原子质心运动对二能级原子发射谱的影响*

郭 红^{1,2}⁺ 赵丽艳¹)

1(华中师范大学物理科学与技术学院,武汉 430079)
 2(中国科学院武汉物理与数学研究所,武汉 430071)

(2005年2月6日收到;2005年3月16日收到修改稿)

研究了质心做谐振运动的二能级原子的发射谱. 当原子质心运动与光场无关联时,原子质心运动不影响原子 发射谱的相位敏感性,随着原子质心运动平均能量的增加,原子发射谱峰间的相对距离变小,峰高的变化与原子质 心运动和光场所处的状态有关. 当原子质心运动与光场有关联时,原子发射谱不依赖于光场与原子偶极矩的相对 相位,在适当条件下原子发射谱峰的数目减少,峰高增大,峰宽变小.

关键词:原子质心运动,二能级原子,原子发射谱,SU(2)相干态 PACC:4250

1.引 言

光谱蕴涵了原子与场相互作用的大量信息,是 人类探测物质结构的重要工具.真空拉比劈裂的成 功观测^[1],腔内原子发射谱和腔场谱的广泛研 究^[2—9]使人们认识到原子与场相互作用非经典特 性的重要性.Zubairy^[10]研究了由单模光场驱动的二 能级原子发射谱,发现处于相干叠加态的原子与光 场相互作用时,原子发射谱对原子与光场的相对相 位具有敏感性,适当的条件下,原子发射谱由对称的 三峰变为不对称的双峰.1998 年 Zubairy^[11]又提出 利用原子荧光谱直接测量驱动场量子态的方案,这 使得对原子光谱的研究更具实际意义.

在以上的研究中,原子均被看作是静止的.而 微观粒子的质心运动是客观存在的,并且随着激光 冷却技术在实验和理论方面的重大进步,粒子质心 运动的数态,相干态,薛定谔猫态以及压缩态的制备 都已完成^[12-14].原子质心运动不仅导致了原子布 居的非线性瞬时效应^[15-17],改变了光场薛定谔猫态 的形成时间^[18],增加了光场两正交分量的量子噪 声,使压缩效应消失^[19],而且对弱驱动场中单原子 的量子起伏、俘获原子系统的回复时间都有影

* 国家自然科学基金(批准号 160478049,10204009)资助的课题.

响^[20 21]. Ren^[22]利用马尔科夫近似研究了驻波腔中运动原子的自发辐射谱,发现某些条件下辐射谱的不对称性. 文献 23 研究了原子质心运动对二能级原子 qubit 退相干的影响,发现当原子质量和原子共振频率满足一定条件时,原子 qubit 的退相干明显增加. 迄今为止,原子质心运动对由单模光场驱动的二能级原子发射谱的影响未见详细报道.本文给出了质心作谐振运动的二能级原子发射谱的影响无以详细报道.本文给出式,分析了原子质心运动与光场无关联和有关联时,原子发射谱的特点,讨论了原子质心运动对二能级原子发射谱的影响.

2. 理论模型

对于质心作谐振运动的二能级原子,系统的哈 密顿量写成^[24,25]

$$\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{V} , \qquad (1)$$

$$\hat{H}_0 = \hbar \omega_a \hat{a}^+ \hat{a} + \hbar \omega \hat{b}^+ \hat{b} + \hbar \frac{\omega_0}{2} \hat{\sigma}_z , \qquad (2)$$

 $\hat{V} = \hbar g (\hat{\sigma}_{+} + \hat{\sigma}_{-}) (\hat{b}^{+} + \hat{b}) \cos \eta (\hat{a}^{+} + \hat{a}), (3)$ 其中 \hat{H}_{0} 表示光场和原子的哈密顿量 \hat{V} 表示它们 之间相互作用的哈密顿量 \hat{a}^{+}, \hat{a} 分别是频率为 ω_{a} 的原子质心谐振运动的产生和湮没算符 \hat{b}^{+}, \hat{b} 是频

[†]E-mail:guohong@phy.ccnu.edu.cn

率为 ω 的光场的产生和湮没算符 , $\hat{\sigma}_{+}$, $\hat{\sigma}_{-}$ 和 $\hat{\sigma}_{2}$ 为 原子赝自旋算符 , ω_{0} 是原子的跃迁频率 ,g 是原子 和场的耦合系数 , η 是 Lamb-Dicke 参数 . 在相互作 用绘景中 ,在共振条件下应用旋波近似 ,将余弦项展 开 ,当 Lamb-Dicke 参数 η 为小量 ,取二阶近似并舍 掉快速振荡项^[24]

$$\hat{V}_{I} = \hbar g (\hat{\sigma}_{+} \hat{b} + \hat{\sigma}_{-} \hat{b}^{+}) (1 - \frac{\eta^{2}}{2} (1 + 2\hat{m})) ,$$
(4)

其中 $\hat{m} = \hat{a}^{\dagger} \hat{a}$ 为原子质心谐振运动激发的占有数. 在共振条件下系统的时间演化算符

 $\hat{U}(t) = \hat{U}_{0}(t)\hat{U}_{1}(t), \qquad (5a)$ $\hat{U}_{1}(t) = \hat{C}_{m;n+1} | e | e | + \hat{C}_{m;n} | g | g |$ $- i\hat{S}_{m;n+1}\hat{b} | e | g | - i\hat{b}^{+} \hat{S}_{m;n+1} | g | e |, \qquad (5b)$ $\hat{C}_{m;n} = \cos\left\{g[1 - \eta^{2}(1 + 2\hat{m})2]\sqrt{\hat{n}t}\right\}, \qquad (5c)$ $\hat{C}_{m;n+1} = \cos\left\{g[1 - \eta^{2}(1 + 2\hat{m})2]\sqrt{\hat{n}t}\right\}, \qquad (5d)$ $\hat{c}_{m;n+1} = \sin\left\{g[1 - \eta^{2}(1 - 2\hat{m})2]\sqrt{\hat{n}t}\right\}, \qquad (5d)$

$$\hat{S}_{m,n+1} = \frac{\sin(g(1 - \eta(1 - 2m)2)) + n + 1t)}{\sqrt{\hat{n} + 1}}, \quad (5e)$$

其中 $\hat{n} = \hat{b}^+ \hat{b}$, | e 和 | g 分别代表二能级原子的上态与下态.

由发射谱的理论公式^[26]

$$S(v) = 2\Gamma \int_{0}^{T} dt_{1} \int_{0}^{T} dt_{2}$$

$$\times e^{-(\Gamma - iv \int T - t_{1}) \cdot (\Gamma + iv \int T - t_{2})}$$

$$\times \hat{\sigma}_{+} (t_{1}) \hat{\sigma}_{-} (t_{2}) , \quad (6a)$$

$$\hat{\sigma}_{+} (t_{1}) \hat{\sigma}_{-} (t_{2}) = \psi(0) | \hat{U}^{+} (t_{1}) \hat{\sigma}_{+} (0) \hat{U}(t_{1})$$

$$\times \hat{U}^{+} (t_{2}) \hat{\sigma}_{-} (0) \hat{U}(t_{2}) | \psi(0) , \quad (6b)$$

式中 Γ 为光谱探测器的通带宽度 , Γ 远远大于原子 的衰变速率. *T* 是光谱的探测时间 ,*T* 远远小于原 子上能态的寿命 , \downarrow (0) 为系统的初态.

3. 讨论与分析

3.1. 原子质心运动与光场无关联

系统的初态可表示为

 $| \psi(0) = | \psi_{a} \otimes | \psi'_{a} \otimes | \psi_{f} , \quad (7)$ 其中 | ψ_{a} 是原子内部状态, | $\psi_{a} = \cos \frac{\theta}{2} | g$ + $\sin \frac{\theta}{2} e^{i\phi} | e (0 \le \theta \le \pi, -\pi < \phi \le \pi); | \psi'_a$ 描述原 子质心的运动状态, | $\psi'_a = \sum_m G_m | m; | \psi_f$ 表示 光场的状态, | $\psi_f = \sum_n F_n | n, M$ 系统的初始状 态表示为

$$| \psi(0) = \sum_{nm} G_m F_n \Big(\cos \frac{\theta}{2} | n , g , m \\ + \sin \frac{\theta}{2} e^{i\phi} | n , e , m \Big).$$
 (8)

由(6) 武和(8) 武,可得

$$S(v) = \frac{\Gamma}{4} \sum_{n,m} |G_m|^2$$

$$\times \left[\left| \left(F_n \sin \frac{\theta}{2} e^{i\phi} - F_{n+1} \cos \frac{\theta}{2} \right) \Omega(\beta_1, -\beta_0) + \left(F_n \sin \frac{\theta}{2} e^{i\phi} + F_{n+1} \cos \frac{\theta}{2} \right) \Omega(-\beta_1, -\beta_0) \right|^2$$

$$+ \left(-\beta_0 \rightarrow \beta_0 \right) \right], \qquad (9a)$$

式中($-\beta_0 \rightarrow \beta_0$)表示将前一项中的 $-\beta_0$ 替换为 β_0 , $\Omega(\beta_1, \beta_0) = \frac{\exp[((v - \omega + \beta_1 + \beta_0)T] - \exp(-\Gamma T))}{\Gamma + (v - \omega + \beta_1 + \beta_0)}$, (9b)

$$\beta_{1} = \left[1 - \frac{\eta^{2}}{2}(1 + 2m)\right] g \sqrt{n + 1} ,$$

$$\beta_{0} = \left[1 - \frac{\eta^{2}}{2}(1 + 2m)\right] g \sqrt{n} , \qquad (9c)$$

与文献 10 对照,发现原子发射谱峰的位置与高度 均会受到原子质心运动的影响.

数态光场下,当原子处于激发态、原子质心运动 处于其谐振运动的能量本征态时,原子发射谱四个 峰的位置处于

$$\omega \pm \left[1 - \frac{\eta^2}{2}(1 + 2m)\right] g(\sqrt{n+1} - \sqrt{n}) (10a)$$
$$\omega \pm \left[1 - \frac{\eta^2}{2}(1 + 2m)\right] g(\sqrt{n+1} + \sqrt{n}).(10b)$$

当原子质心运动的能量一定时,随着光场强度的增加,处于(10a)式位置的两峰重叠到一起,从而发射 谱呈三峰结构,而光场强度一定时,随着原子运动能 量的增加,峰间的相对距离变小(图1);当原子质心 运动处于热运动状态或者相干态时,由图2、图3不 难看出,随着原子运动平均能量的增加,发射谱峰的 高度变小,峰的宽度增加,且原子质心运动能量相同 时,原子处于热运动状态时发射谱峰高与峰宽的变 化比较明显.这是因为随着原子质心运动的增强,



图 1 T = 20/g, $\Gamma = 0.2g$, $\theta = \pi$, $\eta = 0.1$, 光场为光子数态 n = 8, 原子质心运动处于能量本征态



图 2 T = 400/g, $\Gamma = 0.01g$, $\eta = 0.1$, n = 1, 光场为光子数态原 子质心运动处于相干态, 曲线 a : m = 0, S(v) + 34.0, 曲线 b : m = 5, S(v) + 17.0, 曲线 c : m = 9, S(v) 由于原子发射谱 关于原点对称,所以只取坐标轴的正轴部分)

处于热运动状态的原子的谐振占有数的起伏增加得 更快.



图 3 原子质心运动处于热运动状态,其他同图 2



图 4 光场处于相干态 ,原子质心运动处于能量本征态 , $n = 10, \beta = \pi/2, \varphi = \phi = 0$,其他同图 1

当光场处于相干态 | α (α = | α | e^{iφ})时,与光场 无关联的原子质心运动不影响原子发射谱对光场与 原子偶极矩相对相位的敏感性,并且在文献 10]给 出的条件下,发射谱仍然出现不对称的双峰(如图 4 6,7 所示).原子质心谐振运动的增强会使原子发



图 5 T = 40/g, $\Gamma = 0.1g$, 光场处于相干态, n = 2, (a)原子质心运动处于能量本征态, 曲线 a: m = 5, 曲线 b: m = 30; (b)原子质心运动处于相干态, 曲线 a: m = 5, 曲线 b: m = 15

射谱峰间的相对距离变小,从而促使邻近小峰的合并,这使得当原子质心谐振运动处于其能量本征态时,原子发射谱的峰高亦会随着原子质心运动能量的增加而增高(如图4和图5(a)所示).当原子质心运动处于相干态或热运动状态时,一方面原子谐振运动的平均能量的增加使得峰间的相对距离变小从而促进了邻近各峰叠加为高度较高的大峰,另一方面由于原子谐振运动能量起伏的增加使得原子发射谱边峰展宽、变矮.因此弱相干场驱动的二能级原子质心运动的型能级原子质心运动的三能级原子质心运动的变化对其峰高的影响不大(如图6,7所示).



图 6 原子质心运动处于相干态 其他同图 4



图 7 原子质心运动处于热运动状态,其他同图 6

3.2. 原子质心运动与光场有关联

如果光场与原子质心运动状态是 SU(2)相干态 则系统初态可写为

$$| \psi(0) = \sum_{n=0}^{N} F_n \Big(\cos \frac{\theta}{2} | n , g , N - n \Big)$$

$$+\sin\frac{\theta}{2}e^{i\phi}|n,e,N-n\rangle$$
, (11a)

$$F_{n} = (1 + |\tau|^{2})^{-\frac{N}{2}} \left[\frac{N!}{n(N-n)!}\right]^{\frac{1}{2}} \tau^{n} , (11b)$$

其中 F_n 为光场光子数分布的概率幅^{27]}, $|\tau|^2$ 为光场平均光子数与原子质心谐振运动的平均占有数之比. 由(6)式可得

$$S(v) = \frac{\Gamma}{4} \sum_{n=0}^{N} \left\{ |F_{n}|^{2} \sin^{2} \frac{\theta}{2} \left[|\Omega(\beta_{1}', -\beta_{0}') + \Omega(-\beta_{1}', -\beta_{0}')|^{2} + |\Omega(\beta_{1}', \beta_{0}') + \Omega(-\beta_{1}', \beta_{0}')|^{2} \right] + \sum_{n=1}^{N} |F_{n}|^{2} \cos^{2} \frac{\theta}{2} \left[|\Omega(\beta_{0}', -\beta_{-1}') - \Omega(-\beta_{0}', -\beta_{-1}')|^{2} + |\Omega(\beta_{0}', \beta_{-1}') - \Omega(-\beta_{0}', -\beta_{-1}')|^{2} \right] \right\} (12a)$$

式中

$$\beta'_{1} = \left[1 - \frac{\eta^{2}}{2}(1 + 2N - 2n)\right]g\sqrt{n+1}(12b)$$
$$\beta'_{0} = \left[1 - \frac{\eta^{2}}{2}(1 + 2N - 2n)\right]g\sqrt{n}, \quad (12c)$$

$$\beta'_{-1} = \left[1 - \frac{\eta}{2}(1 + 2N - 2n)\right]g\sqrt{n - 1}(12d)$$

显然此时原子发射谱不再依赖于原子偶极矩与光场 的相对相位. 比较图 8—11 的(a)(b)两部分,我们 不难看出即使在光场光子数分布和原子质心谐振运 动的占有数分布都相同的条件下,光场与原子质心 运动关联与否也会导致原子发射谱的改变. 这种差 异当 N较小时尤为明显,在光场与原子质心运动有 关联的情况下,原子发射谱峰的数目减少,峰高变 大,峰宽变窄. 当 N 一定时,无论光场与原子质心 运动是否有关联, | τ |² 的改变不会影响谱峰的数 目,只会改变谱峰的高度和位置(如图 8—11 所示).

4.结 论

综上所述,当原子质心运动与光场无关联时,原 子质心运动仅仅改变原子发射谱峰的位置与峰的高 度.原子质心运动愈剧烈原子发射谱峰间的相对距 离愈小.数态光场驱动的原子发射谱边峰的高度会 随着原子质心热运动或相干运动强度的增加而明显 下降,而相干场驱动的原子发射谱峰高的变化依赖 于光场的强度与原子质心的运动状态.当原子质心 运动与光场有关联时,二能级原子发射谱不再依赖



图 8 $\Gamma = 0.01g$, T = 400/g, $\theta = \pi$, $\eta = 0.3$, N = 1(a) 原子质心运动与光场状态为 SU(2)相干态,曲线 $a : |\tau|^2 = 2$;曲线 $b : |\tau|^2 = 1$, S(v) + 15;曲线 $c : |\tau|^2 = 0.5$, S(v) + 30. (b)原子质心运动与光场无关联,其他同(a)



图9 $\Gamma = 0.01g$, T = 400/g, $\theta = \pi$, $\eta = 0.3$, N = 2(a) 原子质心运动与光场状态为 SU(2)相干态,曲线 $a : |\tau|^2 = 2$;曲线 $b : |\tau|^2 = 1$, S(v) + 10,曲线 $c : |\tau|^2 = 0.5$, S(v) + 20. (b)原子质心运动与光场无关联,其他同(a)



图 10 $\Gamma = 0.04g$, T = 100/g, $\theta = \pi$, $\eta = 0.1$, N = 10(a) 原子质心运动与光场状态为 SU(2)相干态,曲线 $a : |\tau|^2 = 2$;曲线 $b : |\tau|^2 = 1$, S(v) + 5;曲线 $c : |\tau|^2 = 0.5$, S(v) + 10. (b)原子质心运动与光场无关联,其他同(a)

于光场与原子偶极矩的相对相位,同时原子发射谱 精细测量. 的峰宽明显变窄 峰高增高,这将有利于原子光谱的



图 11 $\Gamma = 0.04g$, T = 100/g, $\theta = \pi$, $\eta = 0.1$, N = 30(a) 原子质心运动与光场状态为 SU(2)相干态,曲线 $a : |\tau|^2 = 2$;曲线 $b : |\tau|^2 = 1$, S(v) + 5;曲线 $c : |\tau|^2 = 0.5$, S(v) + 10. (b)原子质心运动与光场无关联,其他同(a)

- Thompson R J, Rempe G and Kimble H J 1992 Phys. Rev. Lett.
 68 1132
- [2] Chai C L , Li F L and Zhang Z M 1990 Phys. Lett. A 150 85
- [3] Nasreen T and Razmi M S K 1993 J. Opt. Soc. Am. B 10 1292
- [4] Ashraf M M 1994 Phys. Rev. A 50 5116
- [5] Guo H, Li G X and Peng J S 2000 Acta Phys. Sin. 49 887 (in Chinese) [郭 红、李高翔、彭金生 2000 物理学报 49 887]
- [6] Feng J, Wang JS and Gao Y F 2001 Acta Phys. Sin. 50 1279(in Chinese)[冯 健、王继锁、高云峰 等 2001 物理学报 50 1279]
- [7] Guo H, Li G X and Peng J S 2002 Phys. Lett. A 300 147
- [8] Li F L , Gao S Y and Zhao Y T 2003 Chin . Phys. 12 872
- [9] Gao Y F Feng J and Wang J S 2003 Acta Phys. Sin. 53 2563 (in Chinese] 高云峰、冯健、王继锁 2003 物理学报 53 2563]
- [10] Zaheer K and Zubairy M S 1989 Phys. Rev. A 39 2000
- [11] Zubairy M S 1998 Phys. Rev. A 57 2066
- [12] Liebfriend D, Meekhof D M, King B E et al 1996 Phys. Rev. Lett. 77 4281
- [13] Monroe C , Meekhof D M , King B E et al 1996 Science 272 1131

- [14] Meekhof D M, Monroe C, King B E et al 1996 Phys. Rev. Lett. 76 1796
- [15] Schlicher R R 1989 Opt. Commun. 70 97
- [16] Joshi A and Lawande S V 1990 Phys. Rev. A 42 1752
- [17] Joshi A and Lawande S V 1992 Int. J. Mod. Phys. B 6 3539
- [18] Fang M F 1998 Physica A 259 193
- [19] Xing J, Niu Z Q and Zhang Z M 2002 Acta Phys. Sin. 51 2245[熊 锦、牛中奇、张智明 2002 物理学报 51 2245]
- [20] Leach J and Rice P R 2004 Phys. Rev. Lett. 939 103601
- [21] Ray A 2004 Phys. Rev. A 69 033806
- [22] Ren W and Carmichael H J 1995 Phys. Rev. A 51 752
- [23] Shresta S and Hu B L 2003 Phys. Rev. A 68 012110
- [24] Semião F L, Vidiella-Barranco A and Roversi J A 2002 Phys. Rev. A 66 063403
- [25] Yang X X, Wu Y and Gao K L 1998 Acta. Opt. Sin. 18 1050(in Chinese] 杨晓雪、吴 颖、高克林 1998 光学学报 18 1050]
- [26] Eberly H and Wodkiewiewicz K 1977 J. Opc. Soc. Am. 67 1252
- [27] Buzek V and Quang T 1989 J. Opt. Soc. Am. B 6 2447

The effect of mass center motion on a two-level atom emission spectrum*

Guo Hong^{1 (2)}† Zhao Li-Yan^{1)}

¹ College of Physical Science And Technology, Central China Normal University, Wuhan 430079, China)
² Wuhan Institute of Physics and Mathematics, Chinese Academy of Sciences, Wuhan 430071 China)
(Received 6 February 2005; revised manuscript received 16 March 2005)

Abstract

The emission spectrum of a two-level atom in a harmonic trap is studied. It is shown that atomic motion do not affect the atomic spectrum phase sensitivity when there is no correlation between atomic mass center motion and the field. With the increase of the average energy of atomic center motion, the peaks move towards each other, their heights change with the state of the field and atomic motion. When there is correlation between atomic mass center motion and the field, the atomic spectrum becomes insensitive to the relative phase between the field and the atomic dipole. Under certain conditions, there are fewer peaks, and they become higher and narrower.

Keywords : atomic center mass motion , emission spectrum , two-level atom , SU(2) coherent state PACC : 4250

^{*} Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 60478049 and 10204009).

[†]E-mail: guohong@phy.ccnu.edu.cn