

超短脉冲激光与稀薄等离子体相互作用的 准静态粒子模拟研究

卓红斌 胡庆丰 刘 杰 迟利华 张文勇

(国防科技大学计算机学院,长沙 410073)

(2004 年 2 月 5 日收到 2004 年 4 月 2 日收到修改稿)

具体讨论准静态近似在粒子模拟技术中的实现方法,主要包括:简化物理模型的建立,数值模拟方法的实现,程序结构的建立.最后,给出了三个成功的数值模拟结果,短脉冲激光的自聚焦现象、激光尾流场的激发和自生磁场现象,并进行了物理分析.

关键词:准静态,粒子模拟,激光尾流场,自聚焦

PACC: 5265, 5235

1. 引 言

近年来,随着超强超短激光脉冲技术的迅猛发展和人们对快点火技术研究的不断深入,超强超短激光脉冲与低密度等离子体相互作用的研究已成为当前激光等离子体研究的一个热点方向.目前,国内外研究人员已进行了大量的实验和数值模拟研究,主要研究内容包括:超强超短脉冲在大尺度等离子体中的传输特性^[1];超强超短脉冲与等离子体相互作用产生的各种不稳定性^[2];相对论和有质动力引起的激光自聚焦^[3];高能电子加速机制^[4]等.粒子模拟方法,通过跟踪带电粒子在电磁场中的运动以及记录电磁场的变化情况来真实再现物理现象,已成功地应用到激光等离子体相互作用研究的各个领域.不过,受计算量和存储量的限制,粒子模拟的规模和所能模拟的物理问题有限,特别是短脉冲激光在稀薄等离子体中传输以及出现的各种不稳定性问题,要求模拟的空间尺度可能达到毫米量级,计算时间达到几百个甚至上千个等离子体电子振荡周期.对于这一类问题,采用准静态(quasi-static)近似,通过简化物理方程,能够有效地减少计算量和存储量.目前,这种近似方法已成功地应用到二维流体模拟技术^[5]和二维粒子模拟技术^[6].

本文具体讨论 quasi-static 近似在粒子模拟技术中的实现方法,主要包括简化物理模型的建立,数值模拟方法的实现,程序结构的特点.最后,利用自行研制的二维准静态粒子模拟程序 MLPIC2D 模拟研

究了短脉冲激光的激光尾流场的激发,自生磁场现象和自聚焦现象,得到了正确的模拟结果并给出合理的物理分析.

2. 简化物理模型的建立

描述激光电磁场变化情况的 Maxwell 方程组由矢量势 A 和标量势 Φ 表示为

$$\left[\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \nabla^2 \right] A = \frac{4\pi}{c} J - \nabla \left(\frac{1}{c} \frac{\partial \Phi}{\partial t} + \nabla \cdot A \right), \quad (1)$$

$$\nabla \cdot \left[\nabla \Phi + \frac{1}{c} \frac{\partial A}{\partial t} \right] = -4\pi \rho, \quad (2)$$

$$E = -\nabla \Phi - \frac{1}{c} \frac{\partial A}{\partial t}, \quad (3)$$

$$B = \nabla \times A, \quad (4)$$

式中, $J = qn_e v_e$, $\rho = qn_e$, q 为电子电荷.这里,忽略了离子运动.

同样,等离子体电子在电磁场下的相对论运动方程也可以由矢量势 A 和标量势 Φ 表示为

$$\frac{d}{dt} \left(p + \frac{qA}{c} \right) = -q \nabla \Phi + \left(\nabla \frac{qA}{c} \right) \cdot v. \quad (5)$$

引入变量 $\xi = ct - z$, 将上述方程组变化到激光传输坐标上,考虑 quasi-static 近似,忽略 $\frac{\partial^2}{\partial t^2}$ 项,同时,为了数值计算的考虑,作归一化处理,归一化量

纲为: $z = k_p z$, $\mathbf{p} = \mathbf{p}/mc$, $q = q/e$, $\Phi = e\Phi/mc^2$, $\mathbf{a} = e\mathbf{A}/mc^2$. 描述电磁场变化方程简化为^[6]

$$\frac{2ik_0}{k_p} \frac{\partial \hat{a}}{\partial t} - 2 \frac{\partial^2 \hat{a}}{\partial t \partial \xi} + \nabla_{\perp}^2 \hat{a}_{\perp} = \frac{\bar{n}}{\gamma} \hat{a}_{\perp}, \quad (6)$$

$$\bar{j}_{\perp} = \nabla_{\perp} \frac{\partial \bar{\psi}}{\partial \xi} + \nabla_{\perp} (\nabla_{\perp} \cdot \bar{\mathbf{a}}_{\perp}) - \nabla_{\perp}^2 \bar{\mathbf{a}}_{\perp}, \quad (7)$$

$$\bar{j}_z = - \frac{\partial^2 \bar{\psi}}{\partial \xi^2} - \nabla_{\perp}^2 \bar{a}_z - \frac{\partial}{\partial \xi} (\nabla_{\perp} \cdot \bar{\mathbf{a}}_{\perp}), \quad (8)$$

式中, 矢量场 \mathbf{a} 被分解为两部分 \mathbf{a}_{\perp} 和 $\bar{\mathbf{a}}$, \mathbf{a}_{\perp} 为激光快变场, 其表达式为 $\mathbf{a}_{\perp} = \hat{\mathbf{a}}_{\perp}(\xi, x_{\perp}, t) \exp[ik_0 \xi]$, $\bar{\mathbf{a}}$ 为激光尾流场慢变场, $\bar{\psi} = \bar{\Phi} - \bar{a}_z$ 为尾流场电势,

$\frac{\bar{n}}{\gamma}$ 量是通过对所有模拟粒子作统计平均求得.

描述等离子体电子运动的方程简化为

$$\frac{d\bar{p}_{\perp}}{d\xi} = \frac{1}{1+\bar{\psi}} \left(\bar{\gamma} \nabla_{\perp} \bar{\psi} - \frac{1}{2} \nabla_{\perp} |\hat{\mathbf{a}}_{\perp}|^2 \right) - \bar{b}, \quad (9)$$

$$\frac{dx_{\perp}}{d\xi} = \frac{\bar{p}_{\perp}}{(1+\bar{\psi})}, \quad (10)$$

根据径向速度值, 可以得到 $\bar{\gamma}$ 和 \bar{p}_z 的值

$$\bar{\gamma} = \frac{1}{\chi(1+\bar{\psi})} \{1 + |\bar{p}_{\perp}|^2 + |\hat{\mathbf{a}}_{\perp}|^2 + (1+\bar{\psi})\}, \quad (11)$$

$$\bar{p}_z = \frac{1}{\chi(1+\bar{\psi})} \{1 + [|\bar{p}_{\perp}|^2 + |\hat{\mathbf{a}}_{\perp}|^2] - (1+\bar{\psi})\}. \quad (12)$$

(6)–(12) 式组成了完备的方程组, 能够完整地描述短脉冲激光等离子体相互作用中激光脉冲的变化, 激光尾流场的产生以及等离子体电子运动情况.

3. 数值模拟方法的实现

上述方程的求解采用有限差分方法, 建立二维 (ξ, x_{\perp}) 网格, 网格间距满足 $\Delta\xi \ll L_R$, $\Delta x_{\perp} \ll L_R$, L_R 为真空条件下激光束 Rayleigh 长度, 所有物理量均定义在网格整点或半点上. 描述激光脉冲波络变化的 (6) 式为修正傍轴近似方程. 数值求解采用隐式有限差分方法, 激光场量 \hat{a} 定义在二维 (ξ, x_{\perp}) 网格整点上, 计算采用 split-step 方法, 将轴向运算和纵向运算分别求解.

$$\left[2 \frac{ik_0}{k_p} - 2 \frac{\partial}{\partial \xi} \right] \frac{\partial \hat{a}}{\partial t} = \frac{\bar{n}}{\gamma} \hat{a}_{\perp}, \quad (13)$$

$$2 \frac{ik_0}{k_p} \frac{\partial \hat{a}}{\partial t} = - \nabla_{\perp}^2 \hat{a}, \quad (14)$$

忽略 \hat{a} 上标, 轴向求解差分方程表达式为

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\Delta\xi} a_{i,j-1}^{n+1} + \left(2i \frac{k_p}{k_0} - S_{i,j} \right) a_{i,j}^{n+1} - \frac{1}{\Delta\xi} a_{i,j+1}^{n+1} \\ & = 2i \frac{k_0}{k_p} a_{i,j}^n - \frac{a_{i,j+1}^n - a_{i,j-1}^n}{\Delta\xi}, \end{aligned} \quad (15)$$

纵向求解根据坐标轴不同而选择不同的差分形式, 这里仅给出直角坐标下的表达式, 柱坐标情况类似:

$$\begin{aligned} & - \frac{C}{\Delta y^2} a_{i-1,j}^{n+1} + \left[1 + CS_{i,j} + \frac{C}{\Delta y^2} \right] a_{i,j}^{n+1} - \frac{C}{\Delta y^2} a_{i+1,j}^{n+1} \\ & = a_{i,j}^n + \frac{C}{\Delta y^2} [a_{i+1,j}^n - a_{i,j}^n + a_{i-1,j}^n] + CS_{i,j} a_{i,j}^n, \end{aligned} \quad (16)$$

上面两式中, $S = \frac{\bar{n}}{\gamma} \Delta t$, $C = i \frac{k_p}{4k_0}$. 如果近似认为纵向边界处激光脉冲场强、尾流场强均为零, 上述表达式最终均可化为三对角矩阵运算.

尾流场求解采用和激光场求解同样的网格和差分形式. 其中, 尾流场标量势可以由 (7) 式求得, 这里采用纵向库仑规范 $\nabla_{\perp} \cdot \bar{\mathbf{a}} = 0$ (7) 式差分形式简化为

$$\frac{\Gamma_{i,j+1} - 2\Gamma_{i,j} + \Gamma_{i,j-1}}{\Delta y^2} = \nabla_{\perp} \frac{J_{\perp i,j} - J_{\perp i-1,j}}{\Delta\xi} \quad (17)$$

$$\frac{\psi_{i+1,j} - 2\psi_{i,j} + \psi_{i-1,j}}{\Delta\xi^2} = \Gamma_{i,j}. \quad (18)$$

求得 ψ 值后, 利用 (8) 式, 可以得到 a_z 值. 等离子体电子运动求解步进采用跳蛙格式, 不过, 需要注意的是粒子的位置和速度均定义在 ξ 网格上. 电子受力和电流电荷分配到网格点的方法与传统的 Particle-in-cell 方法相同.

$\xi = 0$ 表示激光脉冲波头位置, 此时的激光强度为零, 其他物理量如尾流场电势 ψ , 磁场 b , 电子动量 p 也均为零, 初始电子密度为 1. 在已知 $t = 0$ 时刻激光脉冲波形的条件下, 根据 (9) 式和 (10) 式, 首先推动电子步进 $\Delta\xi$, 根据新的电子位置 x_{\perp} 和动量 p_{\perp} , 可以求得 $\xi + \Delta\xi$ 的电流密度和电荷密度. 根据 (7)(8) 式, 可以求得 $\xi + \Delta\xi$ 处的标量势 ψ 和磁场 b . 利用 ψ 和 b , 又可以推动粒子步进. 重复上述过程, 就可以得到二维网格 (ξ, y) 上的电荷密度和电流密度. 显然, 在已知的电流密度的条件下, 利用 (6) 式就可以求得时刻 $t + \Delta t$ 的激光脉冲波形.

4. 数值模拟结果及分析

根据上述讨论, 采用 C++ 语言编制了二维超强超短脉冲激光与等离子体相互作用粒子模拟程序 MLPIC2D, 考虑到程序的灵活性和扩展性, 我们采用

了面向对象技术建立模拟系统模型,程序主体结构 and 输入输出文件格式均与已开发的二维全电磁粒子模拟程序 CYLINDER2D^[7]相同.接下来,我们利用该程序来模拟研究短脉冲激光的激光尾流场的激发,自生磁场现象和自聚焦现象,验证程序的正确性并给合理的物理分析.

4.1. 激光尾流场的激发

激光尾流场是短脉冲激光等离子体相互作用的一个基本物理问题.在 2 维非相对论条件下,短脉冲激光脉冲激发的尾流场可以表示为^[4]

$$\Phi = k_p \int_{-\infty}^{\xi} d\tau \sin k_p(\xi - \tau) a^2(\mathbf{r}, \tau), \quad (19)$$

$$E_{\perp} = \nabla_{\perp} \Phi, \quad (20)$$

$$E_z = \partial_{\xi} \Phi, \quad (21)$$

式中, $k_p = \omega_p/c$. 定义 L 为激光脉冲尾部位置, 则当满足条件 ($\xi > L$), 可以得到尾流场简化形式

$$\Phi(\mathbf{r}, \xi) = \psi_1(r) \sin(k_p \xi) - \psi_2(r) \cos(k_p \xi), \quad (22)$$

$$\psi_1 = k_p \int_{-\infty}^L d\tau \cos(k_p \tau) a^2(\mathbf{r}, \tau), \quad (23)$$

$$\psi_2(r) = k_p \int_{-\infty}^L d\tau \sin(k_p \tau) a^2(\mathbf{r}, \tau). \quad (24)$$

分析上面两式能够得到两个有意义的结论, 一是尾流场电场波数 $k_p = \omega_p/c$, 二是轴向尾流场分量和纵向尾流场分量相位差为 $\pi/2$. 图 1 为利用 MLPIC2D 程序计算得到的尾流场模拟结果, 计算参数为: 柱坐标下, 初始等离子体电子均匀分布, 密度 $n_0 = 5.0 \times 10^{19} \text{ m}^{-3}$, 入射激光脉冲随时间成高斯变化, $I = I_0 \exp(-r^2/r_s^2)$, 激光波长 $\lambda_0 = 1 \mu\text{m}$, 激光强度 $I_0 = 0.5 \times 10^{18} \text{ Wcm}^{-2}$ 或 $a_0 = 0.3$, 激光光斑半高宽度 $2r_s = 15.0 \mu\text{m}$, 激光脉冲长度 $\tau = 8.0 \text{ fs}$. 模拟结果显示, 尾流场电场沿轴向分布成正弦变化, 振荡波长为 $\lambda_p = 2\pi/k_p$, 同时, 纵向分量与轴向分量相位差为 $\pi/2$, 与上述理论分析结果完全一致. 另外, 根据(20)式和(21)式, 能够得到横向尾流场电场分量与纵向尾流场电场分量的强度对比关系 $|E_z(r_m)/E_{\perp}(r_m)| = k_p r_m$, 其中 $r_m = r_s/\sqrt{2}$ 脉冲波形纵向梯度极值位置. 带入模拟参数计算得到的 $E_z/E_r = 7.1$. 模拟结果得到的 $E_z/E_r = 7.2$, 几乎完全一致. 改变激光强度和激光光斑大小, $I_0 = 1.0 \times 10^{18} \text{ Wcm}^{-2}$ 或 $a_0 = 0.43$, $2r_s = 15.0 \mu\text{m}$, 其余参数则与前面完全相同, 图 2 给

出不同条件下的激光尾流场模拟结果. 其中, 电场波形由低强度条件下的线性正弦波形变为楔形波形, 等离子体电子密度振荡峰值明显陡化, 模拟结果与文献[4]给出的非线性理论分析结果一致.

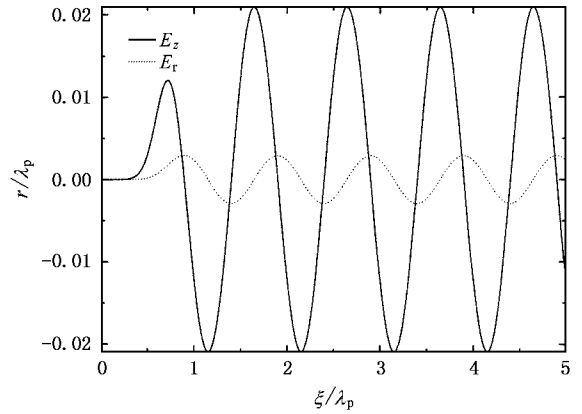


图 1 $r = r_m$ 位置激光尾流场轴向电场分量 E_z 和径向分量 E_r 的振荡波形 (计算参数为: 等离子体密度 $n_0 = 5.0 \times 10^{19} \text{ m}^{-3}$, 激光强度 $I_0 = 0.5 \times 10^{18} \text{ Wcm}^{-2}$ 或 $a_0 = 0.3$, 激光光斑半高宽度 $2r_s = 15.0 \mu\text{m}$, 激光脉冲长度 $\tau = 8.0 \text{ fs}$)

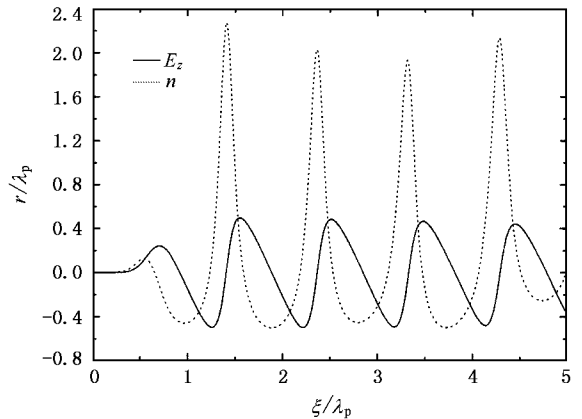


图 2 对称轴位置激光尾流场轴向电场分量 E_z 和扰动电子密度 $n = n_e - n_0$ 的振荡波形 (计算参数为: $I_0 = 1.0 \times 10^{18} \text{ Wcm}^{-2}$ 或 $a_0 = 0.43$, $2r_s = 15.0 \mu\text{m}$, 其余参数则与图 1 完全相同)

4.2. 自生磁场的产生

自生磁场的产生一直是激光等离子体物理最关心的问题之一, 已开展了大量的理论和实验研究. 文献[8]报告, 短脉冲激光在低密度等离子体中传输, 在激光脉冲内部和激光尾流场区域均出现准静态自生磁场. Gorbunov 等人^[9]用四阶微扰理论解析研究了短脉冲激光和在均匀稀薄等离子体中的准静态磁场. 文献[8]采用显式粒子模拟方法模拟了自生磁场

现象, 研究表明, 轴对称激光脉冲的传播将产生复杂位形的环向磁场. 对于窄脉冲 ($k_p \tau \ll 1$) 低强度 ($a \ll 1$) 的激光脉冲, 理论分析表明, 该磁场在轴向存在恒定项和波数为 $2k_p$ 的简谐振荡项. 但是, 由于显式粒子模拟方法的噪声较大, 因此模拟得到的物理图像并不清晰, 本文利用 MLPIC2D 程序的低噪声特性来模拟研究短脉冲激光在低密度等离子体中传输产生自生磁场现象. 计算参数选择为: 柱坐标, 初始等离子体电子均匀分布, 密度 $n_0 = 5.0 \times 10^{19} \text{ m}^{-3}$, 初始激光脉冲随时间成正弦变化, $I = I_0 \exp(-r^2/r_s^2) \sin(\pi \xi/L)$, 激光波长 $\lambda_0 = 1 \mu\text{m}$, 激光强度 $I_0 = 2.2 \times 10^{15} \text{ Wcm}^{-2}$ 或 $a_0 = 0.02$, 激光光斑半高宽度 $2r_s = 0.478 \mu\text{m}$, 激光脉冲长度 $L = 1.6 \times 10^{-2} \text{ cm}$. 图 3 给出磁场强度二维分布和 $r = 0.01 \lambda_p$ 处磁场强度变化曲线, 模拟结果与文献 [8] 分析结果一致, 即磁场沿传输方向存在一个恒定量和一个简谐振荡项, 简谐振荡项波长约等于 $\lambda_p/2$. 改变激光强度和光斑宽度, $a_0 = 0.7$, $2r_s = 0.04 \text{ cm}$, 其余参数维持不变, 图 4 模拟结果显示, 磁场分布与理论分析结果有明显区别, 此时的磁场振荡形状已不再是简谐振荡, 而是类似锯齿振荡, 振荡波数约等于 k_p .

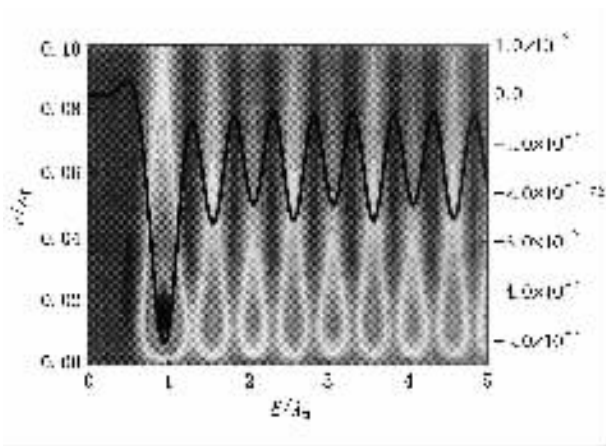


图 3 低强度、窄脉冲条件下的角向自生磁场分量强度二维分布图, 曲线为 $r = 0.01 \lambda_p$ 处磁场沿 ξ 的变化图(计算参数: 等离子体密度 $n_0 = 5.0 \times 10^{19} \text{ m}^{-3}$, 激光波长 $\lambda_0 = 1 \mu\text{m}$, 激光强度 $I_0 = 2.2 \times 10^{15} \text{ Wcm}^{-2}$ 或 $a_0 = 0.02$, 激光光斑半高宽度 $2r_s = 0.478 \mu\text{m}$, 激光脉冲长度 $L = 1.6 \times 10^{-2} \text{ cm}$)

4.3. 相对论自聚焦效应

文献 [1] 理论分析了相对论自聚焦现象, 结果表明对于长脉冲激光 ($c\tau_L \gg \lambda_p$), 当激光脉冲强度 $P > P_{\text{crit}} = 17(\lambda_p/\lambda) \text{ (GW)}$, 受相对论和有质动力的影

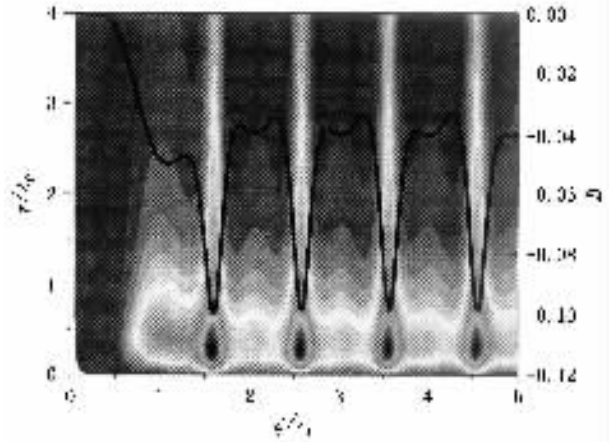


图 4 高强度、宽脉冲条件下的角向自生磁场分量强度二维分布图, 曲线为 $r = 0.04 \lambda_p$ 处磁场沿 ξ 的变化图(计算参数: $a_0 = 0.7$, $2r_s = 0.04 \text{ cm}$, 其余参数与图 3 相同)

响, 等离子体折射指数明显改变, 激光在传播过程中发生自聚焦现象. 不过, 对于短脉冲情况 ($c\tau_L < \lambda_p / (1 + a^2)^{1/2}$), 由于电子的集体运动不能及时响应激光场强度的变化, 等离子体折射指数改变不明显, 激光仍然会出现散焦现象. 下面, 利用 MLPIC2D 程序模拟不同脉冲长度的激光在低密度等离子体的传输情况, 验证理论分析结果. 模拟参数选择为: 柱坐标下, 初始等离子体密度为 $n_0 = 1.2 \times 10^{16} \text{ cm}^{-3}$, 入射激光脉冲随时间成正弦变化, $I = I_0 \exp(-r^2/r_s^2) \sin(\pi \xi/L)$, 激光波长 $\lambda_0 = 1 \mu\text{m}$, 激光强度 $I_0 = 0.5 \times 10^{18} \text{ Wcm}^{-2}$ 或 $a_0 = 0.3$, 激光光斑半高宽度 $2r_s = 0.06 \text{ cm}$, 激光脉冲长度分别选择为 (a) $L = 0.25 \lambda_p$, (b) $L = 0.5 \lambda_p$, (c) $L = 1.0 \lambda_p$, (d) $L = 2.0 \lambda_p$. 图 5 给出了对阵轴位置最大激光强度随时间的变化图. 如图所示, 对于长脉冲激光(曲线 c 和 d), 由于自聚焦作

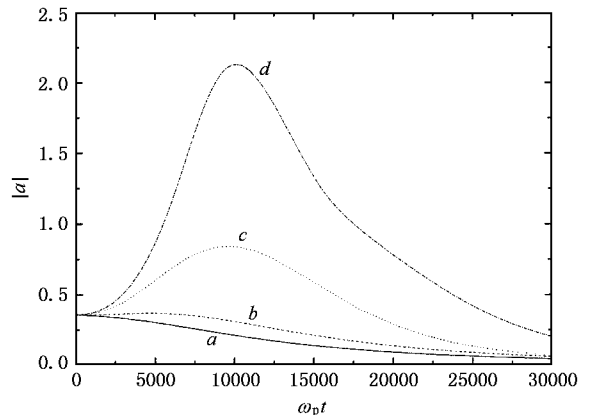


图 5 短脉冲激光自聚焦现象的模拟结果

用激光脉冲强度出现了明显的增强, 大约在 $\omega t \approx 10^5$ 处达到最大值, 随后逐渐下降, 其中曲线 d 显示最大强度达到初始强度的 7 倍. 对于短脉冲激光(曲线 a 和 b), 激光脉冲强度没有出现明显的增强现象, 特别是曲线 a 的结果与真空条件下激光传输过程完全一致. 上述模拟结果与文献 [1] 的非线性理论分析结果一致.

5. 结 论

我们详细讨论了准静态近似在粒子模拟技术中的实现方法, 并采用面向对象技术和 C++ 语言编

制了二维粒子模拟程序 MLPIC2D. 由于采用了准静态近似, 模拟计算区域能够跟随激光脉冲的运动而改变, 因此能够有效地模拟超强超短脉冲激光与稀薄密度等离子体相互作用的各种物理现象如尾流场产生、自生磁场和自聚焦物理问题. 不过需要指出的是, 当等离子体密度接近或大于临界密度时, 准线性近似不能成立, 对于这种条件下的物理问题仍需要采用传统的粒子模拟方法. 利用该程序, 我们还将进行短脉冲激光与稀薄等离子体相互作用产生的各种不稳定性的研究工作, 如受激 Raman 前向散射和侧向 Raman 散射问题.

- [1] Sprangle P and Esarey E 1992 *IEEE J. Quantum Electron* **33** 1879
 [2] Sprangle P and Esarey E 1997 *Phys. Rev. Lett.* **78** 2132
 [3] Chen X L and Sudan R N 1993 *Phys. Fluid B* **5** 1336
 [4] Esarey E and Sprangle P 1996 *IEEE Trans. Plasma Sci.* **24** 252
 [5] Mora P and Antonsen T M 1993 *Phys. Fluids B* **5** 1440

- [6] Mora P and Antonsen T M 1997 *Phys. Plasma* **4** 217
 [7] Zhuo H B and Chang W W 2001 *Journal of National University of Defense Tech.* **23** 103
 [8] Sheng Z M and Meyer-ter-Vehn J 1998 *Phys. Plasma* **5** 3764
 [9] Gorbunov L M and Mora P 1997 *Phys. Plasma* **4** 4358

Quasi-static particle simulation of short pulse laser-plasma interaction

Zhuo Hong-Bin Hu Qing-Feng Liu Jie Chi Li-Hua Zhang Wen-Yong
 (College of Computer , National University of Defense Technology , Changsha 410073 , China)
 (Received 5 February 2004 ; revised manuscript received 2 April 2004)

Abstract

We have successfully developed the two-dimensional quasi-static particle simulation code MLPIC2D, which is an effective numerical tool to be used to describe the long-time plasma behavior under the action of an ultra high intensity short pulse laser. Simple physical modeling, numerical realization and code framework are discussed in detail. Three nonlinear phenomena of laser-plasma interaction: 1) production of laser wake-fields, 2) relativistic focusing for short laser pulses, 3) quasi-static magnetic fields, are correctly simulated and analysed.

Keywords : quasi-static, particle simulation, laser wakefield, relativistic focusing

PACC : 5265, 5235