

旋转中心力场消除螺旋波和时空混沌^{*}

马 军^{1,2)†} 蒲忠胜¹⁾ 冯旺军¹⁾ 李维学¹⁾

¹⁾ 兰州理工大学物理系, 兰州 730050)

²⁾ 浙江大学近代物理中心, 杭州 310027)

(2005 年 1 月 21 日收到, 2005 年 3 月 4 日收到修改稿)

研究了中心力场中螺旋波和时空混沌的控制问题. 通过外界机械力旋转系统来产生中心力场, 数值计算表明: 该方案可以很好消除 Fitzhugh-Nagumo 和 Panfilov 系统的螺旋波和时空混沌, 即使在外部力场作用一小段时间(大约 20 到 50 时间单位)后, 系统也将很快达到均匀稳定态. 而且该方案对于噪声具有一定的鲁棒性, 与所选择的模型无关.

关键词: 螺旋波, Fitzhugh-Nagumo, Panfilov

PACC: 0545, 4754, 9850M

1. 引 言

非线性科学涉及到物理、化学、工程、生物和医疗等多个领域, 目前研究的范围主要包括: 混沌^[1-3], 斑图形成^[4-6], 孤立子、元胞自动机和分形. 他们随着计算机科学技术的发展获得了很大进展. 螺旋波是斑图动力学的一个重要内容, 近年来在实验和数值计算中得到广泛研究. 近年的研究表明: 螺旋波与心率不齐有关, 螺旋波的破裂引起心脏猝死, 这就是心颤问题 (ventricular fibrillation (VF))^[7-11]. 许多关于心颤的研究目前主要集中在各种哺乳动物心脏并提出了许多数学模型^[12-16]. Fitzhugh-Nagumo (FHN)^[13,14] 和 Panfilov^[12,15] 方程被认为是比较理想的两个模型, 在特定的参数下可以出现稳定旋转的螺旋波和时空混沌. 许多方法被用来研究反应扩散和心肌组织中的螺旋波和时空混沌, 张宏等^[17] 提出在激发介质局部区域连续注入周期信号来产生靶波以消除螺旋波和时空混沌; 王鹏业等^[18] 提出用行波的方法消除了螺旋波; 外加恒力和空间梯度力也被用来消除螺旋波^[19], 机械外力对介质的周期性压缩导致了螺旋波的破裂^[20]. 在过去的工作中, 方案一般归结为电刺激, 光照^[21] 和药物刺

激. 在这里还有很多有趣的问题值得研究. 如: 在一个外界力场中螺旋波会有什么变化? 例如通电螺线管中的涡旋电场, 同轴电缆中的磁场, 加速的重力场以及机械外力旋转产生的中心力场等. 在这里我们将研究机械外力旋转下中心场对螺旋波和时空混沌的影响. 本文将研究两个模型: CO 在 P(110) 表面催化 Fitzhugh-Nagumo (一定参数下可以出现稳定旋转的螺旋波) 和心肌组织的 Panfilov 方程 (一定参数下出现时空混沌, 对应心颤). 通过机械外力使系统旋转, 数值计算表明: 在外力旋转产生的中心场, 螺旋波和时空混沌很快被消除, 而且该方案对于噪声具有一定的鲁棒性. 即使在外部力场作用一小段时间后 (大约 20 到 50 时间单位) 停止, 系统也将很快达到均匀稳定态. 我们认为其机理在于外界的旋转力场破坏了系统的动力学结构, 系统内部自身的扩散使系统达到均匀状态.

本文以下安排为四个部分, 第 1 部分简单介绍了要研究的两个模型, 第 2 部分介绍控制方法, 第 3 部分给出数值计算和讨论, 最后是结论.

2. 模 型

2.1. FHN 方程^[13,14]

^{*} 国家自然科学基金 (批准号 90303010) 资助的课题.

[†] E-mail: hyperchaos@lut.cn cc hyperchaos@163.com.

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} = \varepsilon^{-1} u(1-u) \left(u - \frac{v+b}{a} \right) + D \nabla^2 u \\ \frac{\partial v}{\partial t} = f(u) - v \end{cases} \quad (1)$$

$$f(u) = \begin{cases} 0 & 0 \leq u < 1/3 \\ 1 - 6.75u(u-1)^2 & 1/3 \leq u \leq 1 \\ 1 & 1 < u \end{cases} \quad (2)$$

系统(1)是一个描述 CO 在 Pt(110) 表面催化氧化的双变量系统,其中 u 和 v 分别表示活化子和阻

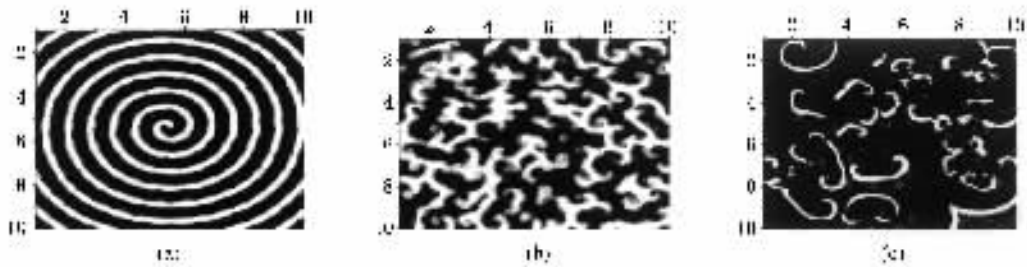


图 1 (a) 稳定旋转的螺旋波 (b) 时空混沌(系统 1) (c) 时空混沌(对应心颤)

研究表明:当 $0.01 < \varepsilon < 0.06$, 合适的初始值可以观测到系统出现稳定旋转的螺旋波;当 $\varepsilon > 0.06$ 时螺旋波开始不稳定,当 $\varepsilon > 0.07$ 时系统进入时空混沌,见图 1(b)。在本文无特殊说明则选取系统尺寸 100×100 , 格点数目 256×256 , 时间步长 $h = 0.02$, $a = 0.84$, $b = 0.07$, $\varepsilon = 0.04$, 扩散系数 $D = 1$, 对于 FHN 模型,所有的初始数值为稳定的螺旋波,采用欧拉向前差分方法计算,考虑非开流边界条件。

2.2. Panfilov 方程^[12,15]

$$\begin{cases} \frac{\partial e}{\partial t} = \nabla^2 e - f(e) - g \\ \frac{\partial g}{\partial t} = \varepsilon(e, g)(ke - g) \end{cases} \quad (3)$$

$$f(e) = \begin{cases} 20e & e < 0.0026 \\ -3e + 0.06 & 0.0026 \leq e \leq 0.837 \\ 15(e-1) & 0.837 < e \end{cases} \quad (4)$$

$$\varepsilon(e, g) = \begin{cases} 1/75 & e < 0.837 \\ 1.0 & 0.837 < e \\ 0.3 & e < 0.0026, g < 1.8 \end{cases} \quad (5)$$

$k = 3$ 。满足(4)和(5),系统(3)处于时空混沌,对应心肌中心颤,数值结果见图 1(c)。

3. 控制螺旋波和时空混沌的机理

当把几滴红墨水滴入清亮的水中,可以看到瓶

塞子。在这里我们只讨论二维情况。 $\nabla^2 = \partial^2/\partial x^2 + \partial^2/\partial y^2$, 系统参数 $a = 0.84$, $b = 0.07$, 参数 ε 变化对应不同的系统行为。如: $a = 0.84$, $b = 0.07$, $\varepsilon = 0.02$, 在合适的初始值下(系统尺寸 100×100 , 格点数 256×256 , 初始值为: $u(121:123, 1:128) = 0.9$, $v(121:123, 1:128) = 0.0$, $u(124:126, 1:128) = 0.7$, $v(124:126, 1:128) = 0.7$, $u(127:129, 1:128) = 0.0$, $v(127:129, 1:128) = 0.9$, 其它格点值为零), 系统(1)可以出现稳定旋转的螺旋波, 见图 1(a)。进一步的数值

中水的颜色逐渐改变,这是分子扩散的结果,但把整个瓶子晃动、转动或者用筷子搅动时,可以看到整个瓶子中液体的颜色很快达到均匀。从动力学角度看,这是外界机械力的旋转产生了一个中心力场,液体的浓度在外场作用和扩散因子作用下发生了改变,从而改变了系统的状态。下面我们将利用这个简单的原理研究螺旋波和时空混沌的控制问题。由于我们研究的模型限于二维系统,故选取其旋转轴垂直于系统表面。在这里分别讨论旋转轴在系统边界角和系统中心下螺旋波和时空混沌的控制问题。在外界机械力的旋转下,系统中每个格点都受到一个中心力。

$$F = k_0 \omega^2 r \quad (6)$$

式中 r 是系统任意一个格点到旋转轴的距离, ω 为旋转角速度, k_0 是一个常数(物理意义类似于格点的质量)。可以将力场(6)简化为:

$$F = kr \quad (7)$$

此处常数 k 由外界力场决定,这个力场作为控制因子直接施加在方程(1)中第一式的右边,表示系统中每个格点都受到外界力场的作用,受控的系统(1)为:

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} = \varepsilon^{-1} u(1-u) \left(u - \frac{v+b}{a} \right) + D \nabla^2 u + k \cdot r \\ \frac{\partial v}{\partial t} = f(u) - v \end{cases} \quad (8)$$

下面分别研究旋转轴在系统边界角位置和中心两种情况下螺旋波和时空混沌的消除问题.

4. 数值计算

下面分别讨论 $F = -0.5\omega_0^2 r$ 和 $F = 0.5\omega_0^2 r$ (ω_0 为系统自身的角速度), 无噪声和时空噪声为 $\sigma(x, y, t)$ ($\sigma(x, y, t)\sigma(x', y', t') = D\delta(x - x')\delta(y - y')\delta(t - t')$, $\sigma(x, y, t) = 0$, D 是噪声强度) 时螺旋波和时空混沌的控制问题, 其中下图中的辉度

表示系统的状态.

4.1. 旋转轴在系统边界角位置, 旋转力场 $F = -0.5\omega_0^2 r$

数值计算表明: 旋转轴在边界角位置情况下, 连续转动下(中心力场持续作用)系统达到局部(对角)均匀(图 2); 旋转 20 时间单位后取消中心力场, 系统达到均匀稳定态(图 3); 在噪声 $D = 0.001$ 下, 对控制结果影响比较弱(图 4 和图 5).

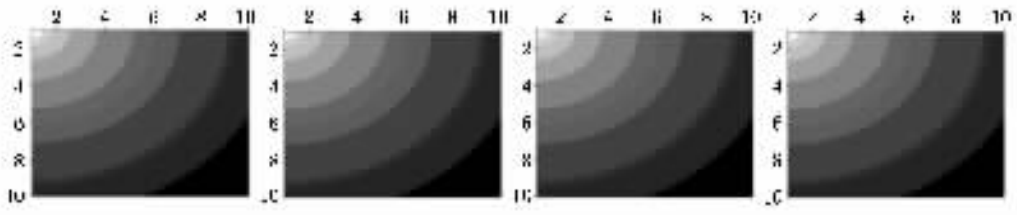


图 2 表示连续旋转下系统快变量 u 随时间的演化, 从左到右对应 100, 200, 300, 400 时间单位

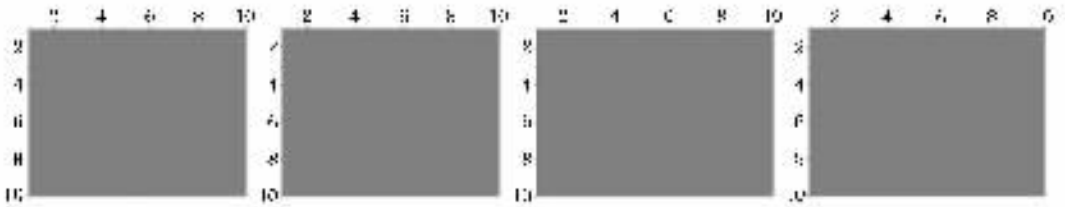


图 3 表示连续旋转 20 时间单位(然后停止旋转)系统快变量 u 随时间的演化, 从左到右对应 100, 200, 300, 400 时间单位

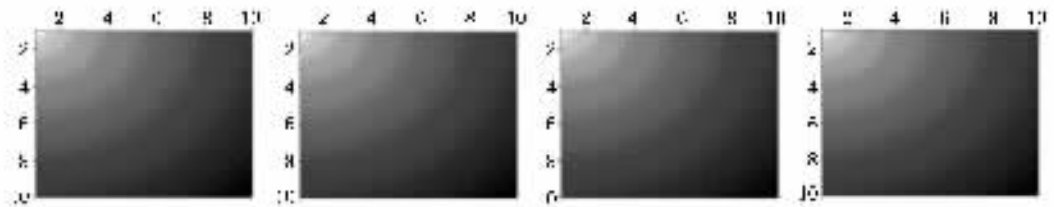


图 4 表示连续旋转下系统快变量 u 随时间的演化, 噪声强度 $D = 0.001$, 从左到右对应 100, 200, 300, 400 时间单位

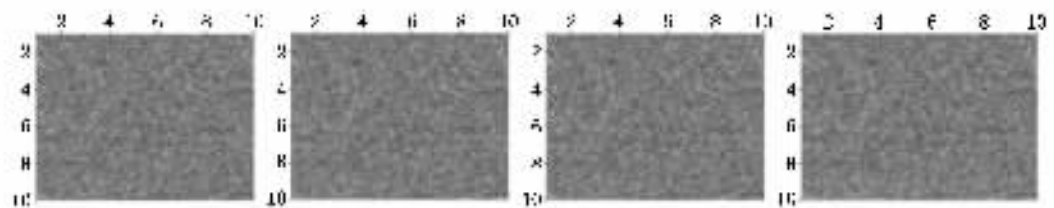


图 5 表示连续旋转 20 时间单位(然后停止旋转)系统快变量 u 随时间的演化, 噪声强度 $D = 0.001$, 从左到右对应 100, 200, 300, 400 时间单位

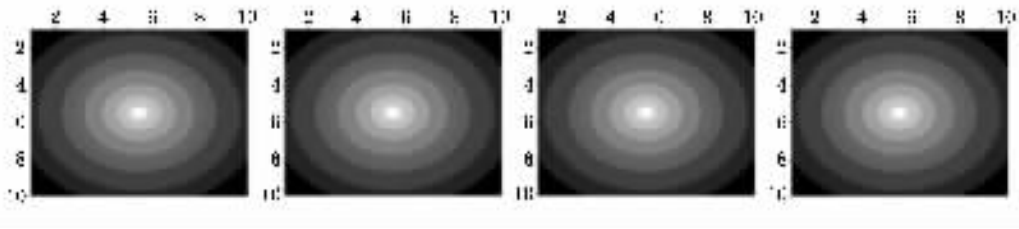


图 6 表示连续旋转下系统快变量 u 随时间的演化, 从左到右对应 100, 200, 300, 400 时间单位

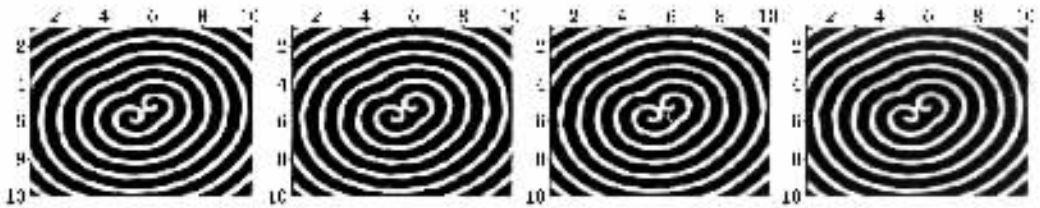


图 7 表示连续旋转 20 时间单位(然后停止旋转)系统快变量 u 随时间的演化, 从左到右对应 100, 200, 300, 400 时间单位

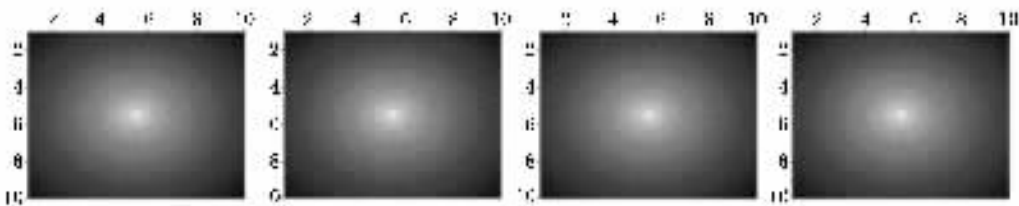


图 8 表示连续旋转下系统快变量 u 随时间的演化, 噪声强度 $D = 0.001$, 从左到右对应 100, 200, 300, 400 时间单位

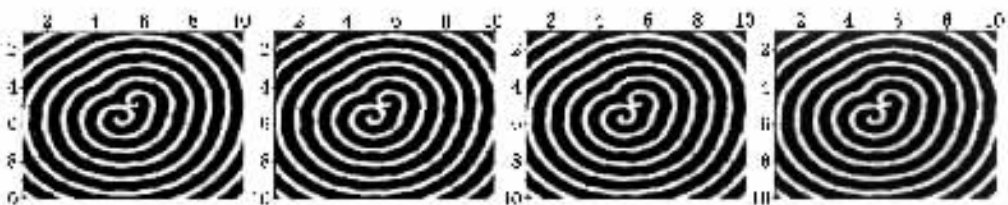


图 9 表示连续旋转 20 时间单位(然后停止旋转)系统快变量 u 随时间的演化, 噪声强度 $D = 0.001$, 从左到右对应 100, 200, 300, 400 时间单位

4.2. 旋转轴在系统中心, 旋转力场 $F = -0.5\omega_0^2 r$.

数值计算内表明: 旋转轴在中心, 连续转动下(中心力场持续作用)系统达到局部(径向)均匀(图 6); 旋转 20 时间单位后取消中心力场, 靠近旋转中心的螺旋波对称破裂, 外侧出现靶波(图 7); 在噪声 $D = 0.001$ 下, 对控制结果影响比较弱(图 8 和图 9).

4.3. 旋转轴在系统边界角位置, 旋转力场 $F = 0.5\omega_0^2 r$

数值计算表明: 旋转轴在边界角位置情况下, 连续旋转(外界中心力场作用), 整个系统局部(径向)均匀(图 10); 旋转 50 时间单位后取消中心力场, 系统达到均匀稳定态(图 11); 在噪声 $D = 0.001$ 下, 对控制结果影响比较弱(图 12 和图 13).

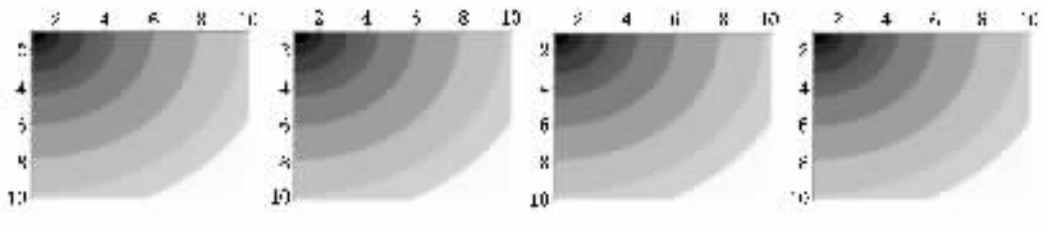


图 10 表示连续旋转下系统快变量 u 随时间的演化, 从左到右对应 100, 200, 300, 400 时间单位

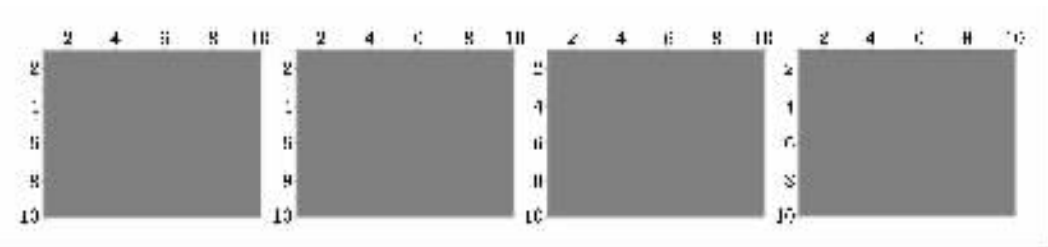


图 11 表示连续旋转 50 时间单位(然后停止旋转)系统快变量 u 随时间的演化, 从左到右对应 100, 200, 300, 400 时间单位

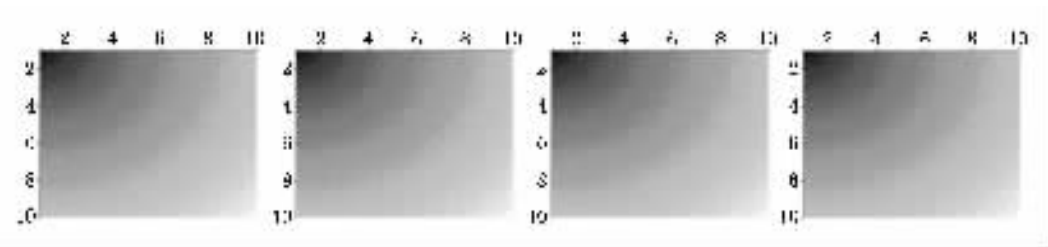


图 12 表示连续旋转下系统快变量 u 随时间的演化, 噪声强度 $D = 0.001$, 从左到右对应 100, 200, 300, 400 时间单位

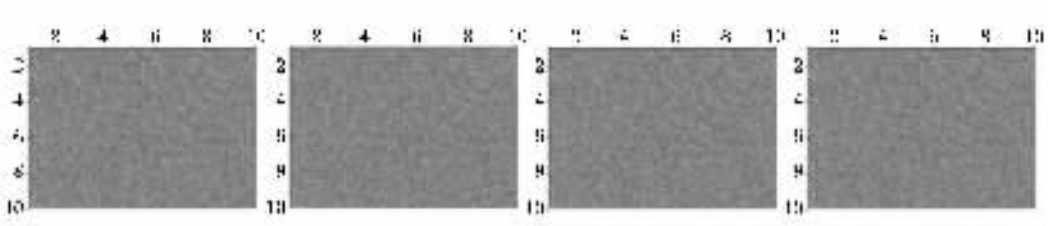


图 13 表示连续旋转 50 时间单位(然后停止旋转)系统快变量 u 随时间的演化, 噪声强度 $D = 0.001$, 从左到右对应 100, 200, 300, 400 时间单位



图 14 表示连续旋转下系统快变量 u 随时间的演化, 从左到右对应 100, 200, 300, 400 时间单位

4.4. 旋转轴在系统中心 旋转力场 $F = 0.5\omega_0^2 r$

数值计算表明 : 旋转轴在中心 , 连续旋转(外场持续作用)使系统局部均匀(径向) , 螺旋波被限制在中心小区域(图 14) ; 旋转 50 时间单位后取消中心力场 , 螺旋波破裂 , 外侧出现靶波(图 15) , 在噪声 $D = 0.001$ 下 , 对控制结果影响比较弱(图 16 和图 17) .

考虑以上数值计算结果 , 可以看到 , 旋转轴的位置很重要 , 旋转轴在系统边界的角位置比在系统中心处好 , 力场 $F = -0.5\omega_0^2 r$ 比 $F = 0.5\omega_0^2 r$ 效果更好 . 在外界机械力旋转下产生的中心力场可以很快地消除螺旋波和时空混沌 , 系统很快达到稳定态 $u(i, j) = v(i, j) = 0$, 而且对于噪声具有一定的抗干扰性 . 即使将外部力场持续作用大约 20 到 50 个时间单位后关闭 , 系统也很快达到稳定均匀态 . 旋转轴位置的影响在于 : 旋转中心如果距离波尖太近 , 那么

对螺旋波的控制作用就比较弱 , 所以在应用该方法控制时 , 最好将旋转轴远离波尖位置 , 如边界 .

为了说明该方案与研究模型无关 , 这里考虑 Panfilov 模型(3) . 外界力场 $F = -1.5\omega_0^2 r$ 直接加在系统(3) 中第一式右边 , 噪声 $D = 0.0006$, 旋转轴在边界角位置 .

数值计算表明 : 旋转轴在边界角位置 , 连续旋转(外场持续作用)使系统局部均匀(对角 χ) (图 18) , 旋转 50 时间单位后取消中心力场 , 整个系统达到均匀稳定态(图 19) , 时空混沌被消除 , 噪声 $D = 0.0006$ 对控制结果有一定的影响 , 此时系统局部均匀(图 20 , 21) .

进一步的数值计算表明 : 更强的中心力场对于噪声具有更好的抗干扰性 , 一段时间后将外界机械力终止(取消中心力场) , 该方法也可以将螺旋波和时空混沌抑制掉 .

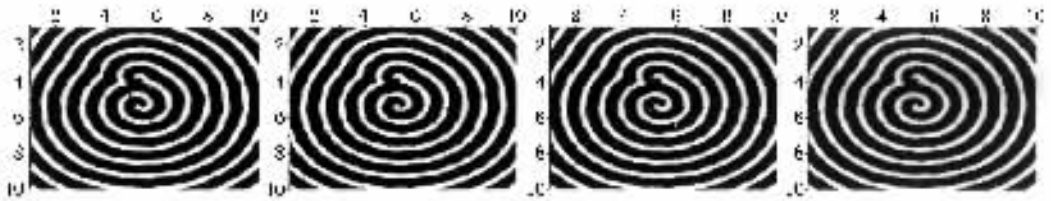


图 15 表示连续旋转 50 时间单位(然后停止旋转)系统快变量 u 随时间的演化 , 从左到右对应 100 , 200 , 300 , 400 时间单位

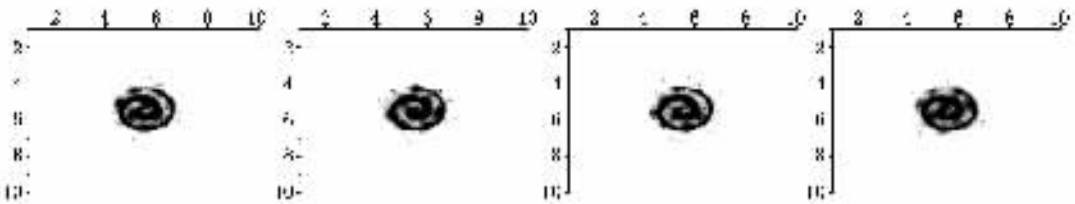


图 16 表示连续旋转下系统快变量 u 随时间的演化 , 噪声强度 $D = 0.001$, 从左到右对应 100 , 200 , 300 , 400 时间单位

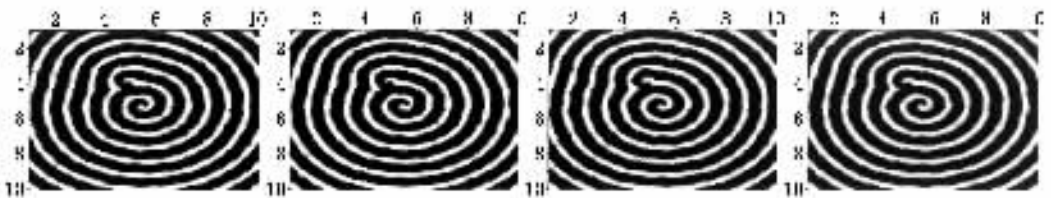


图 17 表示连续旋转 50 时间单位(然后停止旋转)系统快变量 u 随时间的演化 , 噪声强度 $D = 0.001$, 从左到右对应 100 , 200 , 300 , 400 时间单位

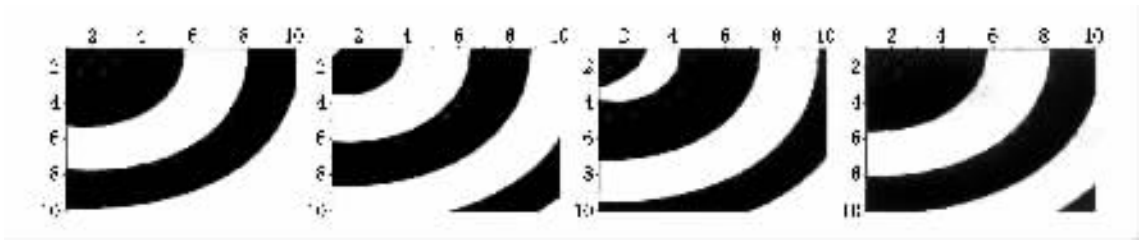


图 18 表示连续旋转下系统快变量 u 随时间的演化, 从左到右对应 100, 200, 300, 400 时间单位

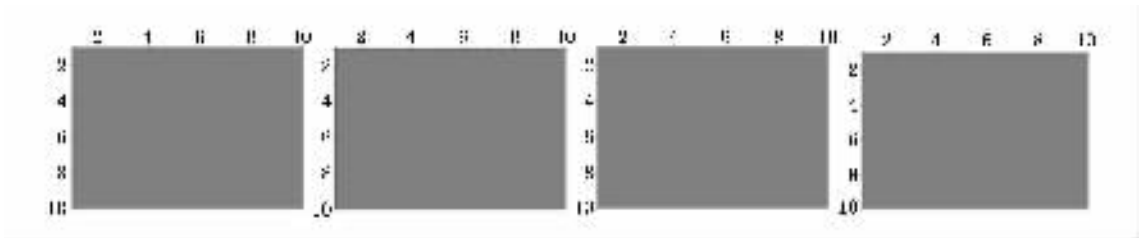


图 19 表示连续旋转 50 时间单位(然后停止旋转)系统快变量 u 随时间的演化, 从左到右对应 100, 200, 300, 400 时间单位

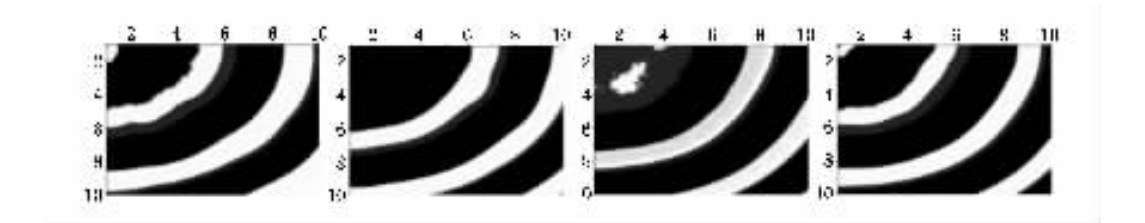


图 20 表示连续旋转下系统快变量 u 随时间的演化, 噪声强度 $D = 0.006$, 从左到右对应 100, 200, 300, 400 时间单位

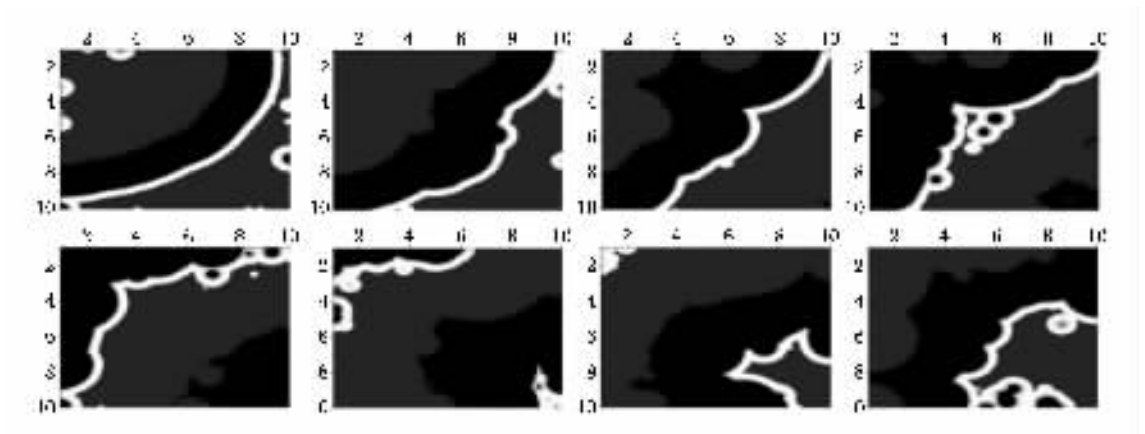


图 21 表示连续旋转 50 时间单位(然后停止旋转)系统快变量 u 随时间的演化, 噪声强度 $D = 0.0006$, 从左到右, 从上到下对应 100, 200, 300, 400, 500, 600, 700, 800 时间单位.

5. 结 论

本文提出通过机械外力旋转产生中心力场来消除螺旋波和时空混沌, 数值计算表明, 对于本文的两个系统, 恰当的外力中心场可以很快将螺旋波和时空混沌抑制掉, 即使在噪声下, 强的中心场仍然可以

消除螺旋波和时空混沌. 旋转轴的位置也对控制结果有影响, 将旋转轴远离波尖区域, 效果更好, 对于两个系统的成功控制表明, 本方案与研究的模型无关. 考虑到机械外力产生中心场比较容易实现, 所以文中的方法可能具有一定的实际意义.

感谢浙江大学近代物理中心应和平教授对于本工作有

益的建议和指导.

-
- [1] Zheng Z G 2001 *Chin. Phys.* **10** 703
- [2] Boccaletti S, Kurths J, Osipov G *et al* 2002 *Physics Report* (366) 1
- [3] Boccaletti S, Grebogi C, Lai Y C *et al* 2000 *Physics Report* (329) 103
- [4] Chudin E, Garfinkel A, Weiss J *et al* 1998 *Progress in Biology & Molecular Biology* **69** 225
- [5] Sankararaman S, Menon G I and Sunil Kumar P B 2004 *Phys. Rev. E* **70** 031905
- [6] Zhang P, Liao X and Zhang K 2002 *Phys. Rev. E* **66** 055203
- [7] Meron E and Pelcé P 1988 *Phys. Rev. Lett.* **60** 1880
- [8] Otani N F 2000 *J. Comput. Phys.* **161** 21
- [9] Samie F H and Jalife J 2001 *Cardiovascular Research* **50** 242
- [10] Biktashev V N, Holden A V and Mironov S F 2002 *Chaos, Soliton and Fractals* **13** 1713
- [11] Martyn P N and Alexander V P 2004 *Progress in Biophysics & Molecular Biology* **85** 501
- [12] Sinha S, Pande A and Pandit R 2001 *Phys. Rev. Lett.* **86** 3678
- [13] Bär M and Eiwirih M 1993 *Phys. Rev. E* **48** R1635
- [14] Hildebrand M, Bär M and Eiwirih M 1995 *Phys. Rev. Lett.* **75** 1503
- [15] Panfilov A V and Hogeweg P 1993 *Phys. Lett. A* **176** 295
- [16] Xi H, Gunton J D and Viñals J 1993 *Phys. Rev. Lett.* **71** 2030
- [17] Zhang H, Hu B and Hu G 2003 *Phys. Rev. E* **68** 026134
- [18] Wang P Y, Xie P and Yi W H 2003 *Chin. Phys.* **12** 674
- [19] Zhang C, Zhang H, Ouyang Q, Hu B and Gunaratne G H 2003 *Phys. Rev. E* **68** 036202
- [20] Zhang H, Ruan X S, Hu B and Ouyang Q 2004 *Phys. Rev. E* **70** 016212
- [21] Steinbock O and Müller S C 1993 *Phys. Rev. E* **47** 1506

A new scheme of suppression of spiral and spatiotemporal chaos in centric field^{*}

Ma Jun^{1,2†} Pu Zhong-Sheng¹⁾ Feng Wang-Jun¹⁾ Li Wei-Xue¹⁾

¹⁾*(Department of Physics, Lanzhou University of Technology, Lanzhou 730050, China)*

²⁾*(Zhejiang Institute of Modern Physics, Zhejiang University, Hangzhou 310027, China)*

(Received 21 January 2005 ; revised manuscript received 4 March 2005)

Abstract

Suppression of spiral in centric field is investigated. The spiral is suppressed by circumrotating the system with mechanical force. It is the first time spiral is suppressed and spatiotemporal chaos dispelled using this scheme. The Fitzhugh-Nagumo equation and Panfilov equation are investigated, and numerical simulation shows that the scheme is effective and robust to certain white noise.

Keywords : Spiral, Fitzhugh-Nagumo equation, Panfilov equation

PACC : 0545, 4754, 9850M

^{*} Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 90303010).

[†]E-mail : hyperchaos@lut.cn cc hyperchaos@163.com