

双折射滤光片的色散特性研究*

贾亚青 朱晓农

(南开大学现代光学研究所, 光电信息技术科学教育部重点实验室, 天津 300071)

(2003 年 11 月 3 日收到, 2004 年 1 月 16 日收到修改稿)

研究了由理想线偏振片和单轴双折射晶体波片组成的双折射滤光片倾斜放置时的二阶色散和三阶色散特性, 包括波片厚度、光线入射角和光轴旋转角的变化对二阶和三阶色散的影响. 还给出了双折射滤光片的群延迟表达式, 并就色散特性与 GT 干涉仪进行了详细比较.

关键词: 双折射滤光片, 群延迟, 二阶色散, 三阶色散

PACC: 4280, 4280W

1. 引言

双折射滤光片作为光波长调谐元件, 由于调谐方便、插入损耗小等优点, 被广泛应用在天文光学系统和激光器件等技术领域中. 众所周知, 双折射波片对不同偏振态的传输光相位延迟不同, 而这一不同的相位延迟又与光波长有关. 所以, 夹在两线偏振片之间的双折射波片可以构成一个光学滤光片, 实现选频或滤波的作用. 由于双折射波片对相位延迟的调节依赖于波长, 所以具有一定频宽的偏振光(或非偏振光)入射这种滤光片后, 必然会产生群延迟和群延迟色散(常被称为二阶色散). 这种色散将会对超短光脉冲在双折射波片中的传输等一些实验研究工作带来一定的影响, 因此有必要对其特性进行研究.

以往对双折射滤光片的研究, 大都集中在分析和考虑其透过率、透过带宽、调谐范围等特性上^[1-3], 而对其色散特性很少讨论. 目前关于光学元器件色散的文献很多^[4-8], 但对双折射滤光片色散的研究国内外很少有报道. 本文从理论上导出了双折射滤光片的群延迟公式, 分析讨论了其二阶色散(GDD)和三阶色散(TOD)特性, 并与 Gires-Tournois(GT)干涉仪的相应色散特性进行了比较, 得出一些具有实践意义的结论.

2. 理论推导

双折射滤光片(tilted birefringent filter, TBF)是由

在振动方向相互平行(或正交)的两个偏振片间放置双折射波片而构成. 本文只研究单轴双折射晶体波片倾斜放置的情况, 而且波片光轴平行于表面, 如图 1 所示.

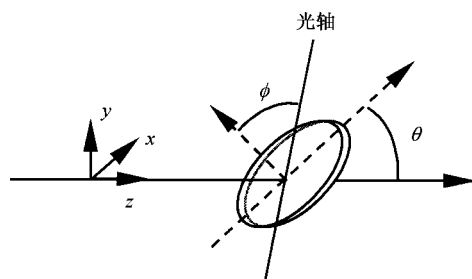


图 1 以 θ 角倾斜放置的双折射波片(光轴平行波片表面, 并与入射面成 ϕ 角)

假定光轴与入射面夹角为 ϕ , 晶体表面与入射光线成 θ 角, 则此 TBF 的琼斯传输矩阵可表示为^[9]

$$M_B = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} \\ m_{21} & m_{22} \end{bmatrix}, \quad (1)$$

各矩阵元素的表达式为

$$m_{11} = a_0 \left[\left(1 - \frac{\sin^2 \theta_i}{qn_e^2} \right) \cos^2 \phi \exp(i\delta_e) + \sin^2 \phi \exp(i\delta_o) \right], \quad (2)$$

$$m_{12} = m_{21} = a_0 \left[\sqrt{1 - \frac{\sin^2 \theta_i}{qn_e^2}} \sin \phi \cos \phi \times [\exp(i\delta_e) - \exp(i\delta_o)] \right], \quad (3)$$

* 科技部重大基础研究前期研究专项(批准号 2002CCA01700)和国家自然科学基金(批准号 60378007)资助的课题.

$$m_{22} = a_0 \left[\sin^2 \phi \exp(i\delta_e) + \left(1 - \frac{\sin^2 \theta_i}{qn_e^2}\right) \times \cos^2 \phi \exp(i\delta_o) \right], \quad (4)$$

其中

$$a_0 = \left[1 - \frac{\cos^2 \phi \sin^2 \theta_i}{qn_e^2} \right]^{-1},$$

$$q \equiv 1 - \left[\frac{1}{n_o^2} - \frac{1}{n_e^2} \right] \sin^2 \theta_i \cos^2 \phi.$$

θ_i 为入射角(由图 1 中的几何关系可知 $\theta_i = \pi/2 - \theta$), n_e, n_o 分别为 e 光和 o 光的主折射率, δ_e 和 δ_o 分别为 e 光和 o 光的相位延迟量, 且可分别表示为

$$\delta_e = \frac{2\pi l}{\lambda} \left[n_e \sqrt{1 - \frac{\sin^2 \theta_i \sin^2 \phi}{n_e^2} - \frac{\sin^2 \theta_i \cos^2 \phi}{n_o^2}} - n_o \sqrt{1 - \frac{\sin^2 \theta_i}{n_o^2}} + \frac{n_o}{\sqrt{1 - \frac{\sin^2 \theta_i}{n_o^2}}} \right], \quad (5)$$

$$\delta_o = \frac{2\pi l}{\lambda} \frac{n_o}{\sqrt{1 - \frac{\sin^2 \theta_i}{n_o^2}}}, \quad (6)$$

其中 λ 为入射光波长, l 为双折射波片的厚度.

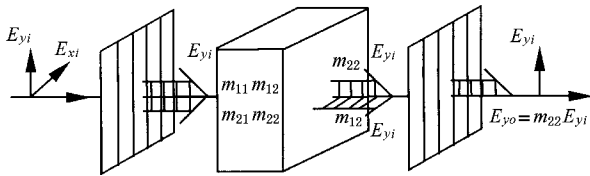


图 2 双折射滤光片的工作原理图(两平行偏振片夹一个倾斜放置的双折射波片)

图 2 所示为双折射滤光片的一个简化模型, 中间的长方体代表上面讨论的 TBF. 由矩阵光学理论不难推导, 双折射滤光片的入射与出射光场的关系为

$$E_{y_o} = |E_{y_o}| e^{i\Phi} = m_{22} E_{y_i}, \quad (7)$$

所以其透过率可表示为

$$T = E_{y_o}^2 / E_{y_i}^2 = |m_{22}|^2 = 1 - A \sin^2 \frac{\delta}{2}, \quad (8)$$

其中

$$A = \frac{q^2 n_e^4 - q n_e^2 \sin^2 \theta_i}{(q n_e^2 - \cos^2 \phi \sin^2 \theta_i)^2} \sin^2 2\phi,$$

δ 为 e 光和 o 光的相位差, 即

$$\delta = \delta_e - \delta_o = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta n l,$$

Δn 为有效折射率之差, 由(5)(6)式可知

$$\Delta n = n_e \sqrt{1 - \frac{\sin^2 \theta_i \sin^2 \phi}{n_e^2} - \frac{\sin^2 \theta_i \cos^2 \phi}{n_o^2}} - n_o \sqrt{1 - \frac{\sin^2 \theta_i}{n_o^2}}. \quad (9)$$

由(8)式可以看出透过率是 e 光和 o 光相位差的周期函数.

双折射滤光片出射光场的相位为

$$\Phi = \delta_o + \text{tg}^{-1} \left[\frac{\sin^2 \phi \sin \delta}{\cos^2 \theta_e \cos^2 \phi + \sin^2 \phi \cos \delta} \right] \quad (10)$$

式中 θ_e 为晶体中 e 光折射角, 由下式给出^[9]:

$$\sin \theta_e = \frac{\sin \theta_i}{n_e \left[1 - \left(\frac{1}{n_o^2} - \frac{1}{n_e^2} \right) \sin^2 \theta_i \cos^2 \phi \right]^{1/2}}. \quad (11)$$

由(10)式对频率求导可得双折射滤光片的群延迟公式为

$$\tau = \frac{d\Phi}{d\omega} = \frac{d\delta_o}{d\omega} + \frac{(b^2 + bx \cos \delta) \delta'_\omega - bx'_\omega \sin \delta}{x^2 + b^2 + 2bx \cos \delta}, \quad (12)$$

其中 $b = \sin^2 \phi$, $x = \cos^2 \theta_e \cos^2 \phi$, $\delta'_\omega = \frac{d\delta}{d\omega}$, $x'_\omega = \frac{dx}{d\omega} = -(\sin 2\theta_e \cos^2 \phi) \frac{d\theta_e}{d\omega}$.

利用(12)式对群延迟求频率的一阶导数和二阶导数, 可以分别得到双折射滤光片的二阶色散和三阶色散. 考虑到材料色散的影响时, 二阶、三阶色散的具体表达式推导起来非常复杂, 这里只借助于计算机程序进行数值计算, 得到色散曲线图, 并对其特性进行分析讨论. 如果忽略材料色散, 则可简化计算, 由(12)式推得的二阶、三阶色散的表达式分别为

$$\text{GDD} = \frac{bx \sin \delta (b^2 - x^2)}{(b^2 + x^2 + 2bx \cos \delta)^2} B_0^2, \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \text{TDD} &= bx (b^2 - x^2) \\ &\times \frac{4bx \sin^2 \delta + \cos \delta (b^2 + x^2 + 2bx \cos \delta)}{(b^2 + x^2 + 2bx \cos \delta)^3} B_0^3, \end{aligned} \quad (14)$$

其中 $B_0 = \frac{l}{c} \Delta n$, 对应于双折射波片所产生的 o 光和 e 光的有效时间延迟. 由(13)(14)式得到的曲线与未简化计算的曲线相比较可知, 两种情况下的曲线基本吻合, 只是在峰值处有细微差别. 总体看来, 材料色散对双折射滤光片二阶、三阶色散的影响很小.

3. TBF 的色散特性

由以上理论分析和计算可以看出, 对任意一个

给定的双折射滤光片,在 l 、 ϕ 、 θ_i 均已确定的情况下,透过率、群延迟和群延迟色散都是波长的函数,但只是频率的周期函数.也就是说,在波长轴上透过率不是严格意义上的周期函数,而是随着波长的增加,周期逐渐变大.这必然导致 TBF 群延迟和二阶、三阶色散的周期也具有相应的特性.

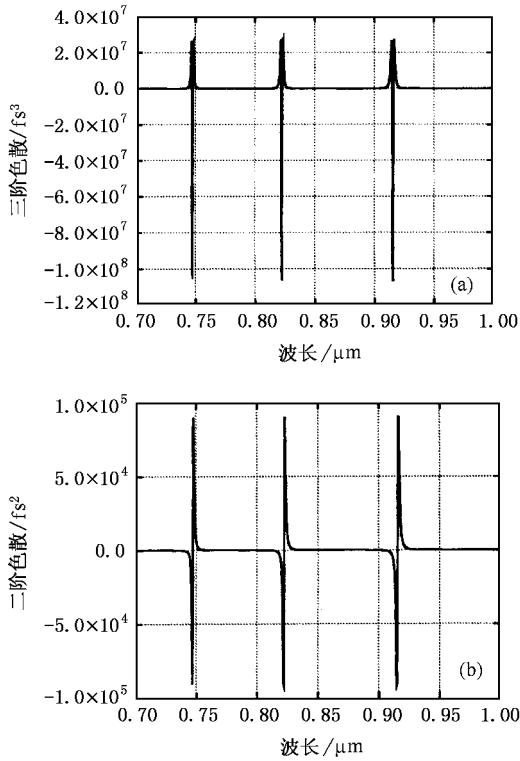


图3 双折射滤光片的二阶、三阶色散随波长的变化情况($l = 1000\mu\text{m}$, $\theta_i = 60^\circ$, $\phi = 40^\circ$)

图3为(以蓝宝石晶体波片为例)厚度 $l = 1\text{mm}$ 、入射角 $\theta_i = 60^\circ$ 、光轴偏转角 $\phi = 40^\circ$ 的滤光片二阶、三阶色散随波长变化的曲线.图中可以看出,在特定波长(计算知 $T = 0$)处,二阶色散为零,而在其临近两边存在大的色散峰,且左右色散峰值符号相反.这一变化规律与法布里-珀罗标准在共振波长处的群延迟色散规律很相像^[10].在上述波长附近存在大的三阶色散,且在二阶色散的正负峰值处,三阶色散的峰值均为正,而在透过率为零的波长处,三阶色散达到负向最大.了解了双折射滤光片二阶、三阶色散的总体规律后,下面分别讨论各参数对其色散特性的影响.

3.1. 双折射晶体厚度对色散的影响

基于(4)–(12)式的理论推导,改变双折射晶体

的厚度,将导致透过率、群延迟和二阶、三阶色散的峰值、周期(或自由光谱范围)发生变化.这实际上是由于 o 光和 e 光的位相差与双折射晶体的厚度成正比造成的.图4为 $\lambda = 0.8\mu\text{m}$ 附近 $\theta_i = 60^\circ$, $\phi = 40^\circ$ 的情况下色散峰值随双折射波片厚度的变化曲线.从图上可以看出,随波片厚度的增加,色散峰值也相应增大.曲线拟合知二阶色散峰值与厚度的二次方成正比,而三阶色散峰值则与厚度的三次方成正比,对于图4中结果,有 $\text{GDD}_{\max} = 0.088l^2$, $\text{TOD}_{\max} = 0.025l^3$.事实上,可以直接由(13)式和(14)式推得 $\text{GDD} = F_1 l^2$ 和 $\text{TOD} = F_2 l^3$,其中 F_1 和 F_2 在图4条件下为常数.双折射滤光片的相邻峰值间距(或自由光谱范围)主要由厚度决定.在其他条件不变的情况下,厚度越小峰值间距越大.这一点也可以由自由光谱范围表达式 $\text{FSR} = \frac{\lambda^2}{\Delta n l}$ 得出.

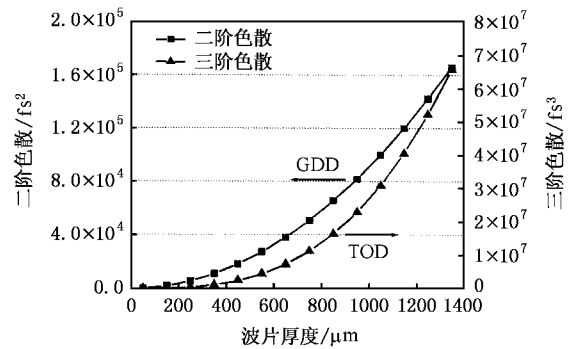


图4 双折射滤光片二阶、三阶色散峰值随波片厚度的变化($\theta_i = 60^\circ$, $\phi = 40^\circ$)

如果晶体厚度满足 $l\Delta n = m\lambda$ (Δn 为 e 光和 o 光的有效折射率之差, m 为整数),光束透过率达到最大值.此时波片称为 λ 的 m 阶波片,相应的滤光片称为 m 阶滤光片.实际应用中,除全波片外,常用到半波片 [$l\Delta n = (2m' + 1)\lambda/2$] 和四分之一波片 [$l\Delta n = (2m' + 1)\lambda/4$] ($m' = 0, 1, 2, \dots$).图5和图6分别为零阶的 $\lambda/2$ 滤光片在 $\phi = 40^\circ$, $\theta_i = \theta_B = 60^\circ$, $\lambda_0 = 0.8\mu\text{m}$ 条件下的透过率、群延迟和二阶、三阶色散图.由于零阶的 $\lambda/2$ 滤光片的厚度很小,所以在 $0.7\text{--}1.0\mu\text{m}$ 范围内只有一个调制峰值.这些曲线与 GT 干涉仪的相应曲线极其相似.

3.2. 光束的入射角对色散的影响

光束的入射角是影响滤光片透过率和透过带宽的重要因素.通过对不同入射角的计算可以看出,光

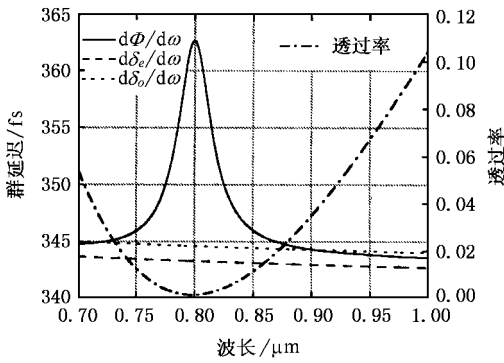


图 5 低阶双折射滤光片的群延迟和透过率随波长的变化 ($l = 51\mu\text{m}$, $\theta_i = 60^\circ$, $\phi = 40^\circ$)

束入射角的改变不会影响二阶、三阶色散的变化趋势,只是随着入射角的增大,色散峰值有所增加.图 6 为 $\lambda = 0.8\mu\text{m}$ 附近 $l = 51\mu\text{m}$, $\phi = 40^\circ$, $\theta_i = 0^\circ, 50^\circ$ 和 60° 时的二阶、三阶色散图.从图中可以看出,随着入射角的增加,峰值变大且向中间靠拢,也就是说,大角度入射,会带来较大色散,且色散带宽变小.

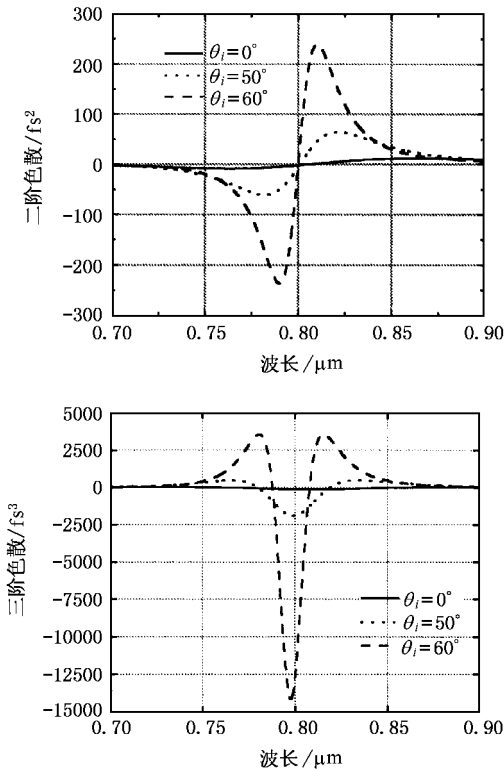


图 6 入射角对双折射滤光片色散的影响 ($l = 51\mu\text{m}$, $\phi = 40^\circ$)

图 7 给出了在 $\lambda = 0.8\mu\text{m}$ 处 $l = 51\mu\text{m}$, $\phi = 40^\circ$ 的情况下,双折射滤光片二阶、三阶色散随入射角变化的曲线图.当入射角由 0° 到 70° 增加时,二阶色散

值逐渐增加,而三阶色散值逐渐减小,但增加和减小的幅度都不是很大.当入射角由 70° 继续增加时,二阶色散值显著增长,三阶色散先减小后以较大幅度增加,它们分别在 72.3° 和 72.4° 时达到各自的最大值.随着 θ_i 的继续增大又都迅速降为负向最大值,当入射角继续增大时,二阶色散值单调增加,而三阶色散值先以较大幅度增加到正值,后又逐渐减小.所以一般情况下,小角度入射要比大角度入射的色散小一些.

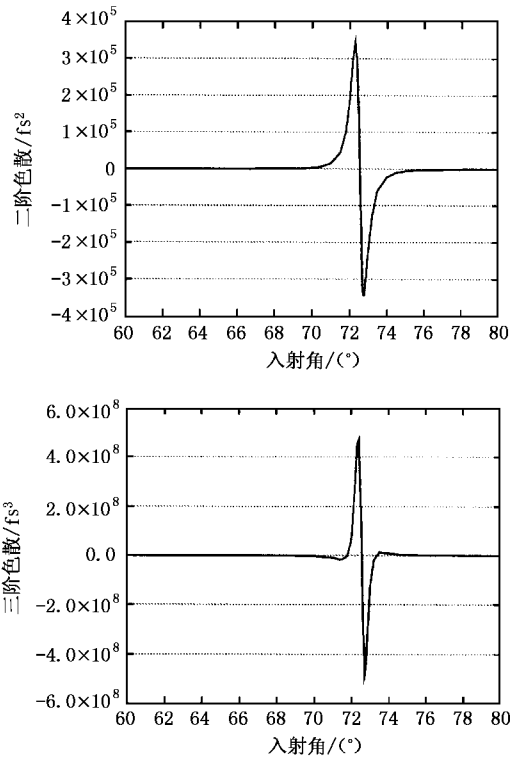


图 7 双折射滤光片二阶、三阶色散随入射角的变化 ($\lambda = 0.8\mu\text{m}$, $l = 51\mu\text{m}$, $\phi = 40^\circ$)

3.3. 光轴旋转角对色散的影响

晶体光轴与入射面的夹角 ϕ 是倾斜放置双折射滤光片的重要调谐参数.计算表明,改变晶体光轴与入射面的夹角,不会影响二阶色散和三阶色散曲线总体变化规律,只是随着光轴倾角的变化,色散峰值有所改变.图 8 为 $0.8\mu\text{m}$ 处二阶、三阶色散随 ϕ 角的变化曲线图.从图上可以看出,当 ϕ 角由 0° 向 40° 增加时,二阶、三阶色散逐渐增大,当增加到 41° 附近时,二阶、三阶色散都迅速增加,继续增大 ϕ 角将导致色散值骤然下降并达到负向最大,当 ϕ 角逐渐远离 41° 时,二阶色散迅速单调增加,并逐渐趋于平稳.

此图也提示我们在图示参数条件下,当 ϕ 角在 41° 附近变化时,双折射滤光片产生的色散最大且变化最剧烈.

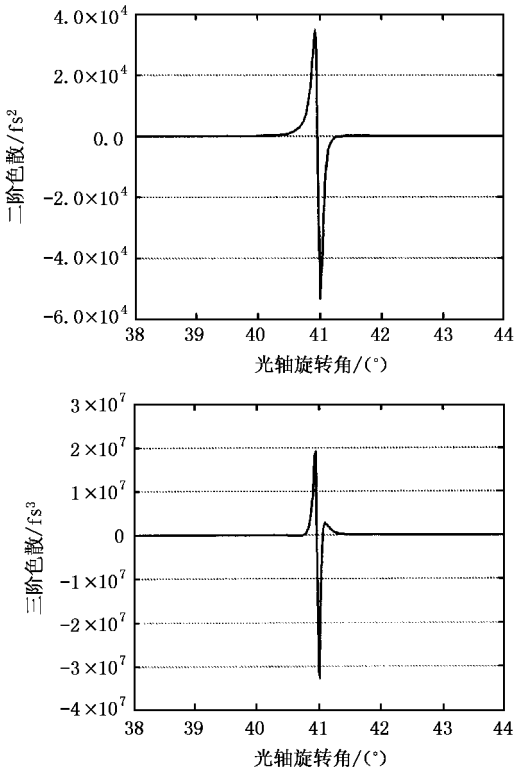


图8 双折射滤光片的二阶、三阶色散随旋转角的变化($\lambda = 0.8\mu\text{m}$, $\theta_i = 60^\circ$, $l = 51\mu\text{m}$)

4. 与 GT 干涉仪色散特性的比较

注意到 GT 干涉仪在 $l = 0.45\mu\text{m}$, $n = 1.76$, $\lambda_0 = 0.8\mu\text{m}$ 情况下产生的二阶和三阶色散曲线与图 6 中的曲线具有相同的变化规律^[10,11],而且与零阶 $\lambda/2$ 双折射滤光片在 $\phi = 40^\circ$, $\theta_i = 50^\circ$ 时产生的色散在数值上也非常接近.下面把双折射滤光片和 GT 干涉仪作以详细比较.

双折射滤光片的色散主要发生在透过率为零的波长附近(这一点看上去与原子或分子吸收峰附近的色散情况有些相似,强吸收、低透过对应强色散),而 GT 干涉仪的色散主要发生在干涉仪总反射率为零的波长附近.双折射滤光片对光束的偏振性很敏感,其透射光束偏振方向与滤光片中后一偏振片的

透振方向一致.而 GT 干涉仪一般情况下(除非入射角很大)不改变原入射光束的偏振特性.对某一给定 GT 干涉仪而言,只能通过改变光束入射角来实现调谐波长的目的,而对于双折射滤光片,既可以控制入射角,也可以改变光轴与入射面的夹角,即转角 ϕ .和双折射滤光片类似,GT 干涉仪也可根据厚度不同分为不同的阶数,但其 m 阶的厚度是由公式 $nl = m\lambda/2$ 决定的,由于光学材料的折射率差 Δn 要比一般的折射率 n 小两个数量级,所以一阶双折射滤光片的厚度一般至少要比一阶 GT 干涉仪大两个数量级.这一特点决定了可以用传统的加工工艺制作较低阶的双折射波片作为色散补偿器件.以上对双折射滤光片和 GT 干涉仪的异同点的讨论,可总结为表 1.

表 1 双折射滤光片与 GT 干涉仪色散特性比较

	GT 干涉仪	双折射滤光片
研究光束	反射光束	透射光束
主要构成	光学薄膜	双折射晶体
物理机理	多光束干涉	双光束干涉
位相因子	往返一次的相移 $\delta = 2 \times (2\pi/\lambda)nl$	\circ 光和 ϵ 光的位相差 $\delta = \delta_e - \delta_o$
偏振特性	保持原偏振性	出射线偏振光
一阶厚度	$nl \sim \lambda/2$	$\Delta nl \sim \lambda(\Delta n \approx 10^{-2}n)$
可控变量	入射角 θ_i	入射角 θ_i 和旋转角 ϕ

5. 结 论

通过以上对双折射滤光片产生的群延迟、二阶和三阶色散的讨论,以及与 GT 干涉仪的比较,可以得出如下结论:光场经过双折射滤光片所产生的群延迟在波长坐标轴上具有一系列的峰值,在峰值波长的左右两边,双折射滤光片产生很大的二阶色散,且色散峰值正负相反,而在峰值波长处,二阶色散为零,但却存在较大的三阶负色散.色散的大小和带宽可通过改变晶体波片的厚度、倾斜角和旋转角来控制.一般情况色散峰值越大带宽越窄,相同条件下波片厚度越大色散带宽越窄.双折射滤光片的色散和 GT 干涉仪的色散具有相同的变化规律,在特殊情况下,它们产生的色散在数值上可以非常接近,这就提供了一种从外部补偿色散的可行方法.

- [1] Zhu S 1990 *Appl. Opt.* **29** 410
- [2] Wang X and Yao J 1992 *Appl. Opt.* **31** 4505
- [3] Preuss D R and Gole J L 1980 *Appl. Opt.* **19** 702
- [4] Fork R L *et al* 1984 *Opt. Lett.* **9** 150
- [5] Silvestri S D *et al* 1984 *IEEE J. Quantum Electron.* **QE-20** 533
- [6] Zhu X *et al* 1996 *J. Mod. Opt.* **43** 1701
- [7] Zhang R B *et al* 2001 *Acta Phys. Sin.* **50** 897 (in Chinese)
- [8] Zhang R B *et al* 2000 *Acta Phys. Sin.* **49** 468 (in Chinese) [章若冰等 2000 物理学报 **49** 468]
- [9] Zhu X 1994 *Appl. Opt.* **33** 3502
- [10] Jia Y Q 2003 *Journal of Optoelectronics · Laser* 156 (in Chinese) [贾亚青等 2003 光电子·激光 156]
- [11] Gires F and Tournois P 1964 *CR Acad. Sci. Paris.* **258** 6112

Study on dispersion characteristics of a tilted birefringent filter^{*}

Jia Ya-Qing Zhu Xiao-Nong

(*Institute of Modern Optics, Nankai University, Key Laboratory of Opto-electronic Information Science and Technology, Ministry of Education, Tianjin 300071, China*)

(Received 3 November 2003 ; revised manuscript received 16 January 2004)

Abstract

We present theoretical investigations of the second- and the third-order group delay dispersion caused by a tilted birefringent filter (TBF). The expression for the group delay of TBF is deduced and the corresponding dispersions are calculated. The influence of the parameters such as the thickness, the tilting angle and the rotation angle of the birefringent plate on dispersions are discussed. Comparison between the dispersion characteristics of a Gires-Tournois interferometer (GTI) and those of TBF is also present.

Keywords : birefringent filter, group delay, group delay dispersion, third-order dispersion

PACC : 4280, 4280W

^{*} Project supported by the Special Fund for Early-stage of Key Basic Research from Ministry of Science and Technology of China (Grant No. 2002CCA01700) and the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 60378007).