

任意线偏振高斯光束的非傍轴传输^{*}

周国泉[†]

(浙江林学院信息物理系, 浙江林学院光电子研究所, 浙江临安 311300)

(2004 年 10 月 11 日收到, 2005 年 3 月 22 日收到修改稿)

运用非傍轴光束传输的矢量矩理论, 对任意线偏振高斯光束的非傍轴传输进行了系统的研究, 给出了定量计算偏振对束腰、横向远场发散角和光束传输因子贡献的解析通式. 并对高度非傍轴和傍轴两种极端情形, 简化了相应的计算式. 在高斯光源线度趋向于零的极限情形下, 两个横向的最大发散角均为 90° , 与偏振态无关. 在高度非傍轴情形下, 可以通过所给出的解析通式设计高斯光源的半宽度与激光波长之比以及线偏振态来达到所期望的光束传输特性. 对于傍轴情形, 不同偏振对束腰和横向远场发散角稍有影响, 但这种影响一般可以忽略不计; 而光束传输因子却始终保持不变, 与偏振态无关. 若介于这两种极端情形之间, 则可以根据高斯光源的半宽度之值和所期望的计算精度, 确定解析式中项数的项数进而确定任意线偏振高斯光束的非傍轴传输特性.

关键词: 高斯光束, 非傍轴传输, 偏振, 二阶矩

PACC: 4225B, 4210Q

1. 引言

由于傍轴高斯光束是球面激光腔的横基模, 因而对它们传输特性的研究受到格外的关注^[1, 2]. 但当高斯光束的光斑尺寸是波长量级或亚波长量级时, 傍轴近似失效^[3], 必须采用非傍轴描述^[4, 5]. 随着微型光学器件的不断诞生、波长量级和亚波长量级光源应用日渐增多, 以及现实应用激光技术向波长和亚波长领域的不断推进^[6, 7], 对激光束在非傍轴领域内传输特性的研究将显得愈来愈重要.

由傍轴光束传输因子的二阶矩定义法推广到非傍轴情形所发展形成的非傍轴光束传输理论^[8-10], 已成为分析非傍轴光束传输特性的有力工具. 但是, 必须克服非傍轴光束传输因子以积分式表示所带来的不直观, 难于阐明其物理意义, 不便于分析结果、认识规律和指导应用的这一缺点. 而通过对非傍轴矢量高斯光束和非傍轴标量高斯光束传输特性的比较研究^[11], 对于线度在 2 个波长范围之内的高斯光源, 标量表征不再适用, 而必须采用矢量表征. 在超短脉冲光束中, 矢量效应也对其在自由空间中的非傍轴传输有较大的影响^[12]. 对于矢量表征, 由

于高斯光束通常在实际应用中是被视为线偏振的^[13], 那么不同的线偏振态对其非傍轴传输有何影响? 这不仅是个理论问题, 而且具有实际应用价值.

本文以 Jones 矢量描写高斯光束的线偏振态, 通过对任意线偏振态高斯光束非傍轴传输的系统解析研究, 定量分析不同线偏振态对非傍轴矢量高斯光束的束腰、横向远场发散角和光束传输因子的影响, 为客观、合理评价微孔激光器光束^[7]等实际非傍轴激光束的光束传输行为奠定理论基础.

2. 理论推导

在直角坐标系中, 带有任意线偏振态的高斯光束其初始时刻边界条件可表示为

$$\begin{pmatrix} E_x(x, y, 0) \\ E_y(x, y, 0) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\alpha \\ \sin\alpha \end{pmatrix} \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{w_0^2}\right). \quad (1)$$

式中, w_0 为高斯光源的半宽度. Jones 矢量 $\begin{pmatrix} \cos\alpha \\ \sin\alpha \end{pmatrix}$ 表征高斯光束的线偏振态. 由全矢量表述的电磁场角谱理论^[14, 15], 可得到向充满电容率和磁导率分别为 ϵ 和 μ 的各向同性均匀介质的半空间 $z \geq 0$ 非傍轴传输的高斯光束

^{*} 浙江省教育厅科研基金(批准号: 20030571)资助的课题.

[†] E-mail: zhouguoquan178@sohu.com

$$E(x, y, z) = \exp(-i\omega t) \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} A^E(p, q) \times \exp[ik(px + qy + mz)] dp dq, \quad (2)$$

和

$$H(x, y, z) = \exp(-i\omega t) \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} A^H(p, q) \times \exp[ik(px + qy + mz)] dp dq, \quad (3)$$

式中,

$$A^E(p, q) = \frac{c}{2\pi} \exp\left(-\frac{p^2 + q^2}{2} c\right) \times \left(\cos\alpha \mathbf{i} + \sin\alpha \mathbf{j} - \frac{p \cos\alpha + q \sin\alpha}{m} \mathbf{k} \right), \quad (4)$$

$$A^H(p, q) = \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} \frac{c}{2\pi} \exp\left(-\frac{p^2 + q^2}{2} c\right) \times \left(\frac{-\sin\alpha + p^2 \sin\alpha - pq \cos\alpha}{m} \mathbf{i} + \frac{\cos\alpha - q^2 \cos\alpha + pq \sin\alpha}{m} \mathbf{j} + (p \sin\alpha - q \cos\alpha) \mathbf{k} \right), \quad (5)$$

是高斯光源初始分布的角谱. 其中, $c = \frac{1}{2} k^2 w_0^2$,

$k = \frac{2\pi}{\lambda}$, $\lambda = \frac{2\pi}{\omega \sqrt{\mu\epsilon}}$ 是介质中的光波长, ω 为圆频率.

$\frac{p}{\lambda}$ 和 $\frac{q}{\lambda}$ 为横向空间频率, $\frac{m}{\lambda} = \frac{\sqrt{1-p^2-q^2}}{\lambda}$ 为纵向空间频率.

当任意线偏振态高斯光束通过任一 z 为常数的平面时, 总功率 P 可利用傅里叶变换的基本性质得到

$$P = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} S_z dx dy = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \text{Re}\{A^E(p, q) \times A^{H*}(p, q)\} \times \exp(-4\pi z \text{Im} m) dp dq = \iint_{(p^2+q^2)<1} \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} \frac{c^2}{4\pi^2} \exp[-\alpha(p^2 + q^2)] \times \frac{1 - q^2 \cos^2 \alpha - p^2 \sin^2 \alpha + pq \sin 2\alpha}{m} dp dq, \quad (6)$$

式中, S_z 是对时间平均的坡印亭矢量的 z 分量. 星号表示取复共轭, Re 表示取实部, Im 表示取虚部. 下标 z 表示取相应的 z 分量. 线偏振高斯光束在沿 z 轴非傍轴传输过程中总功率保持不变. 在任一 z 为常数的平面上, 光束中心的横坐标 $X(z)$, $Y(z)$ 定义为坡印亭矢量 z 分量的一阶矩^[9]

$$\begin{pmatrix} X(z) \\ Y(z) \end{pmatrix} = \frac{1}{P} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} S_z \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} dx dy = -\frac{c}{2\pi} \frac{\text{Im} \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \exp[-\alpha(p^2 + q^2)] \frac{1 - q^2 \cos^2 \alpha - p^2 \sin^2 \alpha + pq \sin 2\alpha}{m} \begin{pmatrix} p \\ q \end{pmatrix} dp dq \right\}}{\iint_{(p^2+q^2)<1} \exp[-\alpha(p^2 + q^2)] \frac{1 - q^2 \cos^2 \alpha - p^2 \sin^2 \alpha + pq \sin 2\alpha}{m} dp dq} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (7)$$

上式中第二个等式利用了傅里叶变换的基本性质. 线偏振高斯光束在沿 z 轴非傍轴传输过程中, 光束中心始终保持在 z 轴上. 因此, 基于光束中心坐标二阶矩定义的光束宽度可用矩阵形式表示为

$$\begin{pmatrix} W_x^2(z) & W_{xy}^2(z) \\ W_{xy}^2(z) & W_y^2(z) \end{pmatrix} = \frac{4}{P} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} S_z \begin{pmatrix} x^2 & xy \\ xy & y^2 \end{pmatrix} dx dy. \quad (8)$$

选取平面 $z=0$ 为参考平面, 上式可改写为

$$\begin{pmatrix} W_x^2(z) & W_{xy}^2(z) \\ W_{xy}^2(z) & W_y^2(z) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} W_x^2(0) & W_{xy}^2(0) \\ W_{xy}^2(0) & W_y^2(0) \end{pmatrix}$$

$$+ 2z \begin{pmatrix} \frac{W_x^2(0)}{R_x(0)} & \frac{W_{xy}^2(0)}{R_{xy}(0)} \\ \frac{W_{xy}^2(0)}{R_{xy}(0)} & \frac{W_y^2(0)}{R_y(0)} \end{pmatrix} + z^2 \begin{pmatrix} \tan^2 \theta_x & \tan^2 \theta_{xy} \\ \tan^2 \theta_{xy} & \tan^2 \theta_y \end{pmatrix}. \quad (9)$$

光束宽度在沿 z 轴非傍轴传输时满足双曲线变化规律. 上式中等式右边的第二个矩阵是光束曲率矩阵, 表示平面 $z=0$ 处的光束曲率, 具体定义为

$$\begin{pmatrix} \frac{W_x^2(0)}{R_x(0)} & \frac{W_{xy}^2(0)}{R_{xy}(0)} \\ \frac{W_{xy}^2(0)}{R_{xy}(0)} & \frac{W_y^2(0)}{R_y(0)} \end{pmatrix} = \frac{4}{P} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \begin{pmatrix} x S_x & \frac{1}{2}(x S_y + y S_x) \\ \frac{1}{2}(x S_y + y S_x) & y S_x \end{pmatrix} dx dy. \quad (10)$$

式中, S_x 和 S_y 分别是对时间平均的坡印亭矢量的 x 和 y 分量. (9) 式中最后一个矩阵是发散度矩阵, 具体表达式为

$$\begin{pmatrix} \tan^2 \theta_x & \tan^2 \theta_{xy} \\ \tan^2 \theta_{xy} & \tan^2 \theta_y \end{pmatrix} = \frac{4}{P} \iint_{(p^2+q^2)<1} \frac{1}{m} \times \begin{pmatrix} p(A^E \times A^{H*})_x & \frac{1}{2}[p(A^E \times A^{H*})_y + q(A^E \times A^{H*})_x] \\ \frac{1}{2}[p(A^E \times A^{H*})_y + q(A^E \times A^{H*})_x] & q(A^E \times A^{H*})_y \end{pmatrix} \times dp dq. \quad (11)$$

束腰 $W_x(0)$ 和 $W_y(0)$ 即平面 $z=0$ 处 x 和 y 方向上的光束宽度, 由(8)式经运算可表示为

$$W_x^2(0) = \frac{\lambda^2}{\pi^2} c \frac{\iint_{(p^2+q^2)<1} \exp[-\alpha(p^2+q^2)] \frac{(1-q^2 \cos^2 \alpha - p^2 \sin^2 \alpha + pq \sin 2\alpha)(1-cp^2)}{m} dp dq}{\iint_{(p^2+q^2)<1} \exp[-\alpha(p^2+q^2)] \frac{1-q^2 \cos^2 \alpha - p^2 \sin^2 \alpha + pq \sin 2\alpha}{m} dp dq}, \quad (12)$$

$$W_y^2(0) = \frac{\lambda^2}{\pi^2} c \frac{\iint_{(p^2+q^2)<1} \exp[-\alpha(p^2+q^2)] \frac{(1-q^2 \cos^2 \alpha - p^2 \sin^2 \alpha + pq \sin 2\alpha)(1-cq^2)}{m} dp dq}{\iint_{(p^2+q^2)<1} \exp[-\alpha(p^2+q^2)] \frac{1-q^2 \cos^2 \alpha - p^2 \sin^2 \alpha + pq \sin 2\alpha}{m} dp dq}. \quad (13)$$

而平面 $z=0$ 处交叉光束宽度 $W_{xy}(0)$ 可以证明为零. 平面 $z=0$ 处 x 方向上的光束曲率 $\frac{W_x^2(0)}{R_x(0)}$ 由(10)式结合傅里叶变换可得

$$\frac{W_x^2(0)}{R_x(0)} = \frac{-2c}{\pi} \frac{\text{Im} \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \exp[-\alpha(p^2+q^2)] \frac{1-q^2 \cos^2 \alpha - p^2 \sin^2 \alpha + pq \sin 2\alpha}{m^2} p^2 dp dq \right\}}{\iint_{(p^2+q^2)<1} \exp[-\alpha(p^2+q^2)] \frac{1-q^2 \cos^2 \alpha - p^2 \sin^2 \alpha + pq \sin 2\alpha}{m} dp dq} = 0. \quad (14)$$

同理, 可以证明平面 $z=0$ 处 y 方向上的光束曲率 $\frac{W_y^2(0)}{R_y(0)}$ 和交叉光束曲率 $\frac{W_{xy}^2(0)}{R_{xy}(0)}$ 都为零. x 方向和 y 方向上的远场横向发散角 θ_x 和 θ_y 由(11)式经运算为

$$\tan^2 \theta_x = 4 \frac{\iint_{(p^2+q^2)<1} \exp[-\alpha(p^2+q^2)] \frac{1-q^2 \cos^2 \alpha - p^2 \sin^2 \alpha + pq \sin 2\alpha}{m^3} p^2 dp dq}{\iint_{(p^2+q^2)<1} \exp[-\alpha(p^2+q^2)] \frac{1-q^2 \cos^2 \alpha - p^2 \sin^2 \alpha + pq \sin 2\alpha}{m} dp dq}, \quad (15)$$

和

$$\tan^2 \theta_y = 4 \frac{\iint_{(p^2+q^2)<1} \exp[-\alpha(p^2+q^2)] \frac{1-q^2 \cos^2 \alpha - p^2 \sin^2 \alpha + pq \sin 2\alpha}{m^3} q^2 dp dq}{\iint_{(p^2+q^2)<1} \exp[-\alpha(p^2+q^2)] \frac{1-q^2 \cos^2 \alpha - p^2 \sin^2 \alpha + pq \sin 2\alpha}{m} dp dq}. \quad (16)$$

而横向交叉发散角 θ_{xy} 经运算后为零. 因此(9)式可简洁地表示为

$$\begin{pmatrix} W_x^2(z) \\ W_y^2(z) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} W_x^2(0) \\ W_y^2(0) \end{pmatrix} + z^2 \begin{pmatrix} \tan^2 \theta_x \\ \tan^2 \theta_y \end{pmatrix}. \quad (17)$$

所以,二阶矩定义下的两个横向高斯光束宽度在沿 z 轴非傍轴传输过程中满足简单的双曲线变化规律.

由于在(12)式、(13)式、(15)式和(16)式中, p 和 q 的积分范围限制在单位圆内,因此令

$$p = r \cos \theta, \quad q = r \sin \theta, \quad (18)$$

其中 $0 \leq \theta \leq 2\pi$, $0 < r < 1$. 则(12)式和(13)式分别简化为

$$W_x^2(0) = w_0^2 \frac{\int_0^1 \exp(-cr^2) \frac{4r - \chi(1+c)r^3 + (1/2 + \sin^2 a)cr^5}{\sqrt{1-r^2}} dr}{\int_0^1 \exp(-cr^2) \frac{2r - r^3}{\sqrt{1-r^2}} dr}, \quad (19)$$

$$W_y^2(0) = w_0^2 \frac{\int_0^1 \exp(-cr^2) \frac{4r - \chi(1+c)r^3 + (1/2 + \cos^2 a)cr^5}{\sqrt{1-r^2}} dr}{\int_0^1 \exp(-cr^2) \frac{2r - r^3}{\sqrt{1-r^2}} dr}. \quad (20)$$

而(15)式和(16)式则分别表示为

$$\tan^2 \theta_x = \frac{\int_0^1 \exp(-cr^2) \frac{4r^3 - (1 + 2\sin^2 a)r^5}{(1-r^2)^{3/2}} dr}{\int_0^1 \exp(-cr^2) \frac{2r - r^3}{\sqrt{1-r^2}} dr}, \quad (21)$$

$$\tan^2 \theta_y = \frac{\int_0^1 \exp(-cr^2) \frac{4r^3 - (1 + 2\cos^2 a)r^5}{(1-r^2)^{3/2}} dr}{\int_0^1 \exp(-cr^2) \frac{2r - r^3}{\sqrt{1-r^2}} dr}. \quad (22)$$

为了进一步得到(19)式—(22)式的解析式,现采取如下数学处理.先对两个根式进行 Taylor 级数展开

$$\frac{1}{(1-x)^{3/2}} = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(2m+1)!x^m}{2^{2m}(m!)^2}, \quad \frac{1}{\sqrt{1-x}} = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(2m)!x^m}{2^{2m}(m!)^2}, \quad \text{如果 } |x| < 1. \quad (23)$$

其次,利用数学积分公式

$$T_m = \int_0^1 \exp(-cx)x^m dx = -\frac{\exp(-c)}{c^{m+1}} \{c^m + mc^{m-1} + m(m-1)c^{m-2} \dots + m!\} + \frac{m!}{c^{m+1}}, \quad (24)$$

式中, m 为任意正整数.最后,束腰 $W_x(0)$ 和 $W_y(0)$ 可用级数形式分别表示为

$$W_x^2(0) = w_0^2 \frac{\sum_{m=0}^{\infty} \frac{(2m)! [8T_m - 4(1+c)T_{m+1} + (1+2\sin^2 a)cT_{m+2}]}{2^{2m+1}(m!)^2}}{\sum_{m=0}^{\infty} \frac{(2m)! (2T_m - T_{m+1})}{2^{2m}(m!)^2}}, \quad (25)$$

$$W_y^2(0) = w_0^2 \frac{\sum_{m=0}^{\infty} \frac{(2m)! [8T_m - 4(1+c)T_{m+1} + (1+2\cos^2 a)cT_{m+2}]}{2^{2m+1}(m!)^2}}{\sum_{m=0}^{\infty} \frac{(2m)! (2T_m - T_{m+1})}{2^{2m}(m!)^2}}. \quad (26)$$

横向远场发散角 θ_x 和 θ_y 的解析结果分别为

$$\tan^2 \theta_x = \frac{\sum_{m=0}^{\infty} \frac{(2m+1)! [4T_{m+1} - (1+2\sin^2 a)T_{m+2}]}{2^{2m}(m!)^2}}{\sum_{m=0}^{\infty} \frac{(2m)! [2T_m - T_{m+1}]}{2^{2m}(m!)^2}}, \quad (27)$$

$$\tan^2 \theta_y = \frac{\sum_{m=0}^{\infty} \frac{(2m+1)! [4T_{m+1} - (1+2\cos^2 a)T_{m+2}]}{2^{2m}(m!)^2}}{\sum_{m=0}^{\infty} \frac{(2m)! [2T_m - T_{m+1}]}{2^{2m}(m!)^2}}. \quad (28)$$

根据非傍轴光束传输因子的定义^[8-11],任意线偏振高斯光束两个横向上的非傍轴光束传输因子 M_x^2 和 M_y^2 分别为

$$M_x^2 = \frac{\sqrt{c}}{2} \sqrt{\frac{\sum_{m=0}^{\infty} \frac{(2m) [8T_m - 4(1+c)T_{m+1} + (1+2\sin^2\alpha)cT_{m+2}]}{2^{2m}(m!)^2}}{\sum_{m=0}^{\infty} \frac{(2m+1) [4T_{m+1} - (1+2\sin^2\alpha)T_{m+2}]}{2^{2m}(m!)^2}}}, \quad (29)$$

$$M_y^2 = \frac{\sqrt{c}}{2} \sqrt{\frac{\sum_{m=0}^{\infty} \frac{(2m) [8T_m - 4(1+c)T_{m+1} + (1+2\cos^2\alpha)cT_{m+2}]}{2^{2m}(m!)^2}}{\sum_{m=0}^{\infty} \frac{(2m+1) [4T_{m+1} - (1+2\cos^2\alpha)T_{m+2}]}{2^{2m}(m!)^2}}}. \quad (30)$$

3. 分析与讨论

尽管(25)式—(30)式是用级数形式表示的,但在两种极端情形下,还可以进一步简化.若介于这两种极端情形之间,则可以根据高斯光源的半宽度之值和所期望的计算精度,借助于计算机运用这些公式确定 m 的项数可很方便地分析任意线偏振高斯光束的非傍轴传输特性.

3.1. 高度非傍轴情形

当 $c \ll 1$ 也就是 $w_0 \ll 0.22\lambda$ 时,即为高度非傍轴情形.由于

$$\exp(-c) = 1 - c. \quad (31)$$

所以,两个横向束腰 $w_x(0)$ 和 $w_y(0)$ 可简洁地表示为

$$w_x(0) = \sqrt{2}w_0 \left(1 - \frac{1 + \cos^2\alpha}{10}c\right), \quad (32)$$

$$w_y(0) = \sqrt{2}w_0 \left(1 - \frac{1 + \sin^2\alpha}{10}c\right). \quad (33)$$

对于不同的线偏振态,束腰 $w_x(0)$ 和 $w_y(0)$ 的变化范围为 $[\sqrt{2}w_0(1 - \frac{1}{5}c), \sqrt{2}w_0(1 - \frac{1}{10}c)]$. 而横向远场发散角 θ_x 和 θ_y 分别退化为

$$\tan\theta_x = \sqrt{\frac{3}{2} \left(\frac{1}{2} + \cos^2\alpha\right)} \left(\frac{1}{c} - \frac{1}{5}\right), \quad (34)$$

$$\tan\theta_y = \sqrt{\frac{3}{2} \left(\frac{1}{2} + \sin^2\alpha\right)} \left(\frac{1}{c} - \frac{1}{5}\right). \quad (35)$$

由线偏振所引起的远场发散角的变化范围为 $\left[\arctan\left[\frac{\sqrt{3}}{2} \left(\frac{1}{c} - \frac{1}{5}\right)\right], \arctan\left[\frac{3}{2} \left(\frac{1}{c} - \frac{1}{5}\right)\right]\right]$. 且在

高斯光源的半宽度 w_0 等于零的极限情形下,两个横向的最大发散角均为 90° ,而与偏振态无关.对应的光束传输因子 M_x^2 和 M_y^2 分别为

$$M_x^2 = \sqrt{\frac{3c}{2} \left(\frac{1}{2} + \cos^2\alpha\right)} \left(\frac{1}{c} - \frac{2}{5} + \frac{\sin^2\alpha}{10}\right) \quad (36)$$

$$M_y^2 = \sqrt{\frac{3c}{2} \left(\frac{1}{2} + \sin^2\alpha\right)} \left(\frac{1}{c} - \frac{2}{5} + \frac{\cos^2\alpha}{10}\right). \quad (37)$$

对于不同的线偏振态,光束传输因子 M_x^2 和 M_y^2 的变化范围为 $\left[\frac{\sqrt{3}c}{2} \left(\frac{1}{c} - \frac{3}{10}\right), \frac{3}{2}\sqrt{c} \left(\frac{1}{c} - \frac{2}{5}\right)\right]$. 当

Jones 矢量为 $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ 时即为水平线偏振高斯光束,束腰 $w_x(0)$ 取最小值 $\sqrt{2}w_0 \left(1 - \frac{1}{5}c\right)$, 而束腰 $w_y(0)$

取最大值 $\sqrt{2}w_0 \left(1 - \frac{1}{10}c\right)$; 远场发散角 θ_x 取最大值

$\arctan\left[\frac{3}{2} \left(\frac{1}{c} - \frac{1}{5}\right)\right]$, 远场发散角 θ_y 取最小值

$\arctan\left[\frac{\sqrt{3}}{2} \left(\frac{1}{c} - \frac{1}{5}\right)\right]$; 光束传输因子 M_x^2 取最大值

$\frac{3}{2}\sqrt{c} \left(\frac{1}{c} - \frac{2}{5}\right)$, 而光束传输因子 M_y^2 取最小值 $\frac{\sqrt{3}c}{2}$

$\times \left(\frac{1}{c} - \frac{3}{10}\right)$. 当 Jones 矢量为 $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ 时即为铅直线

偏振高斯光束, x 方向和 y 方向上的束腰、远场发散角和光束传输因子的取值分别对应于水平线偏振高斯光束的 y 方向和 x 方向的值. 当 Jones 矢量为

$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ \pm 1 \end{pmatrix}$ 时即为 $\pm 45^\circ$ 线偏振高斯光束,两个横向上的

的束腰、远场发散角和光束传输因子相等,且分别为 $\sqrt{2}w_0 \left(1 - \frac{3c}{20}\right)$, $\arctan\left[\sqrt{\frac{3}{2}} \left(\frac{1}{c} - \frac{1}{5}\right)\right]$ 和

$$\sqrt{\frac{3c}{2} \left(\frac{1}{c} - \frac{7}{20} \right)}.$$

高度非傍轴情形下束腰、远场发散角和光束传输因子的解析表达式是非常便于计算和实际操作的,为控制非傍轴激光束的束腰和远场发散角提供了解析的理论依据,可以通过所给定的解析式设计高斯光源的半宽度 w_0 与激光波长 λ 之比值以及线偏振态 $\begin{pmatrix} \cos\alpha \\ \sin\alpha \end{pmatrix}$ 来达到所期望的光束传输特性.

3.2. 傍轴情形

当 c 很大时即 $w_0 \gg \lambda$ 时为傍轴情形. 在(25)式—(30)式中, m 只取 0 和 1 两项,忽略其他高阶项. 对应两方向上的束腰分别为

$$W_x(0) = w_0 \left(1 - \frac{\cos 2\alpha}{4c} \right), \quad (38)$$

$$W_y(0) = w_0 \left(1 + \frac{\cos 2\alpha}{4c} \right). \quad (39)$$

由线偏振所引起的束腰变化范围为 $\left[w_0 \left(1 - \frac{1}{4c} \right), w_0 \left(1 + \frac{1}{4c} \right) \right]$. 同时,两个横向远场发散角分别为

$$\tan\theta_x = \sqrt{\frac{2}{c}} \left[1 + \left(\frac{3}{4} + \frac{\cos^2\alpha}{2} \right) \frac{1}{c} \right], \quad (40)$$

$$\tan\theta_y = \sqrt{\frac{2}{c}} \left[1 + \left(\frac{3}{4} + \frac{\sin^2\alpha}{2} \right) \frac{1}{c} \right]. \quad (41)$$

发散角要稍大于原有傍轴公式所给出的值 $\sqrt{\frac{2}{c}}$. 由线偏振所引起的发散角变化范围为 $\left[\sqrt{\frac{2}{c}} \left(1 + \frac{3}{4c} \right), \sqrt{\frac{2}{c}} \left(1 + \frac{5}{4c} \right) \right]$. 对应两方向上的光束传输因子却始终保持着

$$M_x^2 = M_y^2 = 1 + \frac{1}{c}, \quad (42)$$

与偏振态无关. 对于水平线偏振高斯光束,束腰 $W_x(0)$ 取最小值 $w_0 \left(1 - \frac{1}{4c} \right)$, 而束腰 $W_y(0)$ 取最大值 $w_0 \left(1 + \frac{1}{4c} \right)$; 远场发散角 θ_x 取最大值 $\sqrt{\frac{2}{c}} \left(1 + \frac{5}{4c} \right)$, 远场发散角 θ_y 取最小值 $\sqrt{\frac{2}{c}} \left(1 + \frac{3}{4c} \right)$. 对于铅直线偏振高斯光束, x 方向和 y 方向分别对应于水平线偏振高斯光束的 y 方向和 x 方向. 对于 $\pm 45^\circ$ 线偏振高斯光束, 两横向上的束腰为 w_0 , 远场发散角为 $\sqrt{\frac{2}{c}} \left(1 + \frac{1}{c} \right)$.

综上所述,不同的线偏振态对束腰和横向远场发散角的影响是很细微的,因此一般情形下可以忽略线偏振对于傍轴高斯光束二阶矩传输的影响.

4. 数值计算

由于(25)—(28)式是用级数表示的,公式相对繁琐,不易直观看出非傍轴效应对光束传输的影响. 因此,图 1(a)(b)(c)(d)分别给出了两横向上的束腰 $W_x(0)$, $W_y(0)$ 和发散角 θ_x , θ_y 与高斯光源半宽度 w_0 的变化关系. 图中的实线、虚线和短划线分别表示非傍轴线偏振高斯光束的偏振态为 $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ 和 $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$. 由图可知,对于 $w_0 \geq 2\sqrt{2}\lambda/\pi$ 的线偏振高斯光束,不同偏振态对束腰和发散角的影响可以忽略不计. 因此,傍轴近似条件 $w_0 \geq 2\sqrt{2}\lambda/\pi$ ^[3]对线偏振高斯光束还是适用的.

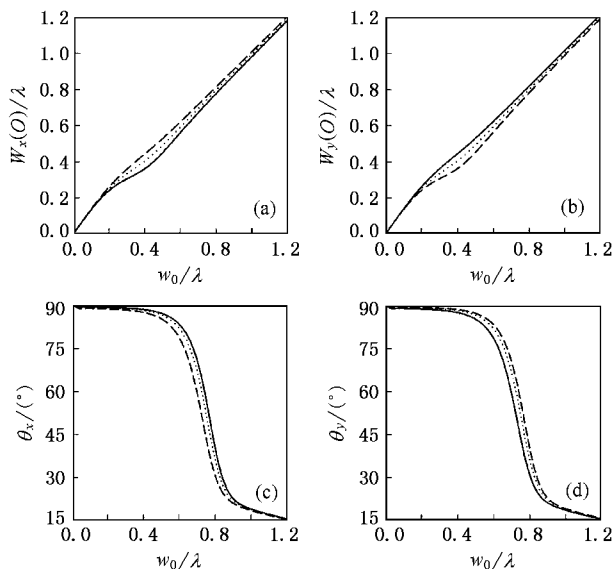


图 1 (a)束腰 $W_x(0)$ (b)束腰 $W_y(0)$ (c)发散角 θ_x 和(d)发散角 θ_y 与高斯光源半宽度 w_0 的变化关系. 实线、虚线和短划线分别对应于 α 为 0° , 45° 和 90° 的线偏振高斯光束

5. 结 论

运用非傍轴光束传输的矢量矩理论,对任意线偏振高斯光束的非傍轴传输特性进行了解析研究,二阶矩定义下的横向光束宽度在光束传输过程中满足简单的双曲线变化规律. 给出了定量衡量偏振对

束腰、横向远场发散角和光束传输因子贡献的解析通式,允许计算分析任何线偏振高斯光束的非傍轴传输规律,在高度非傍轴和傍轴两种极端情形下,进一步简化了相应的计算公式.在高度非傍轴情形下,不同的线偏振态对远场发散角影响较大,进而影响光束传输因子.在高斯光源线度趋向于零的极限情形下,两个横向的最大发散角均为 90° ,与偏振态

无关.对于傍轴情形,不同的线偏振态对束腰和横向远场发散角有很微小的影响,这种影响一般情况下可以忽略不计,而光束传输因子却始终保持不变,与偏振态无关.该研究结果对超短脉冲光束在自由空间的矢量非傍轴传输^[16]、非傍轴光束的小尺度自聚焦^[17]和小尺度强聚焦光束的光束质量评价^[18]等研究具有参考价值.

- [1] Kogelnik H 1965 *Appl. Opt.* **4** 1562
- [2] Tovar A A and Casperson L W 1995 *J. Opt. Soc. Am. A* **12** 1522
- [3] Nemoto S 1990 *Appl. Opt.* **29** 1940
- [4] Sheppard C J R and Saghafi S 1999 *J. Opt. Soc. Am. A* **16** 1381
- [5] Agrawal G P and Pattanayak D N 1979 *J. Opt. Soc. Am.* **69** 575
- [6] Lezec H J, Degiron A, Devaux E *et al* 2002 *Science* **297** 820
- [7] Shinada S, Koyama F, Nishiyama N *et al* 1999 *Jpn. J. Appl. Phys.* **38** 1327
- [8] Cao Q, Deng X M and Guo H 1996 *Acta Opt. Sin.* **16** 1217 (in Chinese) [曹 清、邓锡铭、郭 宏 1996 *光学学报* **16** 1217]
- [9] Porras M A 1996 *Opt. Commun* **127** 79
- [10] Porras M A 1999 *Optik* **110** 417
- [11] Zhou G Q 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 1572 (in Chinese) [周国泉 2005 *物理学报* **54** 1572]
- [12] Lu D Q, Hu W, Zheng Y Z *et al* 2004 *Acta Opt. Sin.* **24** 52 (in Chinese) [陆大全、胡 巍、郑一周 等 2004 *光学学报* **24** 52]
- [13] Varga P and Török P 1998 *Opt. Commun* **152** 108
- [14] Rhodes D R 1964 *Proc. IEEE* **52** 1013
- [15] Chen C G, Konkola P T, Ferrera J *et al* 2002 *J. Opt. Soc. Am. A* **19** 404
- [16] Lu D Q, Hu W, Yang Z J *et al* 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 1063 (in Chinese) [陆大全、胡 巍、杨振军 等 2004 *物理学报* **53** 1063]
- [17] Wen S C and Fan D Y 2000 *Acta Phys. Sin.* **49** 460 (in Chinese) [文双春、范滇元 2000 *物理学报* **49** 460]
- [18] Peng Z T, Jing F, Liu L Q *et al* 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 87 (in Chinese) [彭志涛、景 峰、刘兰琴 等 2003 *物理学报* **52** 87]

Nonparaxial propagation of Gaussian beam in arbitrary linearly polarized state^{*}

Zhou Guo-Quan[†]

(Department of Information Physics , Research Institute of Photoelectron , Zhejiang Forestry University , Zhejiang Linan 311300 , China)

(Received 11 October 2004 ; revised manuscript received 22 March 2005)

Abstract

By applying the vectorial moment theory of nonparaxial beam propagation , the nonparaxial propagation of Gaussian beam with arbitrary linearly polarized state has been systemically investigated . Universal analytical expressions of the beam waist , far field divergence angle and beam propagation factor have been presented , which allow calculating the quantitative contribution of polarization . The formulae can be further simplified in the highly nonparaxial case and paraxial case . As the dimension of Gaussian light source tends to zero , the two transverse maximum divergences are 90° and independent of the polarized state . For the highly nonparaxial case , the anticipated beam propagation characteristics can be obtained by designing the half width of Gaussian light source and the linearly polarized state . When extending to the paraxial case , the effect of polarization can usually be neglected as its contribution to the beam waist and divergence angle is very slight . The beam propagation factor , however , keeps invariant and is independent of the polarized state . When the value of the half width of Gaussian light source is in between the above cases , the item number of series required to calculate is decided by the half width of Gaussian light source and the expected calculation accuracy . Then , the nonparaxial propagation of Gaussian beam with arbitrary linearly polarized state can be determined .

Keywords : Gaussian beam , nonparaxial propagation , polarization , second order moment

PACC : 4225B , 4210Q

^{*} Project supported by the Scientific Research Fundation of Education Bureau of Zhejiang Province , China (Grant No. 20030571).

[†] E-mail : zhouguoquan178@sohu.com