

# 一个混沌电路及其实验结果<sup>\*</sup>

周 平<sup>1)</sup>† 罗小华<sup>2)</sup> 陈海燕<sup>1)</sup>

<sup>1)</sup> 重庆邮电学院非线性系统研究所, 重庆 400065)

<sup>2)</sup> 重庆邮电学院通信学院, 重庆 400065)

(2005 年 2 月 6 日收到, 2005 年 4 月 4 日收到修改稿)

给出了仅仅由几个运算放大器、电容和电阻组成的一个新混沌电路。对混沌电路的状态方程进行计算表明, 该系统具有一个正的李雅谱诺夫指数, 数值计算得到了此系统的混沌吸引子。同时, 对此混沌系统进行了电路实现, 得到了混沌电路的吸引子, 结果表明, 实验结果与数值计算结果完全符合。最后, 对该混沌电路中的两个可调电阻的变化对混沌电路的影响进行了研究, 结果表明可调电阻在一定范围内变化时, 电路仍然保持有基本相同的混沌输出。

关键词: 混沌电路, 李雅谱诺夫指数, 电路实验结果

PACC: 0545

## 1. 引 言

近年来随着人们对非线性系统混沌现象和混沌应用的研究深入<sup>[1-4]</sup>, 混沌在诸如电子、通讯、信息处理等领域的应用已经引起了广泛的注意。由于混沌信号可以当作保密通讯中的加密信号使用, 所以对作为产生混沌信号的混沌信号发生器的研究也引起了人们的极大兴趣和注意, 大量的研究表明, 利用简单电路元件能有效的产生混沌信号<sup>[5-8]</sup>。利用分段线性函数能够产生各种各样的混沌吸引子<sup>[8-11]</sup>, 如在线性系统中利用标量输出反馈产生  $n$  环吸引子<sup>[10]</sup>、混合系统也能产生混沌吸引子等<sup>[11]</sup>。

本文给出了一个仅仅由几个运算放大器、电阻和电容组成的简单电路, 此电路由两个很简单的线性二维子系统通过一个分段线性标量函数反馈连接而成。电路实验结果和仿真计算结果表明该电路能够有效的产生混沌信号, 可将其作为一个混沌信号发生器。该系统的混沌吸引子分别通过数值仿真和电路实验而得到, 数值仿真结果与实验结果符合得很好。更为重要的是, 研究表明此混沌信号发生器系统中的两个可调电阻具有较大的可调范围, 在此范围内, 该电路均有基本相同的混沌信号输出, 这为该电路的实际应用奠定了良好的应用基础。

## 2. 一个新的混沌电路

本文设计的能够产生混沌信号的混沌信号发生器的电路如图 1 所示。

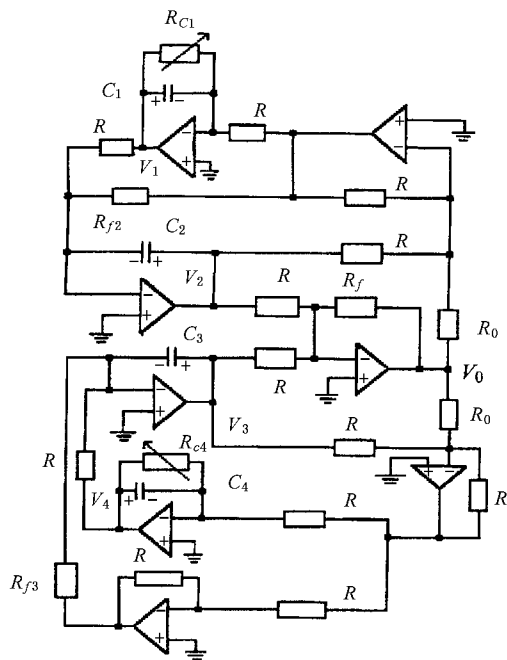


图 1 一个新的混沌信号发生器

<sup>\*</sup> 国家高技术研究发展计划(批准号 2005AA123730)资助的课题。

<sup>†</sup> E-mail: zhouping@cqupt.edu.cn

从图 1 可知,此电路系统仅由几个运算放大器、线性电阻和线性电容组成. 利用电路相关知识,容易得到该电路的状态方程

$$\begin{cases} \frac{dV_1}{dt} = \frac{1}{RC_1} \left[ -\frac{R}{R_{C1}} V_1 + \left( V_2 + \frac{R}{R_0} V_0 \right) \right], \\ \frac{dV_2}{dt} = \frac{1}{RC_2} \left[ -V_1 + \left( V_2 + \frac{R}{R_0} V_0 \right) \frac{R}{R_{f2}} \right], \\ \frac{dV_3}{dt} = -\frac{1}{RC_3} \left[ \left( V_3 + \frac{R}{R_0} V_0 \right) \frac{R}{R_{f3}} + V_4 \right], \\ \frac{dV_4}{dt} = \frac{1}{RC_4} \left[ \left( V_3 + \frac{R}{R_0} V_0 \right) - \frac{R}{R_{C4}} V_4 \right], \end{cases} \quad (1)$$

式中

$$V_0 = \begin{cases} V_{CC}, & \bar{V} > V_{CC} \\ \bar{V}, & -V_{CC} \leq \bar{V} \leq V_{CC}, \bar{V} = -(R_f/R) (V_2 + V_3), \\ -V_{CC}, & \bar{V} < -V_{CC}, \end{cases}$$

$[-V_{CC}, V_{CC}]$  是运算放大器的电压输出范围,  $R_{C1}, R_{C4}$  是可调电阻.

选取电路参数为  $R = R_0 = 1.6\text{k}\Omega, C_1 = C_2 = C_3 = C_4 = C = 0.01\mu\text{F}, R_{C1} = 160\text{k}\Omega, R_{C4} = R_{f3} = 10\text{k}\Omega, R_{f2} = 20\text{k}\Omega, R_f = 30\text{k}\Omega, V_{CC} = 5\text{V}$ , 本电路由  $\pm V_{CC}$  供电.

令  $RC\bar{t} = t, V_i = x_i (i = 1, 2, 3, 4)$  系统(1)变成

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0.01 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0.08 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -0.16 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -0.16 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} + k \begin{pmatrix} 1 \\ 0.08 \\ -0.16 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad (2)$$

$$k = \begin{cases} 5, & x_2 + x_3 < -4/15, \\ -75(x_2 + x_3)/4, & -4/15 \leq x_2 + x_3 \leq 4/15, \\ -5, & x_2 + x_3 > 4/15. \end{cases}$$

显然,系统(2)是由如下两个线性二维子系统通过一个简单的分段标量函数  $k$  反馈连接而成,这两个子系统为

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -0.01x_1 + x_2, \\ \dot{x}_2 = -x_1 + 0.08x_2, \end{cases} \quad (3a)$$

$$\begin{cases} \dot{x}_3 = -0.16x_3 - x_4, \\ \dot{x}_4 = x_3 - 0.16x_4. \end{cases} \quad (3b)$$

显然,原点是(3a)和(3b)式的一个唯一平衡点,

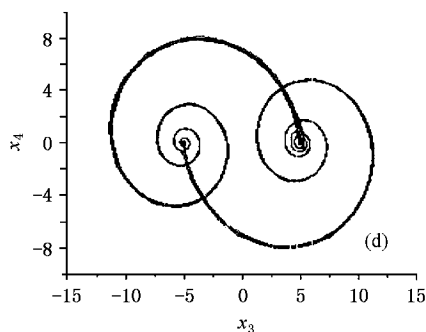
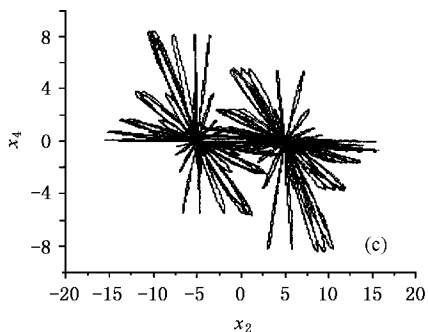
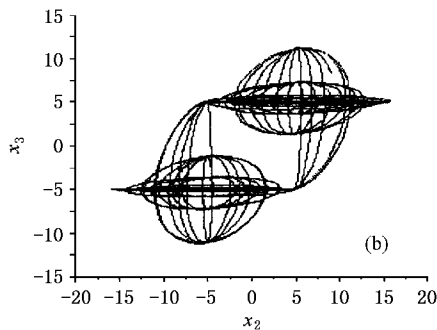
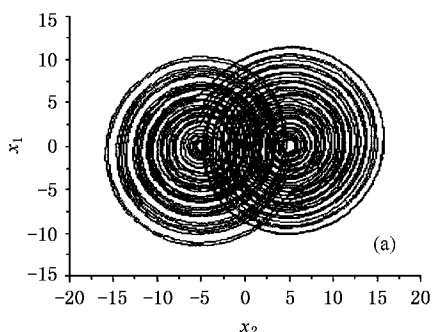


图 2 系统(2)的混沌吸引子((a)-(d))

由于子系统(3a)在平衡点的两个特征值为  $\lambda_{\pm} = 0.035 \pm i$ , 所以(3a)式的平衡点是不稳定的. 与此相反, 子系统(3b)式在平衡点的两个特征值为  $\lambda_{\pm} = -0.16 \pm i$ , 所以(3b)式的平衡点是不稳定的.

系统(2)的动力学行为可以定性描述如下: 定义如下三个区域

$$\Gamma_1 : \{ (x_1, x_2, x_3, x_4) \mid x_2 + x_3 < -4/15 \},$$

$$\Gamma_2 : \{ (x_1, x_2, x_3, x_4) \mid -4/15 \leq x_2 + x_3 \leq 4/15 \},$$

$$\Gamma_3 : \{ (x_1, x_2, x_3, x_4) \mid x_2 + x_3 > 4/15 \}.$$

对于属于上述三个区域的任意初始条件  $(x_{10}, x_{20}, x_{30}, x_{40})$ , 在随时间的变化过程中, 系统(2)的轨迹将不断重复的通过  $x_2 + x_3 = -4/15, x_2 + x_3 = 4/15$  这两个开关平无限次. 由于系统(2)在  $\Gamma_1, \Gamma_2$  和  $\Gamma_3$  三个区域中有不同的动力学行为, 所以随着时间的演化, 系统(2)的轨迹不断重复的通过这三个区域, 轨迹将不断地被拉伸和被折叠, 最后导致系统(2)产生复杂的动力学行为.

数值计算表明系统(2)具有一个大于零的李雅普诺夫指数, 大小为 6.733. 这表明与系统(2)相对应的图 1 电路能够产生混沌信号, 该电路系统具有混沌吸引子. 系统(2)的混沌吸引子可以通过数值计算得到, 结果如图 2(a)(b)(c)和(d)所示,

### 3. 实验结果

对于图 1 所示电路, 本文进行了电路实现. 实验所用电路实物如图 3 所示, 实验中所用运算放大器是  $\mu A741$ , 在上述电路参数选取下, 实验得到的混沌吸引子如图 4 所示.

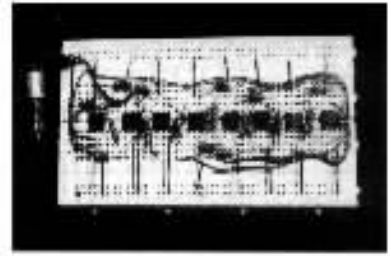


图 3 电路实物图

实验结果(图 4(a)–(d))与数值仿真结果(图 2(a)–(d))相对应, 可见前面的数值分析结果和实验结果非常符合, 所以图 1 是一个混沌信号发生器.

### 4. 可调电阻 $R_{C1}, R_{C4}$ 对电路的影响

在进行电路实验的过程中, 将  $R_{C1}, R_{C4}$  连续变

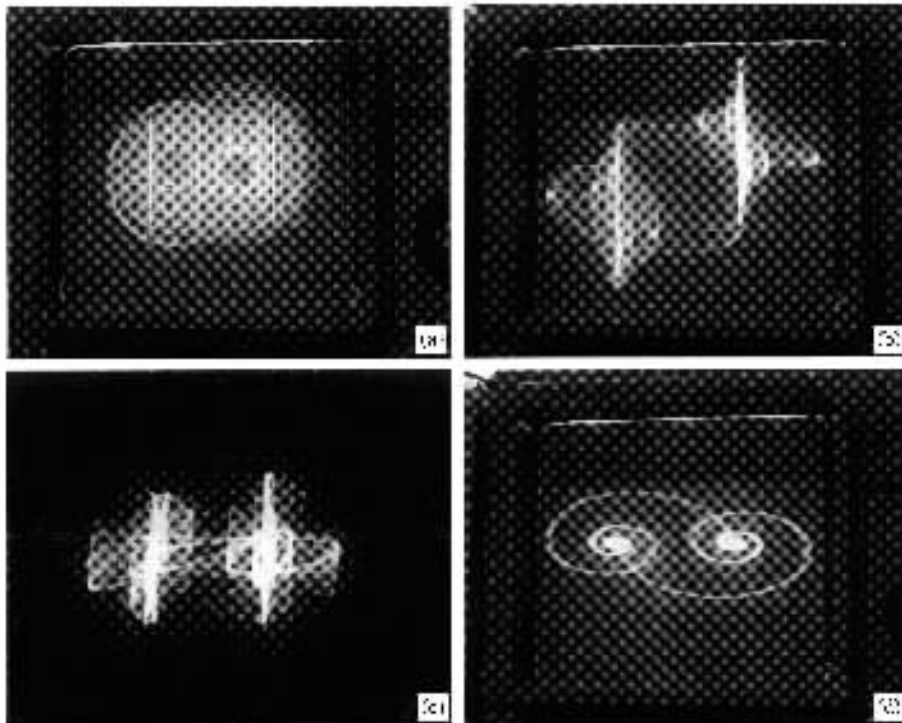


图 4 实验得到的混沌吸引子((a)–(d))

化,可观察图 1 电路在示波器上的输出. 实验发现, 可调电阻  $R_{C1}, R_{C4}$  在一定范围内变化时, 仍然能够得到和图 4 所示一样的输出. 当两个电阻都达到无穷大时, 该电路仍然能保持其混沌输出.

通过对  $R_{C1}, R_{C4}$  的变化进行大量数值仿真计算可得到如下结果:

1) 在保持  $R_{C4}$  不变的情况下,  $R/R_{C1}$  在 0—0.025 之间变化时, 系统(1)仍然具有和图 2 所示一样的混沌输出. 所以, 在保持  $R_{C4}$  不变的情况下,  $R_{C1}$  可以在  $64k\Omega - +\infty$  变化.

2) 在保持  $R_{C1}$  不变的情况下,  $R/R_{C4}$  在 0—0.2 之间变化时, 系统(1)仍然具有和图 2 所示一样的混沌输出. 所以, 在保持  $R_{C1}$  不变的情况下,  $R_{C4}$  可以在  $8k\Omega - +\infty$  变化.

下面分别给出  $R/R_{C1} = 0.01, R/R_{C4} = 0.1$  和  $R/R_{C1} = 0.02, R/R_{C4} = 0.1$  的部分仿真结果, 如图 5 和图 6 所示.

可见图 5 和图 6 所示的仿真结果和图 2 所示的

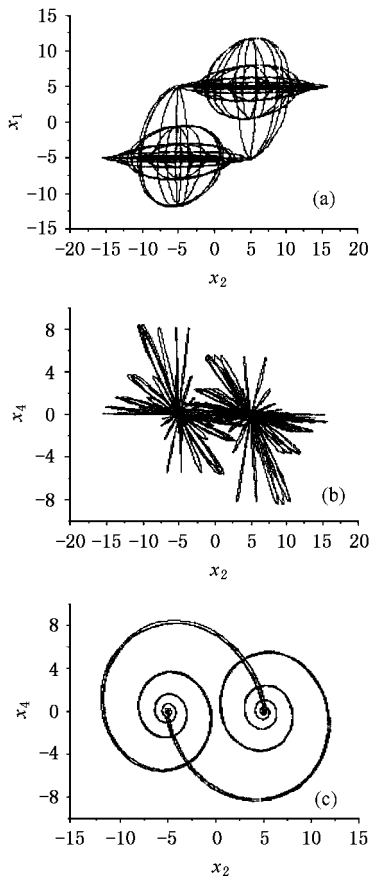


图 5  $R/R_{C1} = 0.01, R/R_{C4} = 0.1$  时混沌电路 1 的混沌吸引子 ((a)—(c))

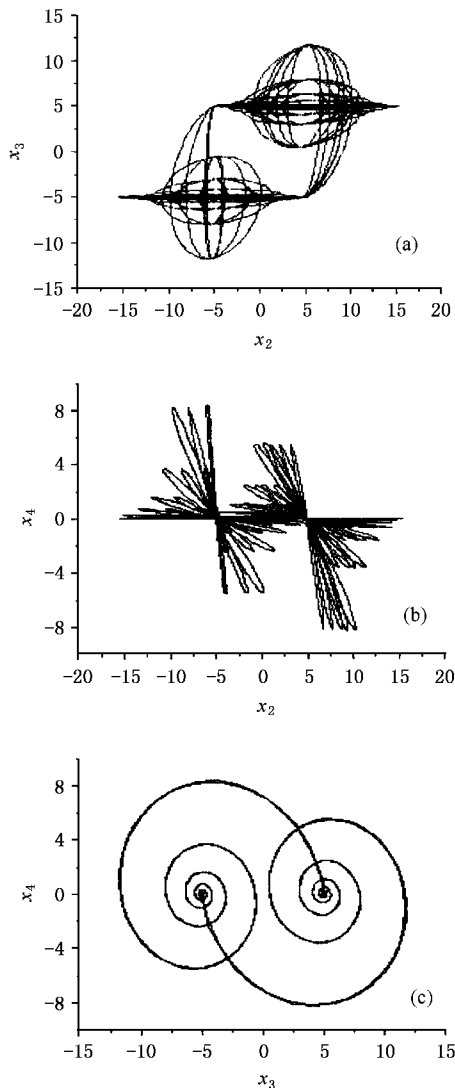


图 6  $R/R_{C1} = 0.02, R/R_{C4} = 0.1$  时混沌电路 1 的混沌吸引子 ((a)—(c))

仿真结果基本一样. 这表明可调电阻  $R_{C1}, R_{C4}$  在一定范围内变化时, 混沌电路仍然能保持基本一样的混沌性能.

### 5. 结 论

本文设计并电路实现了一个由简单电路元件构成的混沌信号发生器, 数值计算表明此电路具有混沌特性, 电路实验的结果也证实了其混沌特性, 电路实验结果与数值仿真结果符合很好. 更为重要的是, 该混沌信号发生器中的两个可调电阻具有较大的可调范围, 在此范围内, 该电路均可以有基本相同的混沌输出, 所以本电路具有较好的实际应用价值.

- [ 1 ] Zhang S H , Yang H and Qian X Z 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 3706  
( in Chinese ] 张胜海、杨 华、钱兴中 2004 物理学报 **53** 3706 ]
- [ 2 ] Luo X S , Chen G R , Wang B H , Fang J Q , Zou Y L and Quan H J 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 790 ( in Chinese ] 罗晓曙、陈关荣、汪秉宏、方锦清、邹艳丽、全宏俊 2003 物理学报 **52** 790 ]
- [ 3 ] Zhou P 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 1108 ( in Chinese ] 周 平 2003 物理学报 **52** 1108 ]
- [ 4 ] Zhou P 1999 *Acta Phys. Sin.* **48** 1084 ( in Chinese ] 周 平 1999 物理学报 **48** 1084 ]
- [ 5 ] Wang X and Chen G 2000 *IEEE Trans. Circuits Syst. I : Fundam. Theory Appl.* **47** 410
- [ 6 ] Wang X , Chen G and Yu X 2000 *Chaos* **10** 771
- [ 7 ] Kennedy M P and Kolumban G 2000 *IEEE Trans. Circuits Syst. I : Fundam. Theory Appl.* **47** 1661
- [ 8 ] Tang K S , Man K F , Zhong G Q and Chen G 2001 *IEEE Trans. Circuits Syst. I : Fundam. Theory Appl.* **48** 636
- [ 9 ] Li J , Zhou T , Chen G and Yang X 2002 *Chaos* **12** 344
- [ 10 ] Yang X S and Li Q D 2003 *Chaos Solitions & Fractal* **18** 25
- [ 11 ] Yang X S and Li Q D 2002 *Electronics Letters* **13** 623

## A new chaotic circuit and its experimental results \*

Zhou Ping<sup>1)</sup> Luo Xiao-Hua<sup>2)</sup> Chen Hai-Yan<sup>1)</sup>

<sup>1)</sup>*Institute for Nonlinear Systems , Chongqing University of Posts and Telecommunication , Chongqing 400065 , China )*

<sup>2)</sup>*Institute of Telecommunications Engineering , Chongqing University of Posts and Telecommunication , Chongqing 400065 , China )*

( Received 6 February 2005 ; revised manuscript received 4 April 2005 )

### Abstract

This paper reports a new chaotic circuit , which consists of only a few OpAmps , capacitors , and resistors . The chaotic attractor obtained via computer simulation , has one positive Lyapunov exponent . To supplement the computer simulation , a physical circuit implementation is designed . Some experimental results are given .

**Keywords :** chaotic circuit , Lyapunov exponents , circuit experimental results

**PACC :** 0545

\* Project supported by the National High Technology Research and Development Program of China ( Grant No. 2005AA123730 ).