第 54 卷 第 1 期 2005 年 1 月
1000-3290/2005/54(01)/0001-05

物 理 学 报
ACTA PHYSICA SINICA

Vol.54,No.1,January,2005
©2005 Chin.Phys.Soc.

Landau-Ginzburg-Higgs 方程的微扰理论*

潘留仙[1)†]　左伟明[2)]　颜家壬[3)]

1)(湖南涉外经济学院电子与信息工程系，长沙　410205)

2)(湖南城市学院物理系，益阳　413049)

3)(湖南师范大学物理系，长沙　410081)

(2004 年 2 月 23 日收到；2004 年 4 月 27 日收到修改稿)

求出了一阶和二阶近似下微扰对 Landau-Ginzburg-Higgs 方程孤子解的影响,即求出了孤子参数随时间的缓慢变化关系及解的一阶修正和二阶修正的具体表达式.

关键词：Landau-Ginzburg-Higgs 方程，孤子，微扰

PACC：0340，4720，4735，0545

1. 引　　言

由于在物理学和其他许多领域内有着日益广泛的应用,孤子理论在上世纪六、七十年代得到了蓬勃的发展. 当然,标准的孤子方程只是一种高度的理想化了的数学模型,在实际问题中,往往还有一些附加的微小项(可看作微扰项)必须加以考虑,因此,孤子微扰理论是最有实用价值的内容之一. 迄今为止,孤子理论大体可以分为两大类,一是基于逆散射变换的孤子微扰论,它以形成了一个比较系统和完整的体系,因而在许多专著中都可以找到[1,2]. 另一类是孤子微扰论的直接方法,其要点是引进多重尺度时间变量及解的渐进展开式将孤子方程线性化,然后用微扰展开的方法求解线性化了的一阶近似方程. 较有代表性的工作可参阅文献[3,4]. 真正完全摆脱了对逆散射变换依赖的直接方法是文献[5—10]等所给出的. 因为它是基于众所周知的分离变量法、格林函数法,故思路直接简明. 又由于它的微扰展开基不含时间,因而数学计算也比其他方法简便. 此外,我们认为它还有一个明显的特点是便于求解高阶近似,为此,本文将用文献[5—10]的方法来处理 Landau-Ginzburg-Higgs(LGH)方程的孤子微扰问题. 但由于计算量比较大,故本文仅限于二阶近似.

2. 线性化

考察 LGH 方程

$$u_{tt} - u_{xx} - m^2 u + g^2 u^3 = 0, \tag{1}$$

式中,下标代表对时、空坐标 t,x 求导,m 与 g 为两实常数. 不难直接验证,方程(1)具有如下单孤子解[11]:

$$u(x,t) = \frac{m}{g}\tanh\frac{m}{\sqrt{2(1-\beta^2)}}(x - x_0 + \beta t),$$
$$\beta^2 < 1, \tag{2}$$

式中 β 与 x_0 为两参数,分别代表孤子的运动速度和初位置. 含微扰的 LGH 方程为

$$u_{tt} - u_{xx} - m^2 u + g^2 u^3 = \varepsilon R[u], \tag{3}$$

式中 ε 为表征微扰强弱的小参数,满足 $0<\varepsilon\leqslant 1$,$R[u]$为 u 的已知泛涵,即 u,u_x,u_{xx},…的已知函数. 引进多重尺度时间变量 $t_n=\varepsilon^n t$,$n=0,1,2,\cdots$ 则对 t 的导数将用如下级数代替:

$$\partial_t = \partial_{t_0} + \varepsilon\partial_{t_1} + \varepsilon^2\partial_{t_2} + \cdots \tag{4}$$

再将 u 作渐进展开

$$u = u^{(0)} + \varepsilon u^{(1)} + \varepsilon^2 u^{(2)} + \cdots \tag{5}$$

同时将 $R[u]$展为 ε 的幂级数

$$R[u] = R[u^{(0)}] + \varepsilon R^{(1)}[u^{(0)}, u^{(1)}] + \cdots \tag{6}$$

将(4)—(6)式代入(3)式,比较 ε 的各次幂系数,得到各级近似方程

* 湖南省自然科学基金(批准号：01JJY2010)资助的课题.

† E-mail：plx123@126.com

$$u_{t_0t_0}^{(0)}-u_{xx}^{(0)}-m^2u^{(0)}+g^2(u^{(0)})^3=0,\quad(7)$$

$$u_{t_0t_0}^{(1)}-u_{xx}^{(1)}-m^2u^{(1)}+3g^2(u^{(0)})^2u^{(1)}=R[u^{(0)}]-2u_{t_0t_1}^{(0)},\quad(8)$$

$$\begin{aligned}u_{t_0t_0}^{(2)}-u_{xx}^{(2)}-m^2u^{(2)}+3g^2(u^{(0)})^2u^{(2)}&=R^{(1)}[u^{(0)},u^{(1)}]-2u_{t_0t_2}^{(0)}-u_{t_1t_1}^{(0)}\\&\quad-2u_{t_0t_1}^{(1)}-3g^2u^{(0)}(u^{(1)})^2.\end{aligned}\quad(9)$$

(7)式为标准的 LGH 方程,它具有形如(2)式所示的单孤子解,并可以改写为

$$\begin{aligned}u^{(0)}&=\frac{m}{g}\tanh z,\\z&=m\mu(x-\xi),\\\xi_{t_0}&=-\beta,\\\mu&=[2(1-\beta^2)]^{-1/2}.\end{aligned}\quad(10)$$

由于微扰的影响,(10)式中的孤子参数 μ,ξ 一般将不再为常数,而为慢变量的待定函数,为了简单,可假定它们为 $t_1,t_2\cdots$的线性函数,于是不难直接求出

$$\begin{aligned}u_{t_0t_1}^{(0)}&=\frac{m^2}{g}\beta\mu_{t_1}(\mathrm{sech}^2z-2z\tanh z\,\mathrm{sech}^2z)\\&\quad+2\frac{m^3}{g}\mu^2\beta\xi_{t_1}\tanh z\,\mathrm{sech}^2z,\end{aligned}\quad(11)$$

$$\begin{aligned}u_{t_0t_2}^{(0)}&=\frac{m^2}{g}\beta\mu_{t_2}(\mathrm{sech}^2z-2z\tanh z\,\mathrm{sech}^2z)\\&\quad+2\frac{m^3}{g}\mu^2\beta\xi_{t_2}\tanh z\,\mathrm{sech}^2z,\end{aligned}\quad(12)$$

$$\begin{aligned}u_{t_1t_1}^{(0)}&=-2\frac{m}{g}\left(\frac{\mu_{t_1}}{\mu}\right)z^2\tanh z\,\mathrm{sech}^2z\\&\quad-2\frac{m^3}{g}\mu^2(\xi_{t_1})^2\tanh z\,\mathrm{sech}^2z\\&\quad-2\frac{m^2}{g}\mu_{t_1}\xi_{t_1}(\mathrm{sech}^2z-2z\tanh z\,\mathrm{sech}^2z).\end{aligned}\quad(13)$$

将(10)—(13)式代入(8)和(9)式. 即可得出

$$u_{t_0t_0}^{(1)}-u_{xx}^{(1)}-m^2u^{(1)}+3m^2\tanh^2zu^{(1)}=F^{(1)}(z),\quad(14)$$

$$u_{t_0t_0}^{(2)}-u_{xx}^{(2)}-m^2u^{(2)}+3m^2\tanh^2zu^{(2)}=F^{(2)}(z),\quad(15)$$

式中

$$\begin{aligned}F^{(1)}(z)&=R[u^{(0)}]-2\frac{m}{g}\beta\mu_{t_1}\\&\quad\times(\mathrm{sech}^2z-2z\tanh z\,\mathrm{sech}^2z)\\&\quad-4\frac{m^3}{g}\mu^2\beta\xi_{t_1}\tanh z\,\mathrm{sech}^2z,\end{aligned}\quad(16)$$

$$\begin{aligned}F^{(2)}(z)&=Q^{(2)}(z)-2\frac{m^2}{g}\beta\mu_{t_2}\\&\quad\times(\mathrm{sech}^2z-2z\tanh z\,\mathrm{sech}^2z)\\&\quad-4\frac{m^3}{g}\mu^2\beta\xi_{t_2}\tanh z\,\mathrm{sech}^2z,\end{aligned}\quad(17)$$

$$\begin{aligned}Q^{(2)}(z)&=R^{(1)}[u^{(0)},u^{(1)}]\\&\quad+2\frac{m}{g}\left(\frac{\mu_{t_1}}{\mu}\right)^2z^2\tanh z\,\mathrm{sech}^2z\\&\quad+2\frac{m^3}{g}\mu^2(\xi_{t_1})^2\tanh z\,\mathrm{sech}^2z-2u_{t_0t_1}^{(1)}\\&\quad+2\frac{m^2}{g}\mu_{t_1}\xi_{t_1}(\mathrm{sech}^2z-2z\tanh z\,\mathrm{sech}^2z).\end{aligned}\quad(18)$$

假定微扰是初时刻 $t=0$ 引进的,则对方程(14)和(15)还需附加初条件

$$u^{(1)}(x,0)=0,u_{t_0}^{(1)}(x,0)=0,\quad(19)$$

$$u^{(2)}(x,0)=0,u_{t_0}^{(2)}(x,0)=0.\quad(20)$$

选取 z(正比于随孤子一起运动的坐标系中的空间坐标)代替 x,则方程(14),(15)及相应的初条件化为

$$\begin{cases}u_{t_0t_0}^{(1)}+2m\mu\beta u_{t_0z}^{(1)}-\frac{m^2}{2}\hat{L}u^{(1)}=F^{(1)}(z),\\u^{(1)}(z,0)=u_{t_0}^{(1)}(z,0)=0,\end{cases}\quad(21)$$

$$\begin{cases}u_{t_0t_0}^{(2)}+2m\mu\beta u_{t_0z}^{(2)}-\frac{m^2}{2}\hat{L}u^{(2)}=F^{(2)}(z),\\u^{(2)}(z,0)=u_{t_0}^{(2)}(z,0)=0,\end{cases}\quad(22)$$

式中 $\hat{L}$ 为如下定义的自共轭线性微分算子:

$$\hat{L}=\frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}z^2}+6\mathrm{sech}^2z-4.\quad(23)$$

3. 本征值问题

为求解方程(21)与(22),关键是求解本征值问题

$$\hat{L}\phi=\lambda\phi,\quad(24)$$

应用文献[5,6]的方法,不难导出(24)式的所有本征函数

$$\begin{aligned}\phi(z,k)&=\frac{1}{\sqrt{2\pi(k^2+1)(k^2+4)}}\\&\quad\times e^{ikz}(k^2+1+3ik\tanh z-3\tanh^2z),\\\lambda&=-(k^2+4),-\infty<k<+\infty,\end{aligned}\quad(25)$$

$$\phi_1(z)=\phi_1^*(z)=\frac{\sqrt{3}}{2}\mathrm{sech}^2z,\lambda=0,\quad(26)$$

$$\phi_2(z) = \phi_2^*(z) = \frac{\sqrt{6}}{2}\tanh z\,\mathrm{sech} z, \lambda = -3, \tag{27}$$

式中,如通常的做法一样,$*$ 代表取复共轭,可以证明,基矢 $\{\phi\} = \{\phi(z,k),\phi_j(z), j=1,2\}$ 满足如下正交和完备性关系.

正交性

$$\int_{-\infty}^{\infty} \mathrm{d}z \phi(z,k)\phi^*(z,k') = \delta(k-k'), \tag{28}$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \mathrm{d}z \phi(z,k)\phi_j^*(z) = 0, \tag{29}$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \mathrm{d}z \phi_j(z)\phi_l^*(z) = \delta_{jl}, \quad j,l = 1,2. \tag{30}$$

完备性

$$\int_{-\infty}^{\infty} \mathrm{d}k \phi(z,k)\phi^*(z',k) + \sum_{j=1}^{2}\phi_j(z)\phi_j^*(z') = \delta(z-z'). \tag{31}$$

4. 微扰对于孤子的影响

为求微扰对孤子的影响. 必须求解方程(21)与(22). 首先考虑一阶近似,为此对方程(21)作拉普拉斯变换. 注意 $F^{(1)}z$ 不显含 t_0 得

$$p^2\bar{u}^{(1)} + 2m\mu\beta p\bar{u}_z^{(1)} - \frac{m^2}{2}\hat{L}\bar{u}^{(1)} = F^{(1)}(z), \tag{32}$$

式中,P 为复变数,$\bar{u}^{(1)}(z,p)$ 为 $u^{(1)}(z,t_0)$ 的像函数,令

$$\bar{u}^{(1)}(z,p) = \mathrm{e}^{2\mu\beta pz/m}\bar{v}^{(1)}(z,p), \tag{33}$$

则(32)式化为

$$2p^2\mu^2\bar{v}^{(1)} - \frac{m^2}{2}\hat{L}\bar{v}^{(1)} = \mathrm{e}^{2\mu\beta pz/m}F^{(1)}(z). \tag{34}$$

将 $\bar{v}^{(1)}$ 按基矢 $\{\phi\}$ 展开

$$\bar{v}^{(1)}(z,p) = \int_{-\infty}^{\infty}\mathrm{d}k\bar{w}^{(1)}(k,p)\phi(z,k) + \sum_{j=1}^{2}\bar{w}_j^{(1)}(p)\phi_j(z). \tag{35}$$

将(35)式代入(34)式,利用本征函数的正交性(28)—(30)式,不难求出各展开系数

$$\bar{w}^{(1)}(k,p) = \frac{1}{2p^2\mu^2 + m^2(k^2+4)/2} \times \int_{-\infty}^{\infty}\mathrm{d}z\mathrm{e}^{-2\mu\beta pz/m}F^{(1)}(z)\phi^*(z,k), \tag{36}$$

$$\bar{w}_1^{(1)}(p) = \frac{1}{2p^2\mu^2}\int_{-\infty}^{\infty}\mathrm{d}z\mathrm{e}^{-2\mu\beta pz/m}F^{(1)}(z)\phi_1^*(z), \tag{37}$$

$$\bar{w}_2^{(1)}(p) = \frac{1}{2p^2\mu^2 + 3m^2/2} \times \int_{-\infty}^{\infty}\mathrm{d}z\mathrm{e}^{-2\mu\beta pz/m}F^{(1)}(z)\phi_2^*(z). \tag{38}$$

将(36)—(38)式代回(35)式求出 $\bar{v}^{(1)}(z,p)$,再利用(33)式,即可求出

$$\begin{aligned} u^{(1)}(z,p) = &\int_{-\infty}^{\infty}\frac{\mathrm{d}k}{2p^2\mu^2 + m^2(k^2+4)/2} \\ &\times \int_{-\infty}^{\infty}\mathrm{d}z'F^{(1)}(z')\mathrm{e}^{-2p\mu\beta(z'-z)/m} \\ &\times \phi(z,k)\phi^*(z',k) \\ &+ \frac{1}{2p^2\mu^2}\int_{-\infty}^{\infty}\mathrm{d}z'F^{(1)}(z') \\ &\times \mathrm{e}^{-2p\mu\beta(z'-z)/m}\phi_1(z)\phi_1^*(z') \\ &+ \frac{1}{2p^2\mu^2 + 3m^2/2}\int_{-\infty}^{\infty}\mathrm{d}z'F^{(1)}(z') \\ &\times \mathrm{e}^{-2p\mu\beta(z'-z)/m}\phi_2(z)\phi_2^*(z'). \end{aligned} \tag{39}$$

用标准方法对(39)式作拉普拉斯逆变换,即可求出一阶修正

$$\begin{aligned} u^{(1)}(z,t_0) = &\frac{1}{2\mu^2}\int_{-\infty}^{\infty}\mathrm{d}k\int_{-\infty}^{\infty}\mathrm{d}z'\sin\Big\{\frac{m}{2\mu}\sqrt{k^2+4} \\ &\times\Big[t_0 - \frac{2\mu\beta}{m}(z'-z)\Big]\Big\}F^{(1)}(z') \\ &\times \phi(z,k)\phi^*(z',k) + \frac{1}{2\mu^2}\int_{-\infty}^{\infty}\mathrm{d}z' \\ &\times\Big[t_0 - \frac{2\mu\beta}{m}(z'-z)\Big]F^{(1)}(z') \\ &\times \phi_1(z)\phi_1^*(z') + \frac{1}{2\mu^2}\int_{-\infty}^{\infty}\mathrm{d}z'\sin\Big\{\frac{m}{2\mu} \\ &\times\sqrt{3}\Big[t_0 - \frac{2\mu\beta}{m}(z'-z)\Big]\Big\} \\ &\times F^{(1)}(z')\phi_2(z)\phi_2^*(z'). \end{aligned} \tag{40}$$

显然(40)式右端第二项将随时间 t_0 而无限增大,这种项称为久期项. 为消除它必须令

$$\int_{-\infty}^{\infty}\mathrm{d}zF^{(1)}(z)\phi_1^*(z) = 0,$$

$$\int_{-\infty}^{\infty}\mathrm{d}zF^{(1)}(z)z\phi_1^*(z) = 0, \tag{41}$$

注意到 $F^{(1)}(z)$ 的定义(16),不难从(41)式得出

$$\mu_{t_1} = \frac{3g}{4m^2\beta}\int_{-\infty}^{\infty}R[u^{(0)}]\mathrm{sech}^2 z\mathrm{d}z, \tag{42}$$

$$\xi_{t_1} = \frac{3g}{4m^3\mu^2\beta}\int_{-\infty}^{\infty}R[u^{(0)}]z\,\mathrm{sech}^2 z\mathrm{d}z. \tag{43}$$

由于(40)式右端第二项为零,故一阶修正简化为

$$u^{(1)}(z,t_0) = \frac{1}{2\mu^2}\int_{-\infty}^{\infty}\mathrm{d}k\int_{-\infty}^{\infty}\mathrm{d}z'\sin\Big\{\frac{m}{2\mu}$$

$$\times \sqrt{k^2+4}\left[t_0-\frac{2\mu\beta}{m}(z'-z)\right]\Big\}$$
$$\times F^{(1)}(z')\phi(z,k)\phi^*(z',k)$$
$$+\frac{1}{2\mu^2}\int_{-\infty}^{\infty}\mathrm{d}z'\sin\Big\{\frac{m}{2\mu}\sqrt{3}\left[t_0-\frac{2\mu\beta}{m}(z'-z)\right]\Big\}$$
$$\times F^{(1)}(z')\phi_2(z,k)\phi_2^*(z',k). \qquad (44)$$

(42),(43)式给出了一阶近似下孤子参数对慢变量 t_1 的依赖,它反映了微扰使孤子的宽度和速度如何随时间缓慢变化,而 $u^{(1)}(z,t_0)$ 则给出了对孤子形状的一阶修正.

现在我们来求二阶近似,为此转向方程(22),显然它与方程(21)有完全相同的结构,也就是说,如果将 $u^{(1)}$ 与 $F^{(1)}$ 分别替换成 $u^{(2)}$ 与 $F^{(2)}$,就从(21)式得出(22)式因此我们不必重复(32)到(40)式这诸多步骤,只需对(40)式实施上述替换,即可得到

$$u^{(2)}(z,t_0)=\frac{1}{2\mu^2}\int_{-\infty}^{\infty}\mathrm{d}k\int_{-\infty}^{\infty}\mathrm{d}z'\sin\Big\{\frac{m}{2\mu}$$
$$\times \sqrt{k^2+4}\left[t_0-\frac{2\mu\beta}{m}(z'-z)\right]\Big\}$$
$$\times F^{(2)}(z')\phi(z,k)\phi^*(z',k)+\frac{1}{2\mu^2}$$
$$\times\int_{-\infty}^{\infty}\mathrm{d}z'\int_{-\infty}^{\infty}\mathrm{d}z'\left[t_0-\frac{2\mu\beta}{m}(z'-z)\right]$$
$$\times F^{(2)}(z')\phi_1(z)\phi_1^*(z')+\frac{1}{2\mu^2}\int_{-\infty}^{\infty}\mathrm{d}z'$$
$$\times\sin\Big\{\frac{m}{2\mu}\sqrt{3}\left[t_0-\frac{2\mu\beta}{m}(z'-z)\right]\Big\}$$
$$\times F^{(2)}(z')\phi_2(z)\phi_2^*(z'). \qquad (45)$$

同样,(45)式右端第二项将随 t_0 而无限增长,为了消除这种久期项,必须令

$$\int_{-\infty}^{\infty}\mathrm{d}zF^{(2)}(z)\phi_1^*(z)=\int_{-\infty}^{\infty}\mathrm{d}zF^{(2)}(z)z\phi^*(z)=0, \qquad (46)$$

这将导致类似于(42)和(43)式的结果

$$\mu_{t_2}=\frac{3g}{4m^3\beta}\int_{-\infty}^{\infty}Q_2(z)\mathrm{sech}^2z\mathrm{d}z, \qquad (47)$$

$$\xi_{t_2}=\frac{3g}{4m^3\mu^2\beta}\int_{-\infty}^{\infty}Q_2(z)z\mathrm{sech}^2z\mathrm{d}z. \qquad (48)$$

这里我们已经利用了方程(17). 从 $Q_2(z)$ 的定义(18)不难看出,由于已经从一阶近似中求出了 μ_{t_1},ξ_{t_1} 与 $u^{(1)}$,故 $Q_2(z)$ 应当看作是已知的,于是求出了孤子参数 μ 与 ξ 对慢变量 t_2 的依赖,同样由于(45)式右端第二项为零,故对孤子波形的二阶修正可简化为

$$u^{(2)}(z,t_0)=\frac{1}{2\mu^2}\int_{-\infty}^{\infty}\mathrm{d}k\int_{-\infty}^{\infty}\mathrm{d}z'\sin\Big\{\frac{m}{2\mu}$$
$$\times \sqrt{k^2+4}\left[t_0-\frac{2\mu\beta}{m}(z'-z)\right]\Big\}$$
$$\times F^{(2)}(z')\phi(z,k)\phi^*(z',k)$$
$$+\frac{1}{2\mu^2}\int_{-\infty}^{\infty}\mathrm{d}z'\sin\Big\{\frac{m}{2\mu}$$
$$\times\sqrt{3}\left[t_0-\frac{2\mu\beta}{m}(z'-z)\right]\Big\}$$
$$\times F^{(2)}(z')\phi_2(z)\phi_2^*(z'). \qquad (49)$$

显然,原则上可以应用此法做到所希望的任一阶近似,但由于随着 n 的增加,$F^{(n)}(z)$ 的表达式变得愈来愈复杂,相应的计算量也将成倍增大,故通常只做到一阶近似为止.

---

[1] Lamb G L 1980 *Elements of Soliton Theory* (New York :Wiley) p259

[2] Huang N N 1996 *Theory of Solitons and Method of Perturbations* (Shanghai : Shanghai Scientific and Technological Education Publishing House) p186 (in Chinese) [黄念宁 1996 孤子理论和微扰方法(上海教育出版社)第 186 页]

[3] Herman R L 1990 *J. Phys.* A **23** 2327

[4] Herman R L 1990 *J. Phys.* A **23** 1063

[5] Yan J R and Tang Y 1996 *Phys. Rev.* E **54** 6816

[6] Yan J R and Tang T 1998 *Phys. Rev.* E **58** 1064

[7] Tang Y and Yan J R 1999 *Acta Phys. Sin.* **48** 480 (in Chinese) [唐 翌、颜家壬 1999 物理学报 **48** 480]

[8] Zhao Y M and Yan J R 1999 *Acta Phys. Sin.* **48** 1976 (in Chinese) [赵永明、颜家壬 1999 物理学报 **48** 1976]

[9] Yan J R *et al* 2000 *Chin. Phys. Lett.* **17** 625

[10] Pan L X *et al* 2001 *Chin. Phys.* **10** 594

[11] Fan E G and Zhang H G 1997 *Acta Phys. Sin.* **46** 1245 (in Chinese) [范恩贵、张鸿庆 1997 物理学报 **46** 1245]

The theory of the perturbation for Landau-Ginzburg-Higgs equation *

Pan Liu-Xian[1)†] Zuo Wei-Ming[2)] Yan Jia-Ren[3)]

[1)] (*Department of Engineering in Electronics and Information*, *Hunan University of International Economics*, *Changsha* 410205, *China*)

[2)] (*Department of Physics*, *Hunan City University*, *Yiyang* 413049, *China*)

[3)] (*Department of Physics*, *Hunan Normal University*, *Changsha* 410081, *China*)

(Received 23 February 2004; revised manuscript received 27 April 2004)

Abstract

The first-order and second-order effects of perturbation on Landau-Ginzburg-Higgs Soliton have been derived, namely, both the slow time-dependence of the soliton parameters and the first-order and second-order correction has been obtained.

Keywords: Landau-Ginzburg-Higgs equation, soliton, perturbation

PACC: 0340, 4720, 4735, 0545

* Project supported by the Natural Science Foundation of Hunan Pvovince, China (Grant No. 01JJY2010).

† E-mail: plx123@126.com