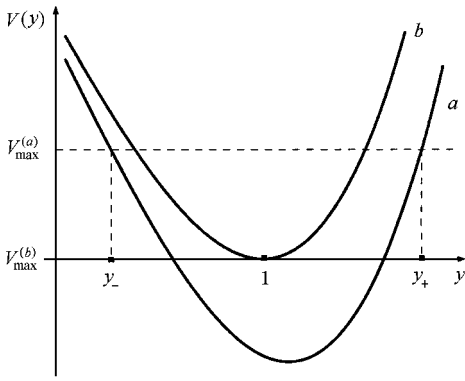


图 2 聚焦介质中等效粒子势能示意图(曲线 a 为偏离束腰入射时, 曲线 b 为束腰入射且 $\Lambda = 1$ 时)

$= P_c$ 时, 束宽不再随着 z 的变化而变化, 即出现孤子解。

3. 聚焦介质中偏离高斯光束束腰入射时的解析解

由于用初始束宽 w_0 进行归一化, 所以初始归一化束宽 $y(z)|_{z=0} = 1$, 等效粒子正好处在零势能点上, 其初始势能 $V(y)|_{z=0} = 0$, 等效粒子的初始总能量就等于初始动能 $\zeta^2(2\mu w_0^2)$, 其中 $\zeta = dw(z)/dz|_{z=0}$, 由能量守恒得

$$\frac{1}{2\mu} \left(\frac{dy}{dz} \right)^2 + \frac{2\kappa(y^2 - 1)(y^2 - \Lambda)}{\mu w_0^2 y^2} = \frac{\zeta^2}{2\mu w_0^2}. \quad (8)$$

事实上对方程 (3) 直接进行一次积分也可以得到方程 (8)。

孤子解是等效粒子的静止状态^[10], 即要求 $dy/dz = 0$ 和 $y = 1$ 必须同时满足。不难证明, 如果 $\eta > 0$ (即 $\kappa > 0, \Lambda > 0$) $dy/dz = 0$ 时, 方程 (8) 不可能有 $y = 1$ 的解, 除非同时满足 $\Lambda = 1$ 和 $\zeta = 0$ [注: $dy/dz = 0$ 时方程 (8) 的解为

$y_{\pm} = \sqrt{\zeta^2 + 4\kappa(1 + \Lambda)} \pm \sqrt{[\zeta^2 + 4\kappa(1 + \Lambda)]^2 - 64\kappa^2 \Lambda} / (2\sqrt{2}\sqrt{\kappa})$ 另外一组解 $\{y_3 = -y_+, y_4 = -y_-\}$ 没有物理意义。当且仅当 $\Lambda = 1$ 和 $\zeta = 0$ 时, $y_+ = y_- = 1$ 。因此, 束腰入射 ($\zeta = 0$), 当 $\Lambda = 1$ ($P_0 = P_c$) 时, 高斯光束在强非局域介质中可以稳定的孤子态传输^[10], 而偏离束腰入射 ($\zeta \neq 0$) 的高斯光束在强非局域介质中不可能有孤子解存在。由于 $T \geq \alpha$ 等效粒

子动能非负), 由方程 (8) 得: $V(y) = \zeta^2(2\mu w_0^2) - T \leq \zeta^2(2\mu w_0^2)$ 。图 2 是聚焦介质中偏离束腰入射时 (势能曲线 a) 和束腰入射且 $\Lambda = 1$ 时 (势能曲线 b) 等效粒子势能的示意图。从图 2 中可以看出, 曲线 a 的 $V_{\max}^{(a)} = \zeta^2(2\mu w_0^2)$ 对应着光束的两个不同状态, 归一化束宽分别等于 y_+ 和 y_- ($y_+ > y_- > 0$), 等效粒子被限制在一个最大值为 $V_{\max}^{(a)}$ 的势阱中不断地做往复运动, y 的值将在最大值 y_+ 和最小值 y_- 之间不断周期地变化, 没有稳定的光孤子状态。图 2 中曲线 b , $V_{\max}^{(b)} = 0$, 势能曲线与 y 轴相切, 等效粒子“固定”在势能最小点 0 , y 的值始终保持为 1 , $w(z)$ 的值不再随着 z 的变化而变化, 即出现孤子解。

下面定量地讨论偏离束腰入射时高斯光束的演化规律。

对于 $\eta > 0$ 的材料, 对方程 (8) 积分后得到

$$\arcsin \frac{8\kappa y^2 - (4\kappa + 4\kappa\Lambda + \zeta^2)}{\sqrt{\Delta}} = \arcsin \frac{4\kappa - 4\kappa\Lambda - \zeta^2}{\sqrt{\Delta}} + \operatorname{sgn}(\zeta) \frac{4\sqrt{\kappa}}{w_0} z, \quad (9)$$

其中 $\Delta = (4\kappa + 4\kappa\Lambda + \zeta^2)^2 - 64\kappa^2 \Lambda$, $\operatorname{sgn}(\zeta)$ 是符号函数。在方程 (9) 中求解 y^2 得

$$y^2 = \frac{1 + \Lambda}{2} + \frac{\zeta^2}{8\kappa} + \left(\frac{1 - \Lambda}{2} - \frac{\zeta^2}{8\kappa} \right) \cos(2\beta_0 z) + \frac{\zeta}{2\sqrt{\kappa}} \sin(2\beta_0 z). \quad (10)$$

当 $\zeta \rightarrow 0$ 时, 方程 (10) 变为

$$\frac{w^2}{w_0^2} = \frac{1 + \Lambda}{2} + \frac{1 - \Lambda}{2} \cos(2\beta_0 z). \quad (11)$$

这就是方程 (7), 表示从高斯光束的束腰入射时的情况。方程 (10) 表示的是从高斯光束任意位置入射的普遍情况, 方程 (7) 是方程 (10) 的一个特例。

把方程 (10) 分别代入方程 (4) 和方程 (5), 求解 $\alpha(z)$ 和 $\alpha(z)$ 得

$$\alpha(z) = \frac{1}{2} \left[\arctan \frac{\zeta}{2\sqrt{\kappa\Lambda}} - \arctan \frac{2\zeta\sqrt{\kappa} + (\zeta^2 + 4\kappa\Lambda) \tan(\beta_0 z)}{4\kappa\sqrt{\Lambda}} \right] + \rho R_0 P_0 z - \frac{1 + \Lambda}{8} \rho \gamma P_0 w_0^2 z - \frac{\rho \gamma \zeta^2 w_0^2 P_0 z}{32\kappa} + \frac{\rho \gamma \zeta P_0 w_0^2}{16\beta\sqrt{\kappa}} [\cos(2\beta_0 z) - 1] + \frac{\rho \gamma P_0 w_0^2 (4\kappa\Lambda - 4\kappa + \zeta^2)}{64\beta\kappa} \sin(2\beta_0 z) \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \alpha(z) = & \beta_0 \{ 4\zeta \sqrt{\kappa} \cos(2\beta_0 z) \\ & + [\zeta^2 + 4\kappa(\Lambda - 1)] \sin(2\beta_0 z) \} \\ & \times \{ 4\mu \{ \zeta^2 + 4\kappa(\Lambda + 1) \\ & - [\zeta^2 + 4\kappa(\Lambda - 1)] \cos(2\beta_0 z) \\ & + 4\zeta \sqrt{\kappa} \sin(2\beta_0 z) \} \}^{-1}. \end{aligned} \quad (13)$$

从解(2)中知,光束的总相位

$$\Phi(z) = \theta(z) + \alpha(z)x^2.$$

初始时 $\theta(0) = 0, \alpha(0) = \zeta(4\mu)$, 所以初始相位为

$$\Phi(0) = \frac{\zeta k x^2}{2w_0}. \quad (14)$$

4. 偏离高斯光束束腰入射时光束演化的讨论

进行归一化变换

$$Z = \frac{z}{kw_0^2}, \xi = \frac{x}{w_0}, A = kw_0 \eta^{1/2} \psi \quad (15)$$

后,方程(10)变为

$$\begin{aligned} \frac{w^2}{w_0^2} = & \frac{\zeta^2 \Lambda}{2} + \frac{1 + \Lambda}{2} + \sqrt{\Lambda \zeta^2 + \frac{1}{4}(\Lambda - 1 + \Lambda \zeta^2)^2} \\ & \times \sin\left(2Z \sqrt{\frac{1}{\Lambda} + \varphi}\right), \end{aligned} \quad (16)$$

其中 $\tan \varphi = (1 - \Lambda - \zeta^2 \Lambda) / (2\zeta \sqrt{\Lambda})$. 如果方程(16)存在孤子解,亦即 w 不随 Z 的变化而变化,则其波动项系数应该为零. 所以方程(16)存在孤子解的必要条件为

$$\Lambda \zeta^2 + \frac{1}{4}(\Lambda - 1 + \Lambda \zeta^2)^2 = 0, \quad (17)$$

亦即 $\Lambda \zeta^2 = 0$ 和 $(\Lambda - 1 + \Lambda \zeta^2) = 0$ 要同时成立. 但由于偏离束腰入射时 $\zeta \neq 0$, 所以方程(17)不成立, 方程(16)没有孤子解, 光束束宽将发生周期性波动. 这个结论与前面从等效粒子势能的角度分析所得出的结论是一致的.

4.1. 入射功率 P_0 对光束演化的影响

图3、图4表示入射功率不同时高斯光束的演化. 为了说明入射功率对光束演化的影响, 我们引入 $\bar{\omega}$ 表示一个周期内 y^2 的平均值, 称之为平均束宽

$$\bar{\omega} = \frac{1}{\pi \sqrt{\Lambda}} \int_0^{2\pi/\Lambda} \frac{w^2}{w_0^2} dZ = \frac{\zeta^2 \Lambda}{2} + \frac{1 + \Lambda}{2}.$$

从图3、图4中可以看出, 当入射位置相同时, 入射功率越大, 平均束宽就越小. 这种性质从物理可以这么理解: 入射功率越大, 材料非线性效应所产生的

非线性折射率就越大, 由此造成的压缩效应就越明显, 从而导致光束平均束宽变小.

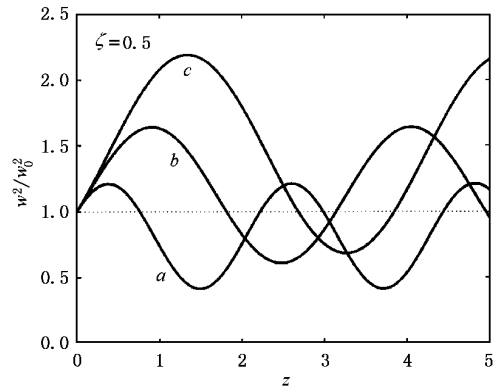


图3 聚焦介质中从高斯光束束腰后入射, 入射功率不同时光束的演化(曲线 a, b, c 分别表示 $P_c/P_0 = 0.5, 1, 1.5$ 时光束的演化)

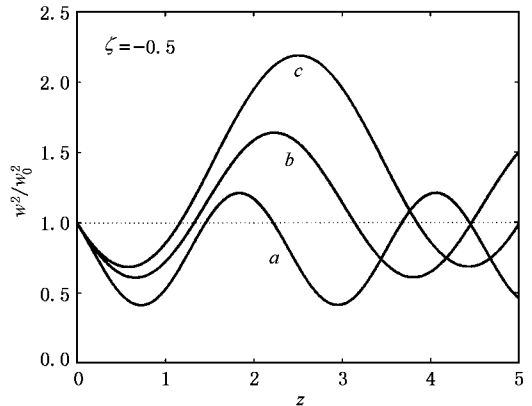


图4 聚焦介质中从高斯光束束腰前入射, 入射功率不同时光束的演化(曲线 a, b, c 分别表示 $P_c/P_0 = 0.5, 1, 1.5$ 时光束的演化)

4.2. 入射位置对光束演化的影响

从图3、图4中还可以看出, $\zeta > 0$ 时, 光束束宽在初始时有扩展趋势; $\zeta < 0$ 时, 初始时, 光束束宽有压缩趋势. ζ 对初始束宽变化的影响, 从物理上可以这么理解: ζ 是入射时束宽对传输坐标的一阶导数, $\zeta > 0$, 表示光束是从束腰后面入射, 入射时光束就有发散趋势, 射入材料之后虽然有非线性压缩效应存在, 但是由于“惯性”, 最初仍然是先展宽再压缩; $\zeta < 0$, 表示光束是从束腰前面入射, 入射时光束就有压缩趋势, 射入材料之后还有非线性压缩效应存在, 所以束宽会比没有非线性存在的情况压缩得

更快. 所以 ζ 的正负决定了初始时光束束宽的变化趋势.

不同的入射位置对应于不同的 ζ , 图 5 表示 ζ 取不同值时高 斯 光 束 束 宽 的 演 化 . 从 图 中 可 以 看 出 , 不 论 P_0 取 何 值 , 当 $\zeta < 0$ 时 , 初 始 时 光 束 都 是 先 压 缩 随 着 $|\zeta|$ 的 增 大 , 压 缩 趋 势 越 来 越 大 ; 当 $\zeta > 0$ 时 , 初 始 时 光 束 都 是 先 展 宽 随 着 ζ 的 增 大 , 展 宽 趋 势 就 越 大 . 这 些 性 质 从 物 理 上 可 以 这 么 理 解 : $\zeta < 0$ 表 示 是 从 束 腰 前 入 射 , $|\zeta|$ 越 大 , 向 前 偏 离 束 腰 就 越 远 , 压 缩 趋 势 就 越 大 ; $\zeta > 0$ 表 示 是 从 束 腰 后 入 射 , ζ 越 大 , 向 后 偏 离 束 腰 就 越 远 , 发 散 趋 势 就 越 大 .

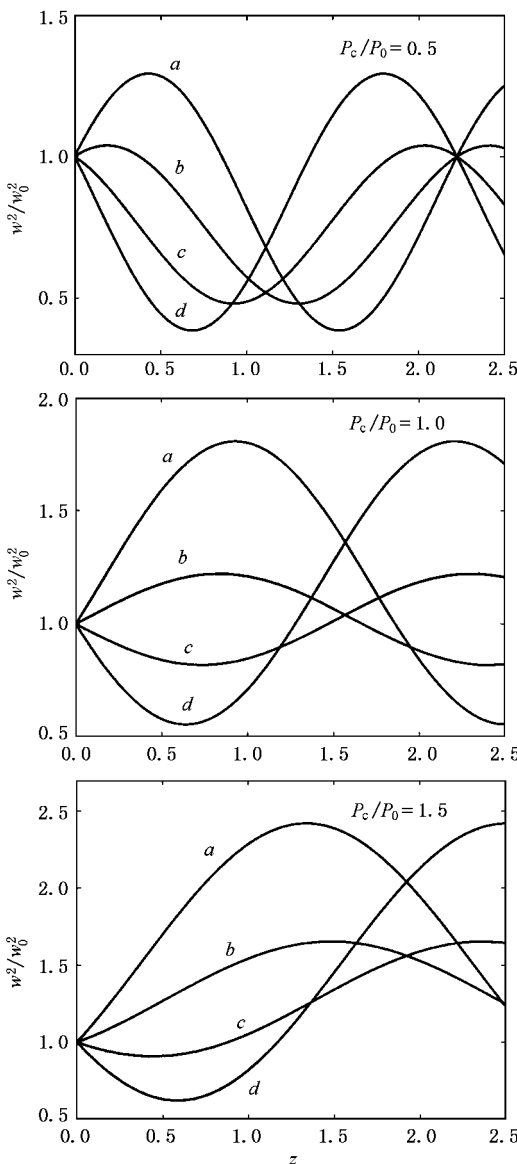


图 5 入射位置对光束演化的影响(曲线 a, b, c, d, 分别表示 $\zeta = 0.6, 0.2, -0.2, -0.6$ 时光束的演化)

5. 聚焦介质、散焦介质和线性均匀介质中光束演化的比较

5.1. 散焦介质中偏离高斯光束束腰入射的解析解

对于 $\eta < 0$ 的材料, 对方程 (8) 积分后得

$$-8\kappa y^2 + 4\kappa + \zeta^2 + 4\kappa\Lambda + 4\sqrt{-\kappa}\sqrt{R} = \alpha \exp(\beta z), \tag{18}$$

其中

$$R = -4\kappa y^4 + (4\kappa + 4\kappa\Lambda + \zeta^2)y^2 - 4\kappa\Lambda,$$

$$\alpha = -4\kappa + 4\kappa\Lambda + \zeta^2 + 4|\zeta|\sqrt{-\kappa},$$

$$\beta = 4\text{sgn}(\zeta)\sqrt{-\kappa}/w_0.$$

由方程 (18) 解出 y^2 并用方程 (15) 归一化之后得

$$\frac{w^2}{w_0^2} = \frac{4 - \Lambda(1 + \Lambda^{-1} + \zeta^2) + \sqrt{4[2\Lambda\zeta^2 + 2\Lambda + 2 - g\Lambda I(Z)]I(Z)}}{4\Lambda I(Z)}, \tag{19}$$

其中

$$I(Z) = \exp[2Z\sqrt{-1/\Lambda}\text{sgn}(\zeta)],$$

$$g = 1 + \zeta^2 + 2|\zeta|\sqrt{-1/\Lambda} - 1/\Lambda.$$

对于散焦介质, Λ 中的 $P_c (< 0)$, 只是形式上和聚焦介质中的临界功率相同.

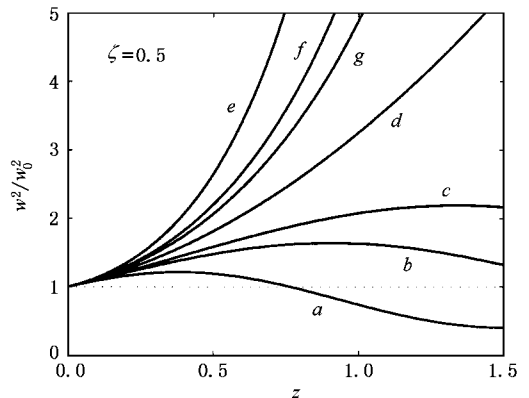


图 6 从高斯光束束腰后入射, 聚焦介质、线性均匀介质和散焦介质中光束演化的比较(曲线 a, b, c 分别表示聚焦介质中 $P_c/P_0 = 0.5, 1, 1.5$ 时光束的演化, 曲线 d 表示线性均匀介质中光束的演化, 曲线 e, f, g 分别表示散焦介质中 $P_c/P_0 = -0.5, -1, -1.5$ 时光束的演化)

在散焦介质中, 光束束宽随着传输距离的增加以指数形式增加. 传输一定距离后, 束宽就不再小于

材料的特征宽度, 强非局域条件 $w(z)/w_m < 1$ 将不再满足, 光束束宽的演化将不再由方程 (19) 描述. 但是在足够小的一段传输距离内方程 (19) 仍然可以反映散焦介质中光束的演化规律.

5.2. 线性均匀介质中偏离高斯光束束腰入射的解析解

在折射率为 n_0 的线性均匀介质中, 高斯光束的束宽有如下形式^[13]:

$$\frac{w^2(z)}{w_f^2} = 1 + \frac{(z - z_f)^2}{k^2 w_f^4}, \quad (20)$$

其中 w_f 是高斯光束束腰宽度(注: 本文定义的束腰宽度是文献 [13] 定义的束腰宽度的 $1/\sqrt{2}$ 倍), z_f 是束腰位置.

将方程 (20) 对 z 求一阶导数, 并令 $z = 0, dw/dz|_{z=0} = \zeta$, 求解 z_f 得

$$z_f = \frac{-k^2 w_f^3 \zeta}{\sqrt{1 - k^2 w_f^4 \zeta^2}}, \quad (21)$$

把方程 (21) 代入方程 (20), 令 $z = 0$, 求解 w_f^2 得

$$w_f^2 = \frac{w_0^2}{1 + k^2 w_0^2 \zeta^2}, \quad (22)$$

把方程 (21) 和方程 (22) 代入方程 (20), 整理并用方程 (15) 归一化之后得到

$$\frac{w^2}{w_0^2} = 1 + Z^2 + 2Z\zeta + Z^2 \zeta^2. \quad (23)$$

如果不考虑非线性作用, 即令 $R_0 \rightarrow 0, \gamma \rightarrow 0$, 从方程 (8) 同样可以得到方程 (23).

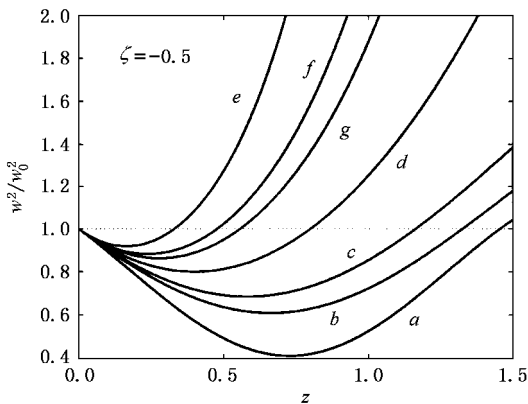


图 7 从高斯光束束腰前入射, 聚焦介质、线性均匀介质和散焦介质中光束的演化比较(曲线 a, b, c 分别表示聚焦介质中 $P_c/P_0 = 0.5, 1, 1.5$ 时光束的演化, 曲线 d 表示线性均匀介质中光束的演化, 曲线 e, f, g 分别表示散焦介质中 $P_c/P_0 = -0.5, -1, -1.5$ 时光束的演化)

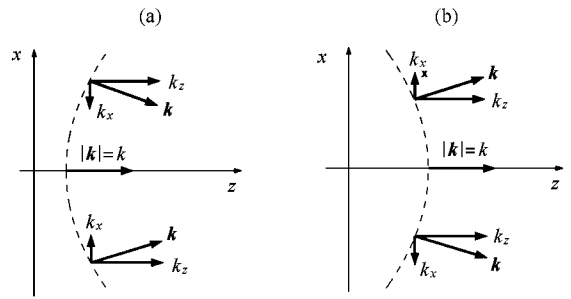


图 8 空间中各点波矢分布示意图 (a): $C_s > 0$ (b): $C_s < 0$ (图中虚线为相应情况下的等相位线 $-C_s x^2 + kz = B$ (B 是任意常数))

5.3. 聚焦介质、散焦介质和线性均匀介质中光束演化的比较

图 6、图 7 表示聚焦介质、散焦介质和线性均匀介质中束宽演化的比较. 其中曲线 d 表示线性均匀介质中束宽的变化, 由于线性均匀介质中束宽变化与入射功率无关, 所以在不同入射功率情况下, 线性均匀介质中束宽的变化曲线是相同的. 从图中可以看出, 在入射位置相同的情况下, 散焦介质中光束展宽最厉害, 线性均匀介质次之, 聚焦介质中光束展宽最小, 并且束宽将发生波动. 由于材料的非线性作用将使光束展宽, 所以相对于线性均匀介质, 散焦介质中的高斯光束展宽更为厉害. 无论何种介质, 如果 $\zeta > 0$, 束宽将首先展宽; $\zeta < 0$, 束宽将首先压缩.

6. 偏离束腰入射的物理本质

从聚焦介质、线性均匀介质和散焦介质中光束的演化特性中可以看出, 无论何种介质, 偏离束腰入射对光束演化的影响具有相同的规律: $\zeta > 0$, 束宽将首先展宽; $\zeta < 0$, 束宽将首先压缩. 所以偏离束腰入射必然对应着一定的物理本质. 方程 (14) 可以改写为

$$\Phi(0) = -C_s x^2, \quad (24)$$

其中 $C_s = -\zeta k / (2w_0)$. 从方程 (24) 可以看出, 初始相位 $\Phi(0)$ 是光束入射位置(与 ζ 有关)的函数, 光束的不同入射位置对应于不同的初始相位. 从束腰 ($\zeta = 0$) 入射时, $C_s = 0$, 初始相位 $\Phi(0) = 0$; 从束腰前入射 ($\zeta < 0$), $C_s > 0$, 光束具有负的初始相位; 从束腰后入射 ($\zeta > 0$), $C_s < 0$, 光束具有正的初始相位.

对于(时域)脉冲,其相位随时间 t 的变化称为啁啾,相位随时间的平方变化关系 $-Ct^2$ 为线性啁啾, C 是啁啾参量.在反常群速度色散区(群速度色散小于零),正的初始线性啁啾($C > 0$)导致脉冲压缩,负的初始线性啁啾($C < 0$)导致脉冲展宽^[14].根据(时域)脉冲和(空域)光束以及脉冲时间变量和光束横向空间变量的可类比性^[15],可以相应地定义光束的相位随横向空间坐标的变化为“空间啁啾”.按此定义,方程(24)中的 C_s 为线性空间啁啾参量,光束的不同入射位置对应着不同的初始线性空间啁啾.正的初始线性空间啁啾($C_s > 0$)导致光束首先压缩,负的初始线性空间啁啾($C_s < 0$)导致光束首先展宽.正是由于初始空间啁啾的存在才导致了聚焦介质中光束演化过程中束宽的周期性变化.

与脉冲线性啁啾 C 引起脉冲频率随时间线性变化^[14]的物理实质相同,光束的线性空间啁啾 C_s 引起空间波矢随横向空间坐标的线性变化.由于 C_s 的存在,在空间任意点(x, z)的光束波矢为 $\mathbf{K} = (K_x, K_z) = (-C_s x/k, k)$.当 $C_s > 0$ 时,在 z 轴的上半平面, $K_x < 0$, \mathbf{K} 矢量的方向向下;在 z 轴的下半平面, $K_x > 0$, \mathbf{K} 矢量的方向向上;在 z 轴上(光束中心) $K_x = 0$, \mathbf{K} 平行于 z 轴, $|\mathbf{K}| = k$.离开 z 轴越远, K_x 分量的绝对值越大,波矢量倾斜的角度越大,如图 8(a)所示.各点波矢的方向代表该点波的传播方向,因此, $C_s > 0$ 时光束处于压缩状态.同理,空间啁啾 $C_s < 0$ 对应光束的扩展状态,其波矢分布见图 8(b).这正是初始空间啁啾导致光束首先

压缩或展宽的物理本质.

以上解释与用等相位线(见图 8 中虚线, $1+2$ 维情况对应等相位面)的曲率来解释光束的压缩或展宽得出一致的结果.等相位线(面)方法在很多文献中都可以看到,但空间啁啾的定义和以上解释具有非常明了清晰的物理意义.空间啁啾的概念可从一个全新的角度来定性地讨论光束演化过程.

7. 结 论

本文研究了强非局域聚焦介质中偏离高斯光束束腰入射时光束的演化.结果表明,偏离束腰入射时,不论入射功率多大,光束束宽将发生周期性波动,光孤子不复存在.入射功率和入射位置对光束演化的影响表现为入射功率决定了光束平均束宽的大小,入射功率越大光束平均束宽就越小;入射位置决定了初始时光束的演化趋势,从束腰前入射光束将首先压缩,从束腰后入射光束将首先扩展,向前偏离束腰越远,初始时压缩趋势就越大,向后偏离束腰越远,初始时扩展趋势就越大.聚焦介质、散焦介质和线性均匀介质中光束的演化过程比较表明:在入射位置相同的情况下,散焦介质中束宽展宽最为厉害,线性均匀介质次之,聚焦介质中束宽展宽最小.本文给出了“空间啁啾”的定义.偏离束腰入射本质上是存在初始“空间啁啾”,正的初始“空间啁啾”导致光束压缩,负的初始“空间啁啾”导致光束展宽.空间啁啾的概念,可以从一个全新的角度来定性地讨论光束演化过程.

- [1] Snyder A W and Mitchell D J 1997 *Science* **276** 1538
- [2] Snyder A W and Kivshar Y 1997 *J. Opt. Soc. Am. B* **11** 3025
Snyder A W 2000 *IEEE J. Selected Topics in Quantum Electron* **6** 1408
- [3] Abe S and Ogura A 1998 *Phys. Rev. E* **57** 6066
- [4] Mitchell D J and Snyder A W 1999 *J. Opt. Soc. Am. B* **16** 236
- [5] Granot E, Sternklar S, Isbi Y, Malomed B and Lewis A 1999 *Opt. Commun.* **166** 121
- [6] Krolikowski W and Bang O 2000 *Phys. Rev. E* **63** 016610
- [7] Krolikowski W, Bang O and Rasmussen J J 2001 *Phys. Rev. E* **64** 016612
- [8] Bang O *et al* 2002 *Phys. Rev. E* **66** 046619
- [9] Peccianti M, Brzdaiewicz K A and Assanto G 2002 *Opt. Lett.* **27** 1460
- [10] Guo Q *et al* 2004 *Phys. Rev. E* **69** 016602
- [11] Guo Q 2003 in Proceedings of APOC2003(Asia-Pacific Optical and Wireless Communications Conference) edited by C. F. Lam, C. Fan, N. Hanik, and K. Oguchi *Optical Transmission, Switching, and Subsystems Proc. SPIE* **5281** (SPIE-The International Society for Optical Engineering, Washington, USA 2004) p. 581
- [12] Xie Y Q and Guo Q 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 3020(in Chinese) [谢逸群、郭旗 2004 物理学报 **53** 3020]
- [13] Zhang K Q and Li D J 2001 *Electromagnetic Theory for Microwaves and Optoelectronics* (Beijing: Publishing House of Electronics Industry) p572(in Chinese) [张克潜、李德杰 2001 微波与光电子学中的电磁理论(北京:电子工业出版社)第 572 页]
- [14] Agrawal G P 2002 *Nonlinear Fiber Optics and Its Application* (Beijing: Publishing House of Electronics Industry) § 3.2 (in Chinese) [(美)Agrawal, G. P. 2002 非线性光纤光学原理及应用(北京:电子工业出版社)3.2 节]

[15] Guo Q 2003 *Chin. Phys. Lett.* **20** 64

Influence of off-waist incidence on evolution of the Gaussian beam in the nonlocal nonlinear media^{*}

Guo Qi[†] Xu Chao-Bin(*Laboratory of Light Transmission Optics, South China Normal University, Guangzhou 510631, China*)

(Received 27 November 2003 ; revised manuscript received 16 January 2004)

Abstract

In this paper, we discuss the evolution of the off-waist incident Gaussian beam in the nonlocal nonlinear media by use of the $(1+1)$ -dimensional strongly nonlocal model. An exact analytical solution for the evolution is obtained. We find that no matter how high the power of the incident beam is, the beam width will oscillate periodically and no spatial soliton will exist, which is substantially different from the on-waist incident case. The influence of the input power and incident position on beam evolution is also discussed. The higher the input power, the narrower the beam width is. The incident position determines the initial evolution trend. The definition of a "spatial chirp" is given, to our knowledge, for the first time. The physical origin of the above phenomenon is that the different incident position corresponds to the different spatial chirp. The concept of the spatial chirp provides a new physical qualitative insight into the evolution of optical beams. The comparisons of beam evolutions in focusing media, in defocusing media and in linear homogeneous media are also given.

Keywords : nonlocal nonlinear media, optical spatial soliton, Gaussian beam

PACC : 4265S

^{*} Project supported by the team project of Natural Science Foundation of Guangdong Province, China (Grant No.20003061), the Natural Science Foundation of Guangdong Province, China (Grant Nos.031516 and 011455).

[†] E-mail : guoqi@sncu.edu.cn