第 54 卷 第 1 期 2005 年 1 月
1000-3290/2005/54(01)/0107-06

物 理 学 报
ACTA PHYSICA SINICA

Vol.54, No.1, January, 2005

经典外场驱动下 Tavis-Cummings 系统的能量本征值和波函数*

王忠纯[1)2)]　王　琪[2)3)]　顾永建[1)]　郭光灿[1)]

[1)](中国科学技术大学量子信息重点实验室，合肥　230026)

[2)](盐城师范学院物理系，盐城　224002)

[3)](电子科技大学物理电子学院，成都　610054)

(2003 年 12 月 29 日收到；2004 年 5 月 25 日收到修改稿)

研究经典外部驱动场对双原子 Tavis-Cummings(T-C)模型中原子的作用.求出了相互作用绘景中驱动 T-C 系统能量——准能的本征值和相应的本征态，给出了 Schrödinger 绘景中该系统波函数的一般解.结果表明，外场驱动没有改变 T-C 模型的能级，但使该模型中的 Fock 态产生平移，从而使一般 T-C 模型中具有一定频率的定态被拓展到具有无限多个频率的 Fock 空间.

关键词：Tavis-Cummings 模型，经典外场，能量本征值，波函数

PACC：4250

1. 引　　言

Tavis-Cummings(T-C)模型[1]描述的是多个二能级原子与单模光场的相互作用.与 Jaynes-Cummings(J-C)模型相比，由于原子间的相互作用，光场和原子的演化有了很大的变化.近年来人们在此领域已进行了深入的研究[2—10]，发现了原子和腔场的许多非经典性质.但是，一般文献中对 T-C 模型的研究并未给出能用实验探测的完整描述.T-C 系统中的双原子体系可以等效成一个级联的三能级缀饰原子[3]，研究缀饰原子必须用一个外部驱动场来探测[11].Alsing 曾研究过外场驱动下 J-C 系统的 Stark 效应[11].使用一个外部的相干场来驱动原子，该场可由谐振腔侧面从外部辐射到原子上，与原子实现耦合；也可以从谐振腔的一个反射镜入射到腔内，从而与腔模耦合.

本文研究外部驱动场对双原子 T-C 模型中原子的作用.首先求出了不考虑外部驱动场时相互作用绘景中 T-C 模型能量——准能[11]的本征值，给出了 Schrödinger 绘景中 T-C 系统波函数的一般解，指出一些文献[3,7,8]中特定初态的解为本文的特例.然后求出了外场驱动下 T-C 系统的能量本征值、本征态和波函数的一般解.

2. T-C 模型的能量本征值和波函数

考虑两个全同的二能级原子与单模腔场组成的系统(T-C 系统)，设两原子间距小于腔模波长，使原子间的偶极-偶极相互作用不能忽略[3].该系统又受到一个外部的经典相干场的驱动，这里只考虑外部驱动场对原子的作用.由于原子与腔场的耦合要比与腔外驱动场的耦合强得多，可以忽略由外场引起的自发辐射[12]，外场可作为经典场来处理.在偶极近似和旋波近似下 Schrödinger 绘景中 T-C 系统的哈密顿为[13]

$$H = H_0 + V + V_\varepsilon, \tag{1}$$

$$H_0 = \omega a^+ a + \frac{1}{2}\omega_0(\sigma_{z1} + \sigma_{z2})\ (\text{取}\ \hbar = 1), \tag{2}$$

$$V = g\sum_{i=1}^{2}(a^+ \sigma_i^- + \sigma_i^+ a) + \lambda(\sigma_1^+\sigma_2^- + \sigma_2^+\sigma_1^-), \tag{3}$$

$$V_\varepsilon = \varepsilon\sum_{i=1}^{2}(\sigma_i^+ e^{-i\omega_L t} + \sigma_i^- e^{i\omega_L t}), \tag{4}$$

* 国家重点基础研究发展规划项目(批准号：CB309300)，国家自然科学基金(批准号：61021503)和江苏省高校自然科学研究项目(批准号：03KJD140240)资助的课题.

其中 H_0 为两个裸原子和腔场的自由哈密顿，V 为原子与腔场的相互作用及原子间的偶极-偶极相互作用，V_ε 为原子与经典驱动场的相互作用；a^+，a 是频率为 ω 的腔场的光子产生算符和湮没算符，σ_{zi}，σ_i^+，σ_i^- 是本征频率为 ω_0 的第 i 个原子的赝自旋算符；g 为原子与腔场间的耦合常数，λ 为原子间偶极-偶极相互作用的耦合常数.经典驱动场的频率为 ω_L，ε 为经典外场的幅度和该场与原子耦合系数的乘积，g，λ，ε 均为实数.为计算简便，本文研究原子、腔场及驱动场完全共振的情况，即 $\omega_L=\omega_0=\omega$.在相互作用绘景中的有效哈密顿为

$$\begin{aligned}V^{(I)} &= e^{iH_0 t}(V+V_\varepsilon)e^{-iH_0 t} = V + e^{iH_0 t}V_\varepsilon e^{-iH_0 t}\\ &= g\sum_{i=1}^{2}(a^+\sigma_i^- + \sigma_i^+ a) + \lambda(\sigma_1^+\sigma_2^- + \sigma_2^+\sigma_1^-)\\ &\quad + \varepsilon\sum_{i=1}^{2}(\sigma_i^+ + \sigma_i^-).\end{aligned} \tag{5}$$

先分析无驱动场的情况，即 $\varepsilon=0$，则 $V^{(I)}=V$.相互作用绘景中系统满足 Schrödinger 方程

$$i\frac{\partial|\Phi(t)\rangle}{\partial t} = V|\Phi(t)\rangle. \tag{6}$$

由于 V 中不显含 t，则

$$|\Phi(t)\rangle = e^{-iEt}|\Phi\rangle, \tag{7}$$

$$V|\Phi\rangle = E|\Phi\rangle, \tag{8}$$

E 为 T-C 系统的准能.考虑到两个原子是全同的，并注意到对于由(3)式表示的哈密顿，系统的‘激发态数’保持不变[14]，即原子处于激发态的数目与腔场的光子数之和不变.可用三个对两原子具有交换对称的波函数构成基矢，

$$|u_1^n\rangle = |e_1,e_2,n\rangle,\ |u_3^n\rangle = |g_1,g_2,n+2\rangle,$$

$$|u_2^n\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}[|g_1,e_2,n+1\rangle + |e_1,g_2,n+1\rangle], \tag{9}$$

其中$|e_i\rangle$，$|g_i\rangle(i=1,2)$ 为二能级裸原子的能量本征态，$\{|n\rangle\}$为腔场的 Fock 态矢集.将$|\Phi\rangle$用该组基矢展开，

$$|\Phi\rangle = |\Phi_j^n\rangle = \sum_{k=1}^{3} C_{jk}^n |u_k^n\rangle. \tag{10}$$

由于 Fock 态$|n\rangle$中 $n\geqslant 0$，所以(9)式中$|u_1^n\rangle$，$|u_2^n\rangle$ 和$|u_3^n\rangle$中 n 的最小值依次为 $0,-1,-2$.

当 $n\geqslant 0$ 时，将(3)，(10)式代入本征方程(8)，并利用(9)式，展开后比较等式两边$|u_k^n\rangle$ $(k=1,2,3)$ 的系数可得

$$E_j^n C_{j1}^n - \sqrt{2(n+1)}\,gC_{j2}^n = 0,$$

$$\sqrt{2(n+1)}\,gC_{j1}^n + (\lambda - E_j^n)C_{j2}^n + \sqrt{2(n+2)}\,gC_{j3}^n = 0,$$

$$\sqrt{2(n+2)}\,gC_{j2}^n - E_j^n C_{j3}^n = 0. \tag{11}$$

解此方程组得准能的本征值

$$E_1^n = 0,\quad E_{2,3}^n = \frac{\lambda}{2} \pm \delta_n, \tag{12}$$

其中

$$\delta_n = \frac{1}{2}\sqrt{\lambda^2 + 8(2n+3)g^2}. \tag{13}$$

分别将 $E_j^n(j=1,2,3)$代入方程组(11)，求出

$$C_{11}^n = \frac{b_n}{\sqrt{d_n^2+b_n^2}},\quad C_{12}^n = 0,$$

$$C_{13}^n = -\frac{d_n}{\sqrt{d_n^2+b_n^2}},$$

$$c_{21}^n = \frac{d_n}{\sqrt{d_n^2+b_n^2+(\lambda/2+\delta_n)^2}},$$

$$c_{22}^n = \frac{\lambda/2+\delta_n}{\sqrt{d_n^2+b_n^2+(\lambda/2+\delta_n)^2}},$$

$$c_{23}^n = \frac{b_n}{\sqrt{d_n^2+b_n^2+(\lambda/2+\delta_n)^2}},$$

$$c_{31}^n = \frac{d_n}{\sqrt{d_n^2+b_n^2+(\lambda/2-\delta_n)^2}},$$

$$c_{32}^n = \frac{\lambda/2-\delta_n}{\sqrt{d_n^2+b_n^2+(\lambda/2-\delta_n)^2}},$$

$$c_{33}^n = \frac{b_n}{\sqrt{d_n^2+b_n^2+(\lambda/2-\delta_n)^2}}, \tag{14}$$

其中

$$d_n = \sqrt{2(n+1)}\,g,\quad b_n = \sqrt{2(n+2)}\,g. \tag{15}$$

用同样的方法不难求出，当 $n=-1$ 时，准能的本征值只有二个：$E_{2,3}^{-1}=\frac{\lambda}{2}\pm\delta_{-1}$，其中 δ_{-1}为(13)式中 $n=-1$ 时的值.$E_{2,3}^{-1}$对应的本征态为

$$|\Phi_j^{-1}\rangle = C_{j2}^{-1}|u_2^{-1}\rangle + C_{j3}^{-1}|u_3^{-1}\rangle,\ (j=2,3), \tag{16}$$

$C_{jk}^{-1}(j,k=2,3)$也是由(13)—(15)式确定.

当 $n=-2$ 时，准能为 $E_1^{-2}=0$，对应的态

$$|\Phi_1^{-2}\rangle = |u_3^{-2}\rangle = |g_1,g_2,0\rangle, \tag{17}$$

则本征态$|\Phi_j^n\rangle(n=-2,-1,0,1,\cdots)$完全确定.相互作用绘景中的定态波函数为

$$|\Phi_j^n(t)\rangle = e^{-iE_j^n t}|\Phi_j^n\rangle.$$

不难证明，

$$H_0|\Phi_j^n\rangle = E_0^n|\Phi_j^n\rangle,$$

$$E_0^n = (n+1)\omega,\ (n=-2,-1,0,1,\cdots), \tag{18}$$

E_0^n 为系统无相互作用时的能量本征值.则

Schrödinger 绘景中的定态波函数

$$|\Phi_j^{n(s)}(t)\rangle = e^{-iH_0 t}|\Phi_j^n(t)\rangle = e^{-iE_{Tj}^n t}|\Phi_j^n\rangle, \quad (19)$$

与之对应的系统总能量为

$$E_{Tj}^n = E_0^n + E_j^n = (n+1)\omega + E_j^n,$$

$$j = \begin{cases} 1 & (n=2) \\ 2,3 & (n=-1) \\ 1,2,3 & (n=0,1,2,\cdots) \end{cases}. \quad (20)$$

由于原子与腔场的相互作用和两原子间的相互作用,系统的能量产生了分裂.波函数的一般表示为

$$|\Psi^{(s)}(t)\rangle = A_1^{-2}|\Phi_1^{-2(s)}(t)\rangle + \sum_{j=2}^{3} A_j^{-1}|\Phi_j^{-1(s)}(t)\rangle + \sum_{n=0}^{\infty}\sum_{j=1}^{3} A_j^n |\Phi_j^{n(s)}(t)\rangle, \quad (21)$$

其中系数 A_j^n 由初始条件决定.

一些文献[3,7,8]中特定初态的解为(21)式的特例.例如,不少文献[3,7]常设系统的初态为

$$|\Psi(0)\rangle = \cos(\theta/2)|g_1,g_2,0\rangle - \sin(\theta/2)e^{i\varphi}|e_1,e_2,0\rangle. \quad (22)$$

只要在(21)式中去除上标‘s’就得无驱动场时相互作用绘景中 T-C 系统波函数的一般表示

$$|\Psi(t)\rangle = A_1^{-2}|\Phi_1^{-2}(t)\rangle + \sum_{j=2}^{3} A_j^{-1}|\Phi_j^{-1}(t)\rangle + \sum_{n=0}^{\infty}\sum_{j=1}^{3} A_j^n|\Phi_j^n(t)\rangle. \quad (23)$$

令 $t=0$,并将(22)式代入上式,对比等式两边系数可得

$$A_1^{-2} = \cos(\theta/2), A_j^{-1} = 0\ (j=2,3)$$

$$A_1^0 = -\sqrt{\frac{2}{3}}\sin(\theta/2)e^{i\varphi},$$

$$A_2^0 = \frac{E_3^0\sqrt{6g^2+(E_2^0)^2}}{6\sqrt{2}g\delta_0}\sin(\theta/2)e^{i\varphi},$$

$$A_3^0 = -\frac{E_2^0\sqrt{6g^2+(E_3^0)^2}}{6\sqrt{2}g\delta_0}\sin(\theta/2)e^{i\varphi},$$

$$A_j^n = 0, (n>0), \quad (24)$$

则(23)式可写成

$$|\Psi(t)\rangle = \cos(\theta/2)|g_1,g_2,0\rangle - \sin(\theta/2)e^{i\varphi} \times [G_1|e_1,e_2,0\rangle + G_2(|e_1,g_2,1\rangle + |g_1,e_2,1\rangle) + G_3|g_1,g_2,2\rangle],$$

其中

$$G_1 = -\frac{2g^2}{\sqrt{\lambda^2+24g^2}}\left(\frac{e^{-iE_3^0 t}}{E_3^0} - \frac{e^{-iE_2^0 t}}{E_2^0}\right) + \frac{2}{3},$$

$$G_2 = -\frac{g}{\sqrt{\lambda^2+24g^2}}(e^{-iE_3^0 t} - e^{-iE_2^0 t}),$$

$$G_3 = -\frac{2\sqrt{2}g^2}{\sqrt{\lambda^2+24g^2}}\left(\frac{e^{-iE_3^0 t}}{E_3^0} - \frac{e^{-iE_2^0 t}}{E_2^0}\right) - \frac{\sqrt{2}}{3}. \quad (25)$$

这正是文献[3,7]中的结果.

3. 经典驱动场作用下 T-C 系统的能量本征值和波函数

考虑外部经典驱动场对 T-C 系统中原子的作用,在相互作用绘景中由(5)式表示的有效哈密顿可写成

$$V^{(I)} = g\sum_{i=1}^{2}(\tilde{a}^+\sigma_i^- + \sigma_i^+\tilde{a}) + \lambda(\sigma_1^+\sigma_2^- + \sigma_2^+\sigma_1^-), \quad (26)$$

其中 $\tilde{a}^+ = a^+ + \varepsilon/g$,$\tilde{a} = a + \varepsilon/g$,外场驱动下系统满足 Schrödinger 方程

$$i\frac{\partial|\tilde{\Phi}(t)\rangle}{\partial t} = V^{(I)}|\tilde{\Phi}(t)\rangle.$$

由于 $V^{(I)}$ 中也不显含 t,则

$$|\tilde{\Phi}(t)\rangle = e^{-i\tilde{E}t}|\tilde{\Phi}\rangle \quad (27)$$

满足本征方程

$$V^{(I)}|\tilde{\Phi}\rangle = \tilde{E}|\tilde{\Phi}\rangle, \quad (28)$$

$\tilde{E}$ 为有外场驱动时 T-C 系统的准能,$|\tilde{\Phi}\rangle$为相应的本征态.引入平移算符[11]

$$D(\alpha) = \exp(\alpha a^+ - \alpha^* a),$$

$$D^+(\alpha)V^{(I)}D(\alpha)D^+(\alpha)|\tilde{\Phi}\rangle = \tilde{E}D^+(\alpha)|\tilde{\Phi}\rangle, \quad (29)$$

$$D^+(\alpha)V^{(I)}D(\alpha) = g\sum_{i=1}^{2}[D^+(\alpha)\tilde{a}^+D(\alpha)\sigma_i^- + \sigma_i^+D^+(\alpha)\tilde{a}D(\alpha)] + \lambda(\sigma_1^+\sigma_2^- + \sigma_2^+\sigma_1^-),$$

利用公式[13] $D^+(\alpha)aD(\alpha) = a+\alpha$,$D^+(\alpha)a^+D(\alpha) = a^+ + \alpha^*$,并令 $\alpha = -\varepsilon/g$,则

$$D^+(\alpha)\tilde{a}^+D(\alpha) = a^+,$$

$$D^+(\alpha)\tilde{a}D(\alpha) = a, D^+(\alpha)V^{(I)}D(\alpha) = V.$$

(29)式可写成

$$V[D^+(\alpha)|\tilde{\Phi}\rangle] = \tilde{E}[D^+(\alpha)|\tilde{\Phi}\rangle].$$

对比上式和(8)式,$\tilde{E} = E$,$D^+(\alpha)|\tilde{\Phi}\rangle = |\Phi\rangle$.外场驱动原子后 T-C 系统的准能与没有外场时相同,准能没有产生新的能级分裂,即受驱动的 T-C 系统的准能本征值仍为

$$E_j^n = \begin{cases} 0 & (j = 1;n = -2,0,1,2,\cdots), \\ (\lambda + \sqrt{\lambda^2 + 8(2n+3)g^2})/2 & (j = 2;n = -1,0,1,\cdots), \\ (\lambda - \sqrt{\lambda^2 + 8(2n+3)g^2})/2 & (j = 3;n = -1,0,1,\cdots). \end{cases} \tag{30}$$

但相应的本征态变为

$$|\widetilde{\Phi}_j^n\rangle = D(\alpha)|\Phi_j^n\rangle. \tag{31}$$

受驱动的 T-C 系统的能量本征态可由将该系统本征态中的 Fock 态平移获得. 利用公式[13]

$$D(\alpha) = e^{-|\alpha|^2/2} e^{\alpha a^+} e^{-\alpha^* a},$$

$$D^+(\alpha) a^+ D(\alpha) = a^+ + \alpha^*,$$

$$|n\rangle = \frac{(a^+)^n}{\sqrt{n!}}|0\rangle$$

将平移 Fock 态写成[15]

$$|\alpha;n\rangle \equiv D(\alpha)|n\rangle = \frac{1}{\sqrt{n!}} e^{-|\alpha|^2/2}(a^+ - \alpha^*)^n e^{\alpha a^+}|0\rangle$$

$$= \frac{1}{\sqrt{n!}} e^{-|\alpha|^2/2}(-\alpha^*)^n (1+\xi)^n e^{-|\alpha|^2\xi}|0\rangle, \tag{32}$$

其中 $\xi = -\frac{a^+}{\alpha^*}$. 由 Sonine 多项式(广义 Laguerre 多项式)[16] 的表达式

$$S_m^n(x) = \sum_{k=0}^{m} (-1)^k \frac{1}{k!(m-k)!} \frac{(n+m)!}{(n+k)!} x^k, \tag{33}$$

不难导出

$$(1+\xi)^n e^{-x\xi} = \sum_{m=0}^{\infty} S_m^{n-m}(x)\xi^m,$$

则平移 Fock 态的表达式为

$$|\alpha;n\rangle = \frac{1}{\sqrt{n!}} e^{-|\alpha|^2/2} \sum_{m=0}^{\infty} (-\alpha^*)^{n-m}\sqrt{m!} \times S_m^{n-m}(|\alpha|^2)|m\rangle. \tag{34}$$

在外场的驱动下,T-C 系统的能量本征态拓展到整个 Fock 空间.

以下分析 Schrödinger 绘景中的情况. 在外场驱动下,T-C 系统的总能量仍由(20)式决定,而 Schrödinger 绘景中的定态波函数

$$\begin{aligned} |\widetilde{\Phi}_j^{n(s)}(t)\rangle &= e^{-iH_0 t}|\widetilde{\Phi}_j^n(t)\rangle = e^{-iH_0 t} e^{-iE_j^n t}|\widetilde{\Phi}_j^n\rangle \\ &= e^{-iE_j^n t} e^{-iH_0 t} D(\alpha)|\Phi_j^n\rangle \\ &= e^{-iE_j^n t} e^{-iH_0 t} D(\alpha) e^{iH_0 t} e^{-iH_0 t}|\Phi_j^n\rangle \\ &= \exp[-i(E_0^n + E_j^n)t] e^{-iH_0 t} D(\alpha) e^{iH_0 t}|\Phi_j^n\rangle \\ &= e^{-iE_{Tj}^n t} D(\beta)|\Phi_j^n\rangle, \end{aligned} \tag{35}$$

其中 $D(\beta) = e^{-iH_0 t} D(\alpha) e^{iH_0 t}$. 利用公式[13]

$$D(\alpha) = e^{|\alpha|^2/2} e^{-\alpha^* a} e^{\alpha a^+},$$

$$\begin{aligned} D(\beta) &= e^{|\alpha|^2/2} e^{-i\omega a^+ at} e^{-\alpha^* a} e^{\alpha a^+} e^{i\omega a^+ at} \\ &= e^{|\alpha|^2/2}(e^{-i\omega a^+ at} e^{-\alpha^* a} e^{i\omega a^+ at})(e^{-i\omega a^+ at} e^{\alpha a^+} e^{i\omega a^+ at}) \\ &= e^{|\alpha|^2/2} e^{-\beta^* a} e^{\beta a^+} = e^{|\beta|^2/2} e^{-\beta^* a} e^{\beta a^+}, \end{aligned}$$

其中

$$\beta = \alpha e^{-i\omega t} = -\frac{\varepsilon}{g} e^{-i\omega t}. \tag{36}$$

所以 $D(\beta)$ 就是变量为 β 的平移算符. 对比(19)和(35)式可见,有外场驱动的情况下 Schrödinger 绘景中 T-C 系统的定态波函数,可通过将无外场时系统的定态波函数中的 Fock 态平移 β 得到,此结论与受驱动的 J-C 模型的情况相似[11]. 外场驱动下 T-C 系统波函数的一般表示为

$$|\widetilde{\Psi}^{(s)}(t)\rangle = B_1^{-2}|\widetilde{\Phi}_1^{-2(s)}(t)\rangle + \sum_{j=2}^{3} B_j^{-1}|\widetilde{\Phi}_j^{-1(s)}(t)\rangle + \sum_{n=0}^{\infty}\sum_{j=1}^{3} B_j^n|\widetilde{\Phi}_j^{n(s)}(t)\rangle, \tag{37}$$

B_j^n 为常系数. 由(35),(9),(10),(16)和(17)式,(37)式可以展开为

$$\begin{aligned} |\widetilde{\Psi}^{(s)}(t)\rangle &= B_1^{-2} e^{-iE_{T1}^{-2}t} D(\beta)|u_3^{-2}\rangle + \sum_{j=2}^{3} B_j^{-1} e^{-iE_{Tj}^{-1}t} \sum_{k=2}^{3} C_{jk}^{-1} D(\beta)|u_k^{-1}\rangle + \sum_{n=0}^{\infty}\sum_{j=1}^{3} B_j^n e^{-iE_{Tj}^n t} \sum_{k=1}^{3} C_{jk}^n D(\beta)|u_k^n\rangle \\ &= B_1^{-2} e^{-iE_{T1}^{-2}t}|g_1,g_2\rangle|\beta;0\rangle + \sum_{j=2}^{3} B_j^{-1} e^{-iE_{Tj}^{-1}t}\Big[\frac{1}{\sqrt{2}} C_{j2}^{-1}(|g_1,e_2\rangle + |e_1,g_2\rangle)|\beta;0\rangle \\ &\quad + C_{j3}^{-1}|g_1,g_2\rangle|\beta;1\rangle\Big] + \sum_{n=0}^{\infty}\sum_{j=1}^{3} B_j^n e^{-iE_{Tj}^n t}\Big[C_{j1}^n|e_1,e_2\rangle|\beta;n\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}} C_{j2}^n(|g_1,e_2\rangle + |e_1,g_2\rangle)|\beta;n+1\rangle \\ &\quad + C_{j3}^n|g_1,g_2\rangle|\beta;n+2\rangle\Big]. \end{aligned} \tag{38}$$

注意到

$$|\beta;n\rangle = \frac{1}{\sqrt{n!}} e^{-|\varepsilon/g|^2/2} \sum_{m=0}^{\infty} (\varepsilon/g)^{n-m} \times e^{i(n-m)\omega t} \sqrt{m!} S_m^{n-m}(|\varepsilon/g|^2)|m\rangle, \quad (39)$$

并由(20)式,可看出(38)式中含有因子 $e^{-iE_{T1}^{-2}t}|\beta;0\rangle$,$e^{-iE_{Tj}^{-1}t}|\beta;0\rangle$,$e^{-iE_{Tj}^{-1}t}|\beta;1\rangle$,$e^{-iE_{Tj}^{n}t}|\beta;n\rangle$,$e^{-iE_{Tj}^{n}t}|\beta;n+1\rangle$和 $e^{-iE_{Tj}^{n}t}|\beta;n+2\rangle$的项对应的频率(注意到 $\hbar=1$)分别为$(m-1)\omega$,$m\omega+E_{2,3}^{-1}$,$(m-1)\omega+E_{2,3}^{-1}$,$(m+1)\omega+E_j^n$,$m\omega+E_j^n$ 和$(m-1)\omega+E_j^n$(m,$n=0,1,2,\cdots$)($j=1,2,3$),由此归纳出 Schrödinger 绘景中外场驱动下 T-C 系统的波函数具有频率集

$$-\omega, m\omega; \quad -\omega+(\lambda\pm\sqrt{\lambda^2+8g^2})/2,$$
$$m\omega+(\lambda\pm\sqrt{\lambda^2+8g^2})/2;$$
$$-\omega+(\lambda\pm\sqrt{\lambda^2+8(2n+3)g^2})/2,$$
$$m\omega+(\lambda\pm\sqrt{\lambda^2+8(2n+3)g^2})/2,$$
$$(m,n=0,1,2,\cdots).$$

由上可见,由于 H_0 与 V_ε 不对易,外场的驱动使 T-C 系统中的 Fock 态产生平移,无外场驱动时具有一定频率的定态被拓展到具有无限多个频率的 Fock 空间.若(37)或(38)式中令 $\varepsilon=0$,则 $\beta=\alpha=0$,就过渡到(21)式表示的无驱动的 T-C 模型的波函数.

4. 结　论

本文研究了在外部经典场驱动下的双原子 T-C 系统.由于原子与腔场的相互作用及原子间的相互作用,系统的能级相对于无相互作用时产生了如(30)式表示的分裂.外场的驱动没有改变 T-C 模型的能级,但波函数发生了很大的变化.外场的驱动使 T-C 模型中的 Fock 态产生平移,从而使相互作用绘景中系统的能量本征态拓展到整个 Fock 空间,而 Schrödinger 绘景中具有一定频率的定态被拓展到具有无限多个频率的 Fock 空间.一般无驱动的 T-C 模型可看成是本文的特例.

[1] Tavis M and Cummings F W 1968 *Phys. Rev.* **170** 379

[2] Joshi A 1991 *Phys. Rev.* A **44** 2135

[3] Peng J S and Li G X 1996 *Introduction to Modern Quantum Optics* (Beijing: Science Press) (in Chinese) [彭金生、李高翔 1996 近代量子光学导论(北京 科学出版社)]

[4] Wan L, Liu S M and Liu S Q 2002 *Acta Phys. Sin.* **51** 84 (in Chinese) [万　琳、刘素梅、刘三秋 2002 物理学报 **51** 84]

[5] Huang C J *et al* 2000 *Acta Phys. Sin.* **49** 2159 (in Chinese) [黄春佳等 2000 物理学报 **49** 2159]

[6] Tao X Y *et al* 2000 *Acta Phys. Sin.* **49** 1464 (in Chinese) [陶向阳等 2000 物理学报 **49** 1464]

[7] Tian Y H and Peng J S 2000 *Acta Opt. Sin.* 20 1187 (in Chinese) [田永红、彭金生 2000 光学学报 **20** 1187]

[8] Zuo Z C and Xia Y J 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 2687 (in Chinese) [左战春、夏云杰 2003 物理学报 **52** 2687]

[9] Vadeiko I P *et al* 2003 *Phys. Rev.* A **67** 053808

[10] Bogoliubovy N M, Bulloughz R K and Timonenx J 1996 *J. Phys. A: Math. Gen.* **19** 6305

[11] Alsing P, Gou D S and Carmichael H J 1992 *Phys. Rev.* A **45** 5135

[12] Dutra S M, Knight P L and Moya-Cessa H 1994 *Phys. Rev.* A **49** 1993

[13] Scully M O and Zubairy M S 1997 *Quatum Optics* (Cambridge: Cambridge University Press)

[14] Cirac J I and Zoller P 1994 *Phys. Rev.* A **50** R2799

[15] Lin R M and Zheng S B 1994 *J. Fujian Normal University* **10**(4) 45 (in Chinese) [林仁明、郑仕标 1994 福建师范大学学报 **10**(4) 45]

[16] Liu S K and Liu S D 2002 *Special Functions* (Beijing: Meteorological Press) (in Chinese) [刘式适、刘式达 2002 特殊函数 (北京 气象出版社)]

Eigenenergies and wave functions of the Tavis-Cummings system driven by an external classical coherent field*

Wang Zhong-Chun[1)2)] Wang Qi[2)3)] Gu Yong-Jian[1)] Guo Guang-Can[1)]

[1)] (*Key Laboratory of Quantum Information*, *University of Science and Technology of China*, *Hefei* 230026, *China*)

[2)] (*Department of Physics*, *Yancheng Teachers College*, *Yancheng* 224002, *China*)

[3)] (*College of Physical Electronics*, *University of Electronic Science and Technology of China*, *Chengdou* 610054, *China*)

(Received 29 December 2003; revised manuscript received 25 May 2004)

Abstract

We study the interaction of the atoms in the two-atom Tavis-Cummings (T-C) model under an external classical driving field. The eigenenergies - quasienergies and eigenstates of the T-C system driven by the external field are calculated in the interaction picture. We also give the general wave function of the system in the Schrödinger picture. We show that the driving field does not change the energy levels of the T-C model, but makes the Fock states displaced. A stationary state with a definite frequency in the normal two-atom T-C model is transformed into the Fock states with infinite frequencies by the driving field.

Keywords: Tavis-Cummings model, classical external field, eigenenergy, wave function

PACC: 4250

* Project supported by the State Key Development Program for Basic Research of China (Grant No. CB309300), the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 60121503), and the Natural Science Foundation of the Jiangsu Education Commission of China (Grant No. 03KJD140240).