

二维导体微粗糙面与其上方金属 平板的复合电磁散射研究*

郭立新[†] 王运华 吴振森

(西安电子科技大学理学院, 西安 710071)

(2005 年 2 月 28 日收到, 2005 年 4 月 11 日收到修改稿)

研究了二维导体微粗糙面与其上方金属平板复合电磁散射特征. 应用互易性原理使求解二次散射场简化为求解包含平板上的极化电流和微粗糙面散射场的积分方程, 从而降低了求解难度. 应用物理光学近似和微扰法分别求解了平板上的极化电流和粗糙面的电磁散射场, 得到了复合散射截面计算公式并进行了数值计算. 尤其对该复合模型后向耦合电磁散射结果进行了详细分析和讨论.

关键词: 互易性原理, 复合电磁散射, 微粗糙面, 平板

PACC: 4110H, 4120

1. 引 言

目标与粗糙面复合模型的电磁散射研究一直是电磁波散射领域较为复杂且具有实际应用价值的课题. 例如在电磁波段, 对于风趋起伏海面上的舰船, 地空飞行目标、陆地上的战车及地表植被等体目标的遥感等实际雷达工程问题来说, 均属于粗糙面与目标复合模型的散射问题. 事实证明, 在不考虑相对论效应的前提下, 当目标尺寸与粗糙度及入射波长相比拟时, 不能将体目标的散射和粗糙面的散射割裂为两个孤立的问题来处理, 而应当将体目标与粗糙面作为一个整体看待, 既要考虑体目标与粗糙面各自独立的电磁散射, 又要考虑体目标与粗糙面之间的相互耦合作用, 这种相互作用的结果产生了散射耦合分量^[1, 2]. 关于粗糙面与目标复合模型的散射研究目前国内外正在逐步开展. 如 Johnson 应用迭代法和四通量理论研究了无限大平面及一维粗糙面与其上方矩形目标的复合电磁散射的特性^[3, 4], Lopez-Sanchez 等人应用蒙卡方法研究了粗糙面和其上方树干的复合电磁散射特性^[5], Chiu 等人应用互易性原理分析了微粗糙面和有限长导体柱之间的复合电磁散射特性^[6], 我们也曾对二维粗糙面单独存在及

微粗糙面上方球形粒子的复合光散射进行过研究^[7, 8]. 本文应用互易性原理研究了二维随机导体微粗糙面与其上方金属平板这一复合模型的电磁散射, 给出了该复合模型散射截面的计算公式, 并与有关计算方法进行了比较. 数值计算了不同极化状态下的后向复合散射截面, 尤其对一阶后向耦合散射进行了详细分析与讨论.

2. 互易性原理在邻近目标复合电磁散射中的应用

如图 1 所示, 设有一平面波 E_1^i, H_1^i 入射到目标 1[#] 和目标 2[#] 上. 当目标 2[#] 不存在时入射场 E_1^i 在 1[#] 上的感应电流为 J_1 . J_1 在 2[#] 存在时产生的复合电磁场记为 E_1, H_1 , 其中 E_1 为 J_1 的激发场和 2[#] 对这一激发场的散射场之和. 由 J_1 在 2[#] 上激发的体电流密度记为 J_{12} . 再设 J_1 不存在时有一单位电流 $J_e = \hat{p}\delta(\mathbf{R} - \mathbf{R}_p)$ 位于观测点上如图 2 所示, \hat{p} 为电流流向. J_e 激发的电磁场与 2[#] 对这一电磁场的散射场之和记为 E_2, H_2 , 由 J_e 在 2[#] 上激发的体电流密度记为 J_{e2} . 设目标 1[#] 和目标 2[#] 的表面积分别为 s_1, s_2 , 体积分别为 V_1, V_2 . 目标 2[#] 的相对介电常

* 国家自然科学基金(批准号 60101001), 高等学校博士点专项基金(批准号 20030701006)资助的课题.

[†] E-mail: lxguo@mail.xidian.edu.cn

数为 ϵ_2 , 以上在 $2^\#$ 处产生的两种极化电流可以分别表示为^[6,9]

$$J_{12}(\mathbf{r}) = -ik_0 Z_0^{-1}(\epsilon_2 - 1)\mathbf{E}_1(\mathbf{r}), r \in V_2, (1)$$

$$J_{e2}(\mathbf{r}) = -ik_0 Z_0^{-1}(\epsilon_2 - 1)\mathbf{E}_{e2}(\mathbf{r}), r \in V_2, (2)$$

其中 k_0 和 Z_0 分别是自由空间的波数和特征阻抗.

对于介质目标应用互易性原理公式可得^[9]

$$\begin{aligned} & \int_{S_\infty} (\mathbf{E}_1 \times \mathbf{H}_{e2} - \mathbf{E}_{e2} \times \mathbf{H}_1) \cdot \hat{n} ds \\ &= - \int_{V_1} \mathbf{J}_1 \cdot \mathbf{E}_{e2} dv - \int_{V_2} \mathbf{J}_{12} \cdot \mathbf{E}_{e2} dv \\ &+ \int_{V_2} \mathbf{J}_{2e} \cdot \mathbf{E}_1 dv + \hat{p} \cdot \mathbf{E}_1. \end{aligned} (3)$$

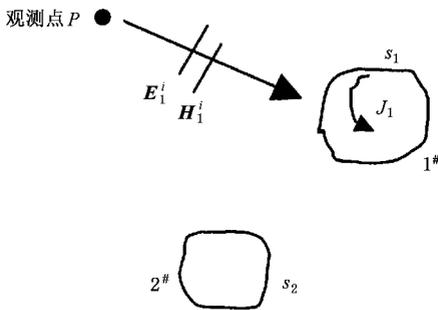


图1 两个目标的复合电磁散射

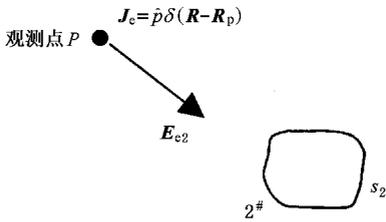


图2 1#不存在时的示意图

将(1)式、(2)式代入(3)式并利用电磁场无穷远处的切向场积分为零,可得到

$$\hat{p} \cdot \mathbf{E}_1 = \int_{V_1} \mathbf{E}_{e2} \cdot \mathbf{J}_1 dv. (4)$$

同理可得

$$\hat{p} \cdot \mathbf{E}_2 = \int_{V_2} \mathbf{E}_{e1} \cdot \mathbf{J}_2 dv. (5)$$

对于导体目标应用互易性原理公式可得^[9]

$$\begin{aligned} & \int_{S_\infty + S_2} (\mathbf{E}_1 \times \mathbf{H}_{e2} - \mathbf{E}_{e2} \times \mathbf{H}_1) \cdot \hat{n} ds \\ &= - \int_{S_1} \mathbf{J}_1 \cdot \mathbf{E}_{e2} ds + \hat{p} \cdot \mathbf{E}_1. \end{aligned} (6)$$

利用导体表面切向边界条件 $\hat{n} \times \mathbf{E} = 0$ 和 Sommerfeld

无穷远边界辐射条件可得到

$$\hat{p} \cdot \mathbf{E}_1 = \int_{S_1} \mathbf{E}_{e2} \cdot \mathbf{J}_1 ds. (7)$$

同理可得

$$\hat{p} \cdot \mathbf{E}_2 = \int_{S_2} \mathbf{E}_{e1} \cdot \mathbf{J}_2 ds. (8)$$

对于 $1^\#$ 是导体, $2^\#$ 为介质的两个目标之间的电磁散射问题,可直接应用(5)式和(7)式求解.对于 $1^\#$ 是介质, $2^\#$ 为导体的两个目标之间的电磁散射问题,可直接应用(4)式和(8)式求解.在本文导体平板和一维导体粗糙面复合散射的二次散射场的求解过程中,应用互易性原理,把平板和粗糙面分别看成 $1^\#$ 和 $2^\#$.

3. 平板与粗糙面复合模型耦合散射场的求解

3.1. 平板一次散射场的求解

图3给出了平板与二维粗糙面 $z = f(x, y)$ 复合散射几何示意图,平板长、宽分别为 $2L$ 和 $2M$.将平板中心从原点位置平移到 $(0, y_0, z_0)$ 处,然后使其中心法线旋转到与负 z 轴成 α 角,可得到平板单位法向量为 $\hat{n} = (0, -\sin\alpha, -\cos\alpha)$,由此可得到平板所在的平面方程为

$$-\sin\alpha(y - y_0) - \cos\alpha(z - z_0) = 0. (9)$$

由(9)式可得

$$z = -\tan\alpha(y - y_0) + z_0. (10)$$

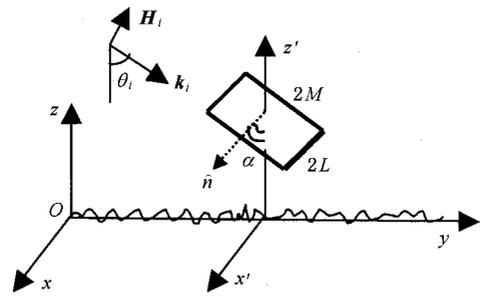


图3 平板与二维粗糙面复合散射几何示意图

令单位入射磁场为 $\mathbf{H}_i = h_0 \exp(ik_i \cdot \mathbf{r})$, 其中 $\mathbf{k}_i = (k \sin\theta_i \hat{y} - \cos\theta_i \hat{z})$, $h_0 = \hat{y} \cos\theta_i + \hat{z} \sin\theta_i$, 同时可以得到入射电场 $\mathbf{E}_i = -\hat{x} \sqrt{\mu/\epsilon} \exp(ik_i \cdot \mathbf{r})$. 根据物理光学近似可以得到平板表面电流为^[1,9]

$$\begin{aligned} \mathbf{J} &= 2\hat{n} \times \mathbf{H}_i \\ &= \mathcal{I}(-\sin\alpha \sin\theta_i + \cos\alpha \cos\theta_i) \hat{x} \end{aligned}$$

$$\times \exp(\mathbf{i} \mathbf{k}_i \cdot \mathbf{r}). \quad (11)$$

根据物理光学理论可以求得平板表面电流激发场的磁矢位 \mathbf{A} 为

$$\begin{aligned} \mathbf{A} = & 2\hat{B}\mu\exp(\mathbf{i} \mathbf{k}r) \mathcal{L}L \\ & \times \sin[2kM\cos\alpha(\sin\theta_i + \cos\theta_i\tan\alpha)] \\ & \times \exp[2ik(\sin\theta_i y_0 - \cos\theta_i z_0)] \\ & \mathcal{L}[4\pi r\cos\alpha k(\sin\theta_i + \cos\theta_i\tan\alpha)], \quad (12) \end{aligned}$$

其中

$$\hat{B} = (-\sin\alpha\sin\theta_i + \cos\alpha\cos\theta_i)\hat{x}, \quad (13)$$

于是可以求得平板的初级散射场

$$\begin{aligned} \mathbf{E}^p = & i\omega\mathbf{A}(\bar{\mathbf{I}} - \hat{r}\hat{r}) \\ = & 2i\omega\hat{B}\alpha(\bar{\mathbf{I}} - \hat{r}\hat{r})\mu\exp(\mathbf{i} \mathbf{k}r) \mathcal{L}r = i\omega\mathbf{A}. \quad (14) \end{aligned}$$

根据散射场与散射振幅因子的关系

$$\mathbf{E}^s = \mathbf{E}_i \bar{S} \exp(\mathbf{i} \mathbf{k}r) \mathcal{L}r, \quad (15)$$

可以得到平板的散射振幅因子为

$$\begin{aligned} S_{hh}^p = & -iL\sin[2kM\cos\alpha(\sin\theta_i + \cos\theta_i\tan\alpha)] \\ & \times \exp[2ik(\sin\theta_i y_0 - \cos\theta_i z_0)] \\ & \times (-\sin\alpha\sin\theta_i + \cos\alpha\cos\theta_i) \\ & \mathcal{L}[\pi\cos\alpha(\sin\theta_i + \cos\theta_i\tan\alpha)], \quad (16) \end{aligned}$$

$$S_{vh}^p = 0. \quad (17)$$

同理对于垂直极化电磁波入射,可以求得平板散射矩阵 S_{vv}^p 和 S_{hv}^p 可分别表示为

$$\begin{aligned} S_{vv}^p = & iL\sin[2kM\cos\alpha(\sin\theta_i + \cos\theta_i\tan\alpha)] \\ & \times \exp[2ik(\sin\theta_i y_0 - \cos\theta_i z_0)] \\ & \times (-\sin\alpha\sin\theta_i + \cos\alpha\cos\theta_i) \\ & \mathcal{L}[\pi\cos\alpha k(\sin\theta_i + \cos\theta_i\tan\alpha)], \quad (18) \end{aligned}$$

$$S_{hv}^p = 0. \quad (19)$$

3.2. 平板与粗糙面耦合散射场的求解

以下考虑粗糙面与平板的零阶耦合场. 设当入射波为水平(hh)极化时,在后向的观察点上设有一单位电流源为 \mathbf{J}_e ,其极化方向为水平极化,电流流向 $\hat{p} = \hat{x}$,可以求得此单位电流源激发的远区场为^[9,10]

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_e = & -ikZ_0\exp(\mathbf{i} \mathbf{k}r) \exp(-\mathbf{i} \mathbf{k}_s \cdot \mathbf{r}) \hat{k}_s \times \hat{k}_s \times \hat{x}/4\pi r \\ = & ikZ_0\exp(\mathbf{i} \mathbf{k}r) \exp(ikysin\theta_i - ikzcos\theta_i) \hat{x}/4\pi r \quad (20) \end{aligned}$$

其反射场可以写为

$$\begin{aligned} \mathbf{E}'_e = & -ikZ_0\exp(\mathbf{i} \mathbf{k}r) \\ & \times \exp(ikysin\theta_i + ikzcos\theta_i) \hat{x}/4\pi r. \quad (21) \end{aligned}$$

根据互易性原理可求得

$$\hat{x} \cdot \mathbf{E}_s^{p(0)} = \iint_{S'} \mathbf{J} \cdot \mathbf{E}'_e dS'$$

$$= \iint_{S'} \mathbf{J} \cdot \mathbf{E}'_e dx' dy' / \cos\alpha. \quad (22)$$

将(21)式代入上式可得

$$\begin{aligned} \hat{x} \cdot \mathbf{E}_s^{p(0)} = & \iint_{S'} \mathbf{J} \cdot \mathbf{E}'_e dS' \\ = & \iint_{S'} \mathbf{J} \cdot \mathbf{E}'_e dx' dy' / \cos\alpha \\ = & -iZ_0(-\sin\alpha\sin\theta_i + \cos\theta_i\cos\alpha) \\ & \times \exp(\mathbf{i} \mathbf{k}r) L \exp(2ik\sin\theta_i y_0) \\ & \times \sin(2k\sin\theta_i M) \mathcal{L}(\pi r \cos\alpha \sin\theta_i) \quad (23) \end{aligned}$$

根据(15)式可以得到

$$\begin{aligned} S_{hh}^{p(0)} = & \frac{iL}{(\pi\cos\alpha\sin\theta_i)} \{-\sin\alpha\sin\theta_i + \cos\theta_i\cos\alpha\} \\ & \times \exp(2ik\sin\theta_i y_0) \sin(2k\sin\theta_i M). \quad (24) \end{aligned}$$

同理可以求得交叉极化散射振幅因子

$$S_{vh}^{p(0)} = 0. \quad (25)$$

当入射波为垂直(vv)极化时,同样应用互易性原理可以得到散射矩阵因子 $S_{hv}^{p(0)}$, $S_{vv}^{p(0)}$ 可以表示为

$$S_{hv}^{p(0)} = 0, \quad (26)$$

$$\begin{aligned} S_{vv}^{p(0)} = & 2\{\sin\theta_i\sin\alpha + \cos\theta_i\cos\alpha\} L \exp(2ik\sin\theta_i y_0) \\ & \times \sin(2k\sin\theta_i M) \mathcal{L}(4\pi\cos\alpha\sin\theta_i). \quad (27) \end{aligned}$$

以下应用互易性原理求解平板和粗糙面的一阶耦合散射场. 首先讨论入射波为水平极化的情况. 设观测点处的单位电流源的方向为 \hat{x} ,由此激发的远区电场为

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_e = & -ikZ_0\exp(\mathbf{i} \mathbf{k}r) \exp(-\mathbf{i} \mathbf{k}_s \cdot \mathbf{r}) \hat{k}_s \times \hat{k}_s \times \hat{x}/4\pi r \\ = & ikZ_0\exp(\mathbf{i} \mathbf{k}r) \exp(ikysin\theta_i - ikzcos\theta_i) \hat{x}/4\pi r \\ = & E_0 \exp(ikysin\theta_i - ikzcos\theta_i) \hat{x}, \quad (28) \end{aligned}$$

其中 $E_0 = \exp(\mathbf{i} \mathbf{k}r) ikZ_0 / (4\pi r)$. 对于微粗糙面,表面函数 $f(x, y)$ 是一小起伏量,根据微扰理论可以把单位电流源在粗糙面上激发的电场写为

$$\mathbf{E}_e = E_0(1 - ik\cos\theta_i f) \exp(ikysin\theta_i) \hat{x}, \quad (29)$$

同时散射场各分量可以用其谱域形式表示^[10],即

$$\begin{aligned} E_x^{pr} = & \int_{-\infty}^{+\infty} (\tilde{E}_x^{p(0)} + \tilde{E}_x^{p(1)}) \mathcal{L}(1 + ik_z^{ss} f) \\ & \times \exp(ik_x^{ss} x + ik_y^{ss} y) dk_x^{ss} dk_y^{ss}, \quad (30a) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E_y^{pr} = & \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{E}_y^{p(1)} \mathcal{L}(1 + ik_z^{ss} f) \\ & \times \exp(ik_x^{ss} x + ik_y^{ss} y) dk_x^{ss} dk_y^{ss}, \quad (30b) \end{aligned}$$

$$E_z^{pr} = \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{E}_z^{p(1)} \mathcal{L}(1 + ik_z^{ss} f)$$

$$\times \exp(i k_x^{ss} x + i k_y^{ss} y) dk_x^{ss} dk_y^{ss}, \quad (30c)$$

其中 $\tilde{E}_x^{p(0)}$, $\tilde{E}_x^{p(1)}$, $\tilde{E}_y^{p(1)}$, $\tilde{E}_z^{p(1)}$ 分别为 $E_x^{p(0)}$, $E_x^{p(1)}$, $E_y^{p(1)}$, $E_z^{p(1)}$ 的傅里叶变换. 此时水平极化波入射时边界条件可以写为

$$E_y^{pr} + f_y E_z^{pr} = 0, \\ E_{ix} + E_x^{pr} + f_x E_z^{pr} = 0. \quad (31)$$

由(29)–(31)式可得一阶散射场的谱域表达式为

$$\tilde{E}_x^{p(1)} = 2ikE_p \cos\theta_i F(k_x^{ss}, k_y^{ss} - k \sin\theta_i), \quad (32a)$$

$$\tilde{E}_y^{p(1)} = 0, \quad (32b)$$

$$\tilde{E}_z^{p(1)} = -2ikE_0 (k_x^{ss}/k_z^{ss}) \cos\theta_i F(k_x^{ss}, k_y^{ss} - k \sin\theta_i), \quad (32c)$$

其中 $F(k_x^{ss}, k_y^{ss} - k \sin\theta_i)$ 是表面轮廓函数 $z = f(x, y)$ 的傅里叶变换. 将(11)式(32)式代入互易性原理公式可得

$$\hat{x} \cdot E_s^{p(1)} = (1/\cos\alpha) \int_s \mathbf{J} \cdot E^{p(1)} dx dy \\ = (16ik \cos\theta_i \cos(\theta_i + \alpha) E_0 / \cos\theta)$$

$$\times \int_{CG}^{DH} F(k_x^{ss}, k_y^{ss} - k \sin\theta_i) \sin(k_x^{ss} L) \\ \times \sin[(k_y^{ss} + k \sin\theta_i + k \cos\theta_i \tan\alpha - k_z^{ss} \tan\alpha) M \cos\alpha] \\ \times \exp[i(k_y^{ss} + k \sin\theta_i) y_0 - i(k \cos\theta_i - k_z^{ss}) z_0] \\ \mathcal{L}(k_y^{ss} + k \sin\theta_i + k \cos\theta_i \tan\alpha \\ - k_z^{ss} \tan\alpha) k_x^{ss} dk_x^{ss} dk_y^{ss}. \quad (33)$$

由上式容易求得散射矩阵因子 $S_{hh}^{p(1)}$ 为

$$S_{hh}^{p(1)} = (4k^2 \cos\theta_i \cos(\theta_i + \alpha) \cos\alpha) \\ \times \int_{CG}^{DH} F(k_x^{ss}, k_y^{ss} - k \sin\theta_i) \sin(k_x^{ss} L) \\ \times \sin[(k_y^{ss} + k \sin\theta_i + k \cos\theta_i \tan\alpha - k_z^{ss} \tan\alpha) \\ \times M \cos\alpha] \exp[i(k_y^{ss} + k \sin\theta_i) y_0 \\ - i(k \cos\theta_i - k_z^{ss}) z_0] \mathcal{L}(k_y^{ss} + k \sin\theta_i \\ + k \cos\theta_i \tan\alpha - k_z^{ss} \tan\alpha) k_x^{ss} dk_x^{ss} dk_y^{ss}. \quad (34)$$

平板的尺寸决定了(33)(34)两式积分上、下限的选取, 其中

$$C = (y_0 - M \cos\alpha) \sqrt{(y_0 - 2M \cos\alpha)^2 + L^2 + (z_0 + M \sin\alpha)^2}, \quad (35a)$$

$$D = (y_0 + M \cos\alpha) \sqrt{(y_0 + 2M \cos\alpha)^2 + L^2 + (z_0 - M \sin\alpha)^2}, \quad (35b)$$

$$G = -kL / \sqrt{(y_0 - M \cos\alpha)^2 + (z_0 + M \sin\alpha)^2 + L^2}, \quad (35c)$$

$$N = kL / \sqrt{(y_0 + M \cos\alpha)^2 + (z_0 - M \sin\alpha)^2 + L^2}. \quad (35d)$$

同理, 若令观测点处的单位电流的方向为垂直极化方向, 应用微扰理论可以求得单位电流源激发的远区电磁场经粗糙面散射后的一阶散射场的谱域表达式为

$$\tilde{E}_x^{p(1)} \approx 2E_0 i k_x^{ss} F(k_x^{ss}, k_y^{ss} - k \cos\theta_i), \quad (36a)$$

$$\tilde{E}_y^{p(1)} \approx 2E_0 [k_y^{ss} \sin\theta_i - k \cos^2\theta_i] \\ \times F(k_x^{ss}, k_y^{ss} - k \cos\theta_i). \quad (36b)$$

由 $\nabla \cdot E^{p(1)} = 0$ 可求得

$$\tilde{E}_z^{p(1)} \approx -2E_0 [k_x^{ss} \sin\theta_i + k_y^{ss} \sin\theta_i - k \cos^2\theta_i] \\ \times F(k_x^{ss}, k_y^{ss} - k \cos\theta_i) k_z^{ss}. \quad (36c)$$

将(11)式和(36)式代入互易性公式(33)式后可以得到

$$S_{vh}^{p(1)} = \frac{-4k \cos(\theta_i + \alpha)}{\pi \cos\alpha} \\ \times \int_{CG}^{DN} F(k_x^{ss}, k_y^{ss} - k \cos\theta_i)$$

$$\times \sin(k_x^{ss} L) \exp[i(k_y^{ss} + k \sin\theta_i) y_0 \\ + i(k_z^{ss} - k \cos\theta_i) z_0] \sin[(k_y^{ss} + k \sin\theta_i \\ - \tan\alpha k_z^{ss} + k \tan\alpha \cos\theta_i) M \cos\alpha] \\ \mathcal{L}(k_y^{ss} + k \sin\theta_i - \tan\alpha k_z^{ss} + k \tan\alpha \cos\theta_i) \\ \times dk_x^{ss} dk_y^{ss}. \quad (37)$$

其次, 对于入射波为垂直极化情况, 散射矩阵因子 $S_{hv}^{p(1)}$ 和 $S_{vv}^{p(1)}$ 可分别得到求解, 即

$$S_{hv}^{p(1)} = \frac{-4k \cos\theta_i \sin\alpha}{\pi \cos\alpha} \\ \times \int_{CG}^{DN} \int_{k_z^{ss}}^{k_x^{ss}} F(k_x^{ss}, k_y^{ss} - k \cos\theta_i) \\ \times \sin(k_x^{ss} L) \exp[i(k_y^{ss} + k \sin\theta_i) y_0 \\ + i(k_z^{ss} - k \cos\theta_i) z_0] \sin[(k_y^{ss} + k \sin\theta_i \\ - \tan\alpha k_z^{ss} + k \tan\alpha \cos\theta_i) M \cos\alpha] \\ \mathcal{L}(k_x^{ss} (k_y^{ss} + k \sin\theta_i - \tan\alpha k_z^{ss}$$

$$+ k \tan \alpha \cos \theta_i) \int H k_x^{ss} dk_y^{ss}, \quad (38)$$

$$S_{vv}^{p(1)} = \frac{-4k}{\pi \cos \alpha} \int_C^D \int_G^H F(k_x^{ss}, k_y^{ss} - k \sin \theta_i) \times \{ (k_y^{ss} \sin \theta_i - k \cos^2 \theta_i) \cos \alpha + [k_x^{ss} \sin \theta_i + k_y^{ss} \sin \theta_i - k k_y^{ss} \cos^2 \theta_i] \times \sin \alpha / k_z^{ss} \} \sin(k_x^{ss} L) \sin[(k_y^{ss} + k \sin \theta_i) + k \cos \theta_i \tan \alpha - k_z^{ss} \tan \alpha] M \cos \alpha \times \exp\{ (k_y^{ss} + k \sin \theta_i) y_0 - (k \cos \theta_i - k_z^{ss}) z_0 \} \int [(k_y^{ss} + k \sin \theta_i + k \cos \theta_i \tan \alpha - k_z^{ss} \tan \alpha) k_x^{ss}] H k_x^{ss} dk_y^{ss}. \quad (39)$$

通过上面的求解我们求出粗糙面对平板一次散射场的二次散射场,下面应用互易性原理可以很简单地求出平板对粗糙面一次散射场的二次散射场. 由于在耦合散射中散射矩阵因子存在下面的关系^[6,11]:

$$\bar{S}_{rp}(\hat{k}_s, \hat{k}_i) = \bar{S}_{pr}^{(-T)}(-\hat{k}_i, -\hat{k}_s), \quad (40)$$

把上式写为矩阵的形式

$$\begin{pmatrix} S_{rp}^{vv}(\hat{k}_i, \hat{k}_s) & S_{rp}^{vh}(\hat{k}_i, \hat{k}_s) \\ S_{rp}^{hv}(\hat{k}_i, \hat{k}_s) & S_{rp}^{hh}(\hat{k}_i, \hat{k}_s) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} S_{rp}^{vv}(-\hat{k}_s, -\hat{k}_i) & -S_{pr}^{hv}(-\hat{k}_s, -\hat{k}_i) \\ -S_{pr}^{vh}(-\hat{k}_s, -\hat{k}_i) & S_{pr}^{hh}(-\hat{k}_s, -\hat{k}_i) \end{pmatrix} \quad (41)$$

当求解后向散射时,上式可以简化为^[6]

$$\begin{pmatrix} S_{rp}^{vv} & S_{rp}^{vh} \\ S_{rp}^{hv} & S_{rp}^{hh} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} S_{pr}^{vv} & -S_{pr}^{hv} \\ -S_{pr}^{vh} & S_{pr}^{hh} \end{pmatrix}. \quad (42)$$

对平板和粗糙面后向耦合散射场应用(42)式可得

$$S_{hh}^{\eta(0)} = S_{hh}^{p(0)}, S_{vv}^{\eta(0)} = S_{vv}^{p(0)}, \quad S_{vh}^{\eta(0)} = -S_{hv}^{p(0)}, S_{hv}^{\eta(0)} = -S_{vh}^{p(0)}, \quad (43)$$

$$S_{hh}^{\eta(1)} = S_{hh}^{p(1)}, S_{vv}^{\eta(1)} = S_{vv}^{p(1)}, \quad S_{vh}^{\eta(1)} = -S_{hv}^{p(1)}, S_{hv}^{\eta(1)} = -S_{vh}^{p(1)}. \quad (44)$$

3.3. 粗糙面散射矩阵因子的求解

当入射波为水平极化时,设

$$E_i = -\hat{x} \exp(ik \sin \theta_i y - ik \cos \theta_i z),$$

可以得到散射场的过渡因子^[12]

$$E_1^{rs} |_{z=0} = -2(\hat{x} \cdot \hat{y}) \partial E_i / \partial z |_{z=0} = 2(\hat{x} \cdot \hat{y}) \hat{y} (-ik \cos \theta_i) \exp(ik \sin \theta_i y). \quad (45)$$

把上式代入到微扰法近似下微粗糙面的一阶散射场公式,可以得到^[10]

$$E_r^{sc(1)} = i k \exp(ikr) \chi(\pi r) \hat{k}_s \times \int -\hat{y} E_1^{rs}$$

$$\times \exp(ik \sin \theta_i y - ik \cos \theta_i z) dx dy = \hat{x} 4\pi k^2 \exp(ikr) \cos^2 \theta_i \times F(0, -2k \sin \theta_i) \mathcal{Y} r. \quad (46)$$

由上式不难得到粗糙面一阶散射矩阵因子为

$$S_{hh}^{sc(1)} = 4\pi k^2 \cos^2 \theta_i F(0, -2k \sin \theta_i), \quad (47)$$

$$S_{vh}^{sc(1)} = 0. \quad (48)$$

同理入射波为垂直极化时取

$$E_i = \exp(ik \sin \theta_i y - ik \cos \theta_i z) \times (-\hat{y} \cos \theta_i - \hat{z} \sin \theta_i),$$

可以求得

$$E_1^{rs} |_{z=0} = 2f_x \sin \theta_i \exp(ik \sin \theta_i y), \quad (49)$$

$$E_2^{rs} |_{z=0} = 2f_y \sin \theta_i \exp(ik \sin \theta_i y) - 2ifk \cos \theta_i \exp(ik \sin \theta_i y). \quad (50)$$

将(49)(50)式代入到微粗糙面的一阶散射场公式^[10,12],可以得到

$$E_r^{sc(1)} = [ik \exp(ikr) \chi(\pi r)] \hat{k}_s \times \int_{-\infty}^{+\infty} (\hat{x} E_2^{rs} - \hat{y} E_1^{rs}) \times \exp(2ik \sin \theta_i y) dx dy = [ik \exp(ikr) \chi(\pi r)] \hat{k}_s \times \int_{-\infty}^{+\infty} [\hat{x} (f_y \sin \theta_i - f_x k \cos \theta_i) - \hat{y} f_x \sin \theta_i] \times \exp(2ik \sin \theta_i y) dx dy = -k^2 \exp(ikr) 4\pi F(0, -2k \sin \theta_i) \times (\cos \theta_i - 2\sin^2 \theta_i) \mathcal{Y} r \hat{\theta}. \quad (51)$$

由上式容易得到

$$S_{vv}^{sc(1)} = 4\pi k^2 (1 + \sin^2 \theta_i) F(0, -2k \sin \theta_i), \quad (52)$$

$$S_{hv}^{sc(1)} = 0. \quad (53)$$

3.4. 平板与粗糙面的后向复合散射截面

根据以上几部分的计算,可以求解平板与粗糙面这一复合模型的散射截面.总的双站复合散射截面可以表示为^[6,11]

$$\sigma_{pq} = 4\pi |S_{pq}^p + S_{pq}^{\eta(0)} + S_{pq}^{p(0)}|^2 + 4\pi |S_{pq}^{\eta(1)} + S_{pq}^{p(1)}|^2 + 8\pi \text{Re} [S_{pq}^{sc(1)} \chi(S_{pq}^{\eta(1)} + S_{pq}^{p(1)})^*] + A \sigma_{pq}^r, \quad (54)$$

其中 $\sigma_{pq}^r = 4\pi |S_{pq}^{sc(1)}|^2$ 是粗糙面的一阶归一化双站散射截面, A 为粗糙面被照射的面积,下脚标 $p, q \in (h, v)$.总的后向复合散射截面可简化为

$$\sigma_{pq} = 4\pi |S_{pq}^p + 2S_{pq}^{p(0)}|^2 + 4\sigma_{pq}^{p(1)}$$

$$+ 16\pi R \Re [S_{pq}^{(1)} S_{pq}^{p(1)*}] + A \sigma_{pq}^r, \quad (55)$$

其中 $\sigma_{pq}^r = 4\pi |S_{pq}^{(1)}|^2$ 是粗糙面的一阶散射截面. 定义上式中的 $\sigma_{pq}^{p(0)} = 4\pi |2S_{pq}^{p(0)}|^2$ 为零阶耦合散射截面 $A\sigma_{pq}^{p(1)} + 16\pi R \Re [S_{pq}^{(1)} S_{pq}^{p(1)*}]$ 为一阶耦合散射截面, 而 $4\pi |2S_{pq}^{p(0)}|^2 + 4\sigma_{pq}^{p(1)} + 16\pi R \Re [S_{pq}^{(1)} S_{pq}^{p(1)*}]$ 为总耦合散射截面.

4. 数值计算结果与分析

为了验证应用互易性原理求解目标与粗糙面复合散射的有效性, 图 4 和图 5 中首先计算了平板处于不同倾角时分别应用镜像原理^[13]和互易性原理求解平板和无限大平面的后向耦合散射, 在此条件下仅有零阶耦合散射结果. 通过比较, 可以看出两种方法求解的耦合散射截面一致, 这就验证了应用互易性原理求解耦合散射的可行性. 图 4 给出了 hh 极化状态下当平板的倾角 $\alpha = 90^\circ$ 时, 不同尺寸平板目标和无限大平面后向耦合散射截面随入射角度的变化, 其中平板中心位置参数 $y_0 = z_0 = 20\lambda$. 从图中可以看到, 随着入射角的增大, 后向耦合散射截面逐渐增大, 并趋于定值, 这主要是因为入射场在平板上激发的表面电流密度随着入射方向靠近平板的镜向 (即入射角增大方向) 而增大的原因; 同时还可以看到随着平板尺寸的增大, 后向耦合散射截面也在增大, 这主要是由于随着平板尺寸的增大, 平板的散射能量向镜向收敛的原因. 图 5 则给出了当平板的倾角为 $\alpha = 75^\circ$, 尺寸为 $L = W = 4\lambda$ 时, 不同极化状态下后向耦合散射截面随入射角的变化. 从图中可以发现当平板不垂直无限大平面时, 后向耦合散射截面幅值大小将随入射角变化而出现振荡, 且对同一入射角而言, 垂直极化耦合散射截面幅值要大于水平极化耦合散射截面.

图 6 给出了粗糙面单独存在和当平板倾角为 80° 时, 平板取不同尺寸时总的同极化后向复合散射截面角分布比较. 这里假设粗糙面功率谱满足高斯功率谱分布^[14], 粗糙面高度起伏均方根 $\delta = 0.05\lambda$, 相关长度 $l = 0.5\lambda$, 利用 Monte Carlo 方法^[14]可以模拟出该粗糙面的轮廓函数 $f(x, y)$. 图中取粗糙面被照射的长、宽均为 100λ , 平板中心位置仍为 $y_0 = z_0 = 20\lambda$. 从图中可以发现, 仅就粗糙面而言, 随着入射角的增大, 后向散射截面是逐渐减小的, 而对于复合散射, 总复合散射截面角分布由于耦合作用出现

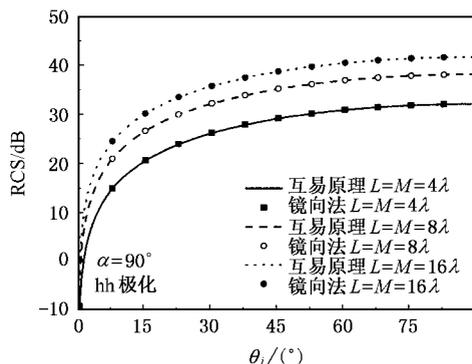


图 4 不同尺寸平板与无限大平面后向耦合散射截面角分布

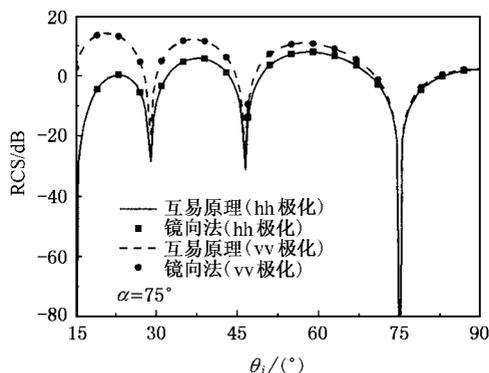


图 5 不同极化状态下平板与无限大平面后向耦合散射截面角分布

了振荡现象. 对于同一入射角而言, 随着平板尺寸的增加, 耦合增强, 复合散射截面的幅值是增大的, 平板尺寸越小, 其复合散射截面角分布将越接近于粗糙面单独存在时的后向散射截面角分布. 可见与粗糙面单独存在时的后向散射相比, 平板与粗糙面的耦合作用使得散射截面随着入射角的增加而有较快的增加, 使得总散射截面是逐渐增大的. 另外从图中还可以看出, 在入射角较小的情况下, 总后向复合散射主要取决于粗糙面散射结果, 对于确定的 hh 极化或 vv 极化, 总复合散射截面随平板尺寸的变化并不明显, 而对于确定平板尺寸和小入射角, vv 极化下的复合散射截面要大于 hh 极化下的结果, 这与粗糙面单独存在时的散射结果也是相同的. 随着入射角的增大, 特别是在大入射角情况下, 对于确定的 hh 极化或 vv 极化, 随着平板尺寸的增大, 在入射角相同条件下, 耦合增强, 总复合散射截面增大, 而对于确定的平板尺寸和大入射角, 由于平板的镜反射分量的加强, hh 极化和 vv 极化的计算结果趋于一致.

图 7 同样给出了平板倾角 $\alpha = 80^\circ$ 时, 不同尺寸

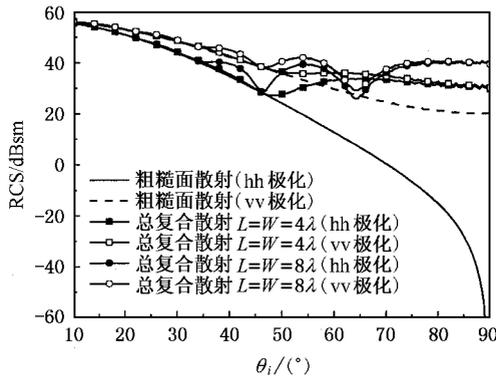


图 6 微粗糙面上方不同尺寸平板总后向复合散射截面角分布比较

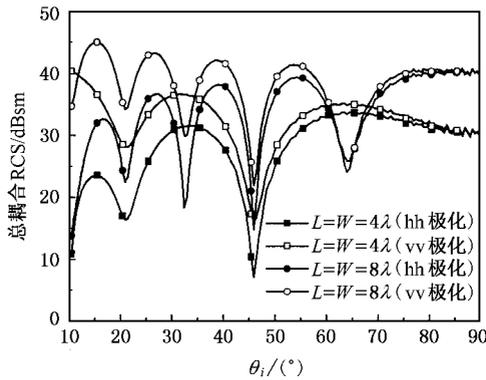


图 7 微粗糙面上方不同尺寸平板总后向耦合散射截面角分布比较

平板与粗糙面的总后向耦合散射截面角分布, 图中其他参数同图 6. 从图中可以看出, vv 极化散射截面幅值仍比 hh 极化散射截面幅值要大, 这与平板和无限大平面耦合散射截面的结果是一致的; 另外耦合散射截面幅值大小随入射角的变化出现了振荡, 且平板尺寸越大, 对于同一入射角, 耦合散射截面的幅值越大, 振荡越明显.

由于零阶耦合仅涉及无限大平面与平板的耦合, 事实上一阶耦合才反映了粗糙面粗糙特性对复合散射的影响和贡献, 因此以下重点讨论一阶耦合散射计算结果. 图 8 中计算了微粗糙面和平板复合模型 hh 极化状态下一阶后向耦合散射截面在不同入射角下随粗糙度 $k\delta$ 的变化, 图中平板倾角 $\alpha = 90^\circ$, 尺寸 $L = W = 4\lambda$. 平板和粗糙面的其他有关参数同图 6. 不难发现, 对于确定的粗糙度, 一阶后向耦合散射截面随入射角增大而减小, 但对确定的入射角, 耦合散射截面随粗糙度 $k\delta$ 的增大而增大,

这主要由于粗糙面高度起伏方根增大时, 散射场经过粗糙面散射后其能量向更广的空间角度漫射从而导致粗糙面一阶散射场增强以至于一阶耦合效应增强. 当电参数 $k\delta$ 趋于零时, 粗糙面一阶散射场为零, 一阶耦合散射场也将变得很小并趋于零, 该结果对 vv 极化和交叉极化同样适用. 我们同时计算了平板倾角 $\alpha \neq 90^\circ$ 时粗糙面和平板一阶后向同极化及交叉极化耦合散射截面随粗糙度 $k\delta$ 的变化, 也得到了类似的结论. 图 9 给出了后向一阶耦合散射截面 (hh 极化) 随粗糙面相关长度的变化关系, 其中 $\delta = 0.05\lambda$ (图中其他有关参数同图 8). 从图中可以看出, 当入射角较小时 ($\theta_i \leq 20^\circ$), 一阶耦合散射截面幅值大小随粗糙面相关长度的增大而减小, 但是随着入射角的增大, 在中等入射角范围内 (由计算可知 $30^\circ \leq \theta_i \leq 60^\circ$), 一阶耦合散射截面将随相关长度的增大而缓慢地增大, 而当入射角进一步增大时 (由计算可知 $\theta_i \geq 70^\circ$), 一阶耦合散射截面幅值大小又随粗糙面相关长度的增大而逐渐减小, 这主要是由粗糙表面所满足的相关函数和高斯功率谱函数特征所决定的. 以上有关结论同样适用于 vv 极化和交叉极化结果.

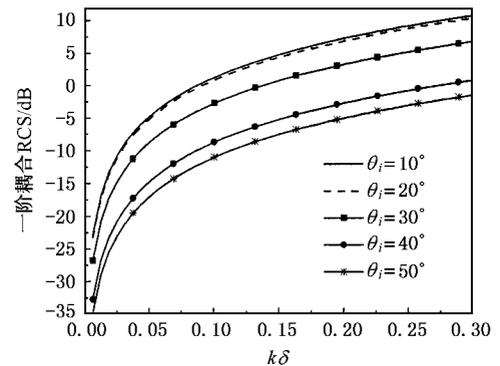


图 8 hh 极化时不同入射角下一阶后向耦合散射截面随粗糙度 $k\delta$ 的变化

在图 8 中有关参数不变的情况下, 我们还计算了粗糙面与平板复合模型一阶后向耦合散射截面 (hh 极化) 在不同入射角下随平板高度位置 z_0 的变化 (如图 10 所示), 其中 $\delta = 0.05\lambda$. 可以看出, 无论入射角多大, 后向一阶耦合散射截面随着平板位置高度的增加而增加, 当高度到达一定值后 (称为临界高度), 一阶耦合散射截面会达到某一确定饱和值, 不再随着高度的增加而增加, 这与文献 [6] 中关于粗糙面与有限长圆柱复合模型的后向散射截面在近场

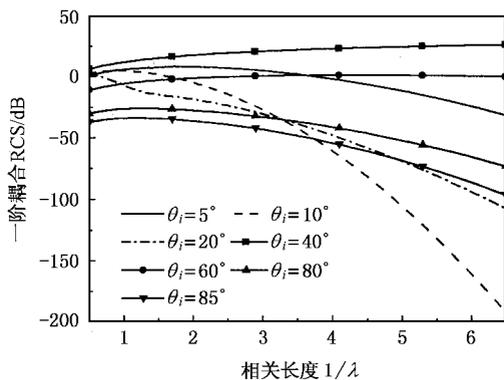


图9 hh极化时不同入射角下一阶后向耦合散射截面随粗糙面相关长度的变化

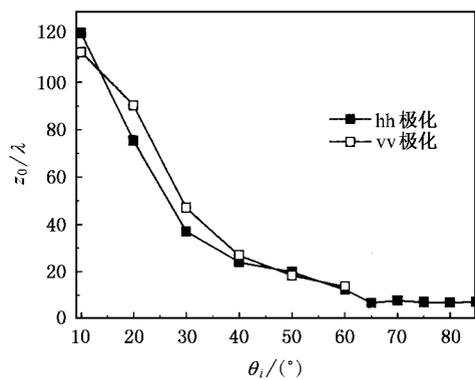


图11 不同极化状态下临界高度随入射角的变化关系

范围内随柱体到粗糙面的距离变化结论是类似的.同时从图中还可以发现,入射角越大时,一阶耦合散射截面只需较小的临界高度就会很快地达到某一确定的饱和值.图11给出了hh极化和vv极化下临界高度随入射角的变化曲线.从图中不难看出,无论是hh极化还是vv极化,随着入射角的增大,临界高度迅速减小,当入射角超过65°时,临界高度几乎不再随入射角的增加而发生变化.在图8中有关参数不变的情况下,我们同时计算了一阶后向耦合散射截面随平板位置倾角 α 变化关系.结果发现,随着平板倾角 α 的增大,一阶后向耦合散射截面是逐渐增大的.另外通过比较计算出的交叉极化和同极化后向耦合散射截面,还可以发现在相同计算条件下,交叉极化耦合散射截面幅值比同极化耦合散射截面要小得多.

5. 结 论

本文应用互易性原理研究了有限尺寸导体平板和二维随机导体微粗糙面这一复合模型的电磁散射问题,使求解二次散射场简化为求解包含平板上的极化电流和微粗糙面散射场的积分方程,从而降低了求解难度.本文应用物理光学近似和微扰法分别计算了平板上的感应电流和粗糙面的电磁散射场,导出了复合散射模型散射的计算公式,并与镜像法结果进行了计算比较和验证.同时计算并讨论了不同极化状态下耦合散射截面和粗糙面粗糙度、相关长度、平板高度及平板尺寸、倾角的关系.结果表明,无论是何种极化状态,耦合散射截面一般随粗糙度、平板尺寸及平板倾角的增大而增大.在入射角较大($\theta_i \geq 70^\circ$)或较小($\theta_i \leq 20^\circ$)时,耦合散射截面幅值大小随粗糙面相关长度的增大而减小,而在中等入射角范围内随相关长度的增大而缓慢增大.在其他参数不变的情况下,对任一入射角,均存在某一临界高度,当超过这一临界高度时,后向一阶耦合散射截面不再随平板位置高度的增加而变化.临界高度一般随着入射角的增大迅速减小,当入射角超过65°时,临界高度也不再随入射角的增加而发生变化.当然本研究还局限于微粗糙导体表面散射,对于大粗糙度表面及介质粗糙面上极化电流的获得及其上方平板的电磁散射研究还未进行,有关理论和计算结果还有待于实验验证.

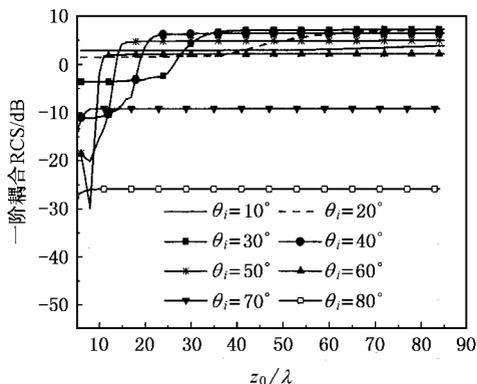


图10 不同入射角下一阶后向耦合散射截面随平板位置高度的变化

- [1] Tsang L *et al* 1985 *Theory of Microwave Remote Sensing* chap. 3 (New York :Wiley) 142
- [2] Ulaby F T *et al* 1990 *Int . J . Remote Sensing* **11** 2097
- [3] Johnson J T 2002 *IEEE Trans . Antennas Propagat .* **50** 1361
- [4] Johnson J T 2001 *Microwave and Opt . Tech . Lett .* **30** 130
- [5] Lopez-Sanchez J M *et al* 1999 *IEEE Trans . Geoscience and Remote Sensing* **37** 659
- [6] Chiu T *et al* 1999 *IEEE Trans . Antennas and Propagat .* **47** 902
- [7] Guo L X and Wu Z S 2001 *Acta Phys . Sin .* **50** 42 [in Chinese] 郭立新、吴振森 2001 *物理学报* **50** 42]
- [8] Guo L X and Kim C Y 2002 *Microwave and Opt . Tech . Lett .* **33**
- [9] Kong J A 1990 *Theory of Electromagnetic Wave* (John Wiley & Sons) chap 5
- [10] Tsang L *et al* 2000 *Scattering of Electromagnetic Waves-Theories and Applications* (John Wiley-Interscience Publication)
- [11] Sarabandi K *et al* 1994 *IEEE Trans . Antennas Propagat .* **42** 510
- [12] Ogilvy J A 1991 *Theory of Wave Scattering from Random Rough Surface* (Adam Hilger Publishing) chap 3
- [13] Chao J C *et al* 1996 *J . Opt . Soc . Am .* **13** 338
- [14] Thorsos E I 1988 *J . Acoust . Soc . Am .* **83** 78

Electromagnetic scattering interaction between a conducting plate and a 2-D conducting slightly rough surface^{*}

Guo Li-Xin Wang Yun-Hua Wu Zhen-Sen

(School of Science , Xidian University , Xi ' an 710071 , China)

(Received 28 February 2005 ; revised manuscript received 11 April 2005)

Abstract

Electromagnetic scattering with interaction between the perfect conducting plate and the 2-D conducting slightly rough surface is investigated. Taking the advantage of a newly developed technique that utilizes the reciprocity theorem, the difficulty in formulating the secondary scattered fields from the composite target is reduced to the evaluation of integral equation involving the polarization currents of the conducting plate and the scattered fields from the slightly rough surface. The polarization currents on the plate and the electromagnetic scattering field are solved by using physical optics approximation and small perturbation method, respectively, and the solution for the composite scattering cross section is obtained and calculated. In particular, the results of backscattering from the composite mode are discussed in detail.

Keywords : reciprocity theorem , composite electromagnetic scattering , slightly rough surface , plate

PACC : 4110H , 4120

^{*} Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 60101001) , and the Research Fund for the Doctoral Program of Higher Education (Grant No. 20030701006) .