

# 基于安全驾驶的元胞自动机交通流模型

牟勇飏 钟诚文

(西北工业大学翼型、叶栅空气动力学国家重点实验室,西安 710072)

(2005 年 6 月 3 日收到,2005 年 9 月 1 日收到修改稿)

针对 Nagel-Schreckenberg 模型(NaSch 模型)中存在的高速车辆可能发生追尾事故的不安全性,考虑了前车速度为零的情况,提出一种新的强调驾驶安全性的一维元胞自动机交通流模型(安全驾驶模型),并对该模型进行了数值模拟.由于安全概率的引入,使得系统在临界密度附近出现低速的同步相,而不是完全的堵塞相,减小了追尾事故发生的可能性,提高了高密度时道路的通行能力.模拟结果显示出了亚稳态、非平衡相变以及滞后效应等实际交通所具有的特性.

关键词:交通流,安全驾驶,元胞自动机,同步流

PACC:0550,6470

## 1. 引 言

近年来,交通流问题由于其高度的非线性和复杂性以及实际的需求而逐渐成为当前科学研究的一个重要课题.在现阶段的研究中经常采用的交通模型主要有以下三种:流体力学模型(hydrodynamic model)、跟车模型(car-following model)和元胞自动机模型(cellular automaton model).最初的交通流研究主要是重现观测到的流量-密度关系和不稳定的交通流区域,但是最近的研究表明能够正确地描述交通流非线性现象及其特性更为重要<sup>[1]</sup>.元胞自动机是一个描述非线性现象的强有力工具,同时由于交通流实际上是一个离散系统,采用本质上离散的元胞自动机模型来描述实际的交通现象具有独特的优越性,因此近年来元胞自动机模型开始广泛应用于交通流问题的研究<sup>[2-11]</sup>.

最初的元胞自动机交通流模型是 Wolfram 于 1986 年提出的 184 号规则<sup>[12]</sup>,这个运动的元胞自动机规则可以用下式表达<sup>[13]</sup>:

$$n_i(t+1) = n_i^{\text{in}}(t) [1 - n_i(t)] + n_i(t) n_i^{\text{out}}(t), \quad (1)$$

式中,  $n_i(t)$  为车辆占据数(格点  $i$  空时  $n_i = 0$ , 有车辆时  $n_i = 1$ ),  $n_i^{\text{in}}(t)$  代表车辆原来所在元胞的状态,  $n_i^{\text{out}}(t)$  代表目标元胞的状态.

Nagel 和 Schreckenberg 极大地改进了这个模型,并于 1992 年提出了著名的 Nagel-Schreckenberg 模型

(NaSch 模型)<sup>[3]</sup>. NaSch 模型在时间和空间上都是离散的,车辆随机地分布在长度为  $L$  的一维离散的元胞链上,每个元胞在任意时刻最多只能由一个车辆占据.以  $v_i(t)$ ,  $x_i(t)$  和  $d_i(t)$  分别表示第  $i$  辆车在  $t$  时刻的速度、位置以及车头间距,其中速度  $v_i \in [0, v_{\text{max}}]$ ,同时引入延迟刹车概率  $p$  表示车辆以一定的概率随机减速,以模拟车辆的不确定性延迟行为. NaSch 模型仅考虑了车辆加速、减速、随机延迟和车辆位置更新的四个过程就能再现实际交通中经常遇到的基本交通现象,其车辆状态按下列规则同步并行更新.

(1) 加速过程:

$$v_i(t+1/3) = \min\{v_i(t) + 1, v_{\text{max}}\}.$$

(2) 减速过程:

$$v_i(t+2/3) = \min\{v_i(t+1/3), d_i(t)\}.$$

(3) 以概率  $p$  随机延迟过程:

$$v_i(t+1) = \max\{v_i(t+2/3) - 1, 0\}.$$

(4) 位置更新:

$$x_i(t+1) = x_i(t) + v_i(t+1).$$

虽然应用 NaSch 模型所进行的数值模拟与真实的交通行为符合得较好,但是在其流量密度基本图上却发现不了实际交通所具有的亚稳态和滞后现象.此后有不少学者对这一模型进行了改进,先后提出了采用慢启动规则的 Takayasu-Takayasu 模型<sup>[4]</sup>( $T^2$  模型), Benjamin-Johnson-Hui 模型<sup>[5]</sup>(BJH 模型)和随机延迟刹车(VDR)模型<sup>[6]</sup>,最近雷丽等<sup>[10]</sup>又提出了敏感驾驶 NaSch 模型(SDNS 模型).这些模型都

能再现实际交通中如亚稳态和相分离等复杂的非线性现象.但是在这些模型中,所有车辆即使在高密度情况下只要前方出现空格点就向前运动,这容易造成交通混乱,对驾驶的安全性尤为不利.

本文对 NaSch 模型进行了改进,更强调驾驶的安全性,当前方车辆静止时,当前车辆会以一定的安全概率采取不同的反应,数值模拟的结果显示出了亚稳态、滞后效应和相分离以及同步流等更复杂的实际交通现象.

## 2. 数学模型

在 NaSch 模型中,所有车辆均以最大速度为期望速度行驶,即只要前方间隔条件允许,所有车辆就希望通过逐步加速而达到最大速度.当然,由于随机延迟的存在,系统的期望速度略小于单个车辆的最大速度.而且,后车的速度与前车的速度无关,即使前车的速度为零,后车仍会尽可能地向前移动,很可能出现速度较大的后车与速度为零的前车之间距离为零的情况,这种情况在实际交通中是很容易发生追尾的交通事故.

为了避免这种情况的发生,当前方出现静止车辆时,后方紧邻的车辆应该按照一定的安全概率  $p_i$  最多只能行驶到与前车相隔一个空格点的位置,为下一时步的刹车留下一定的安全空间,同时文献 [10] 的实际观测发现随机减速过程更可能发生在确定性减速之前.根据以上所述,将演化规则进行调整得到一个考虑前车速度的安全驾驶模型,它具有下述的更新规则.

(1) 加速过程:

$$v_i(t+1/3) = \min\{v_i(t) + 1, v_{\max}\}.$$

(2) 以概率  $p$  随机延迟过程:

$$v_i(t+2/3) = \max\{v_i(t+1/3) - 1, 0\}.$$

(3) 安全减速过程:当前车速度  $v_{i+1} = 0$  时,以安全概率  $p_i$  减速行驶,

$$v_i(t+1) = \max\{\min\{v_i(t+2/3), d_i(t) - 1\}, 0\},$$

$$v_i(t+1) = \min\{v_i(t+2/3), d_i(t)\}.$$

(4) 确定性减速过程:当前车速度  $v_{i+1} \neq 0$  时,

$$v_i(t+1) = \min\{v_i(t+2/3), d_i(t)\}.$$

(5) 位置更新:

$$x_i(t+1) = x_i(t) + v_i(t+1).$$

采用长度  $L = 1000$  的一维离散格点链来表示一条单向车道,每个元胞的实际长度为  $7.5 \text{ m}$ ,则数值

模拟的实际道路长度为  $7.5 \text{ km}$ ,车辆分布在  $1000$  个一维离散的格点上,边界条件采用周期边界条件,最大速度  $v_{\max}$  为每秒可通过  $5$  个格子的长度,相当于实际车速  $135 \text{ km/h}$ .设分布在格点链上的车辆总数为  $N$ ,则车流密度  $\rho$ 、平均速度  $v$ 、车流量  $\phi$  分别为

$$\rho = N/L, \quad (2)$$

$$v = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^N v_i, \quad (3)$$

$$\phi = \rho v. \quad (4)$$

## 3. 数值模拟与分析

本文在进行数值模拟时,初始时刻所有的车辆以给定密度  $\rho$  随机分布在  $L$  个离散格点上.在运行过程中为消除暂态的影响,对最初的  $10^4$  时间步不做统计,而后对后面的  $2000$  步中每一步的平均速度做记录,再对这  $2000$  步做时间平均,得到一次运行的平均速度.为了减小初始分布对结果的影响,再对  $30$  次运行结果取平均.数值模拟的结果如图 1 所示.

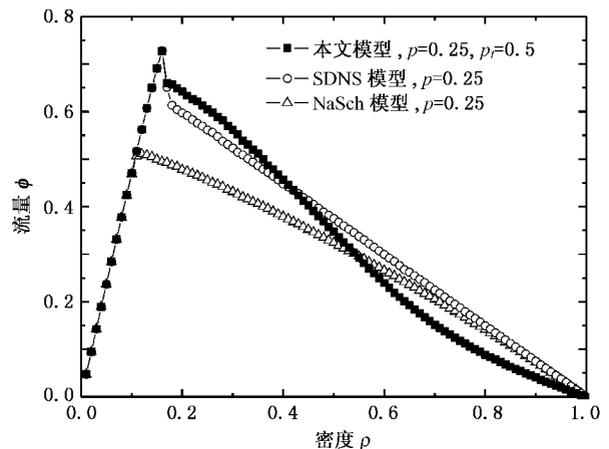


图 1 数值模拟得到的基本图

从图 1 可以看出,本文模型所得到的基本图的曲线不同于 NaSch 模型永远上凸的形状,而是具有下凹的形状,这已经被一些实验所证实<sup>[6]</sup>.同时本文模型的最大流量比相同条件下 NaSch 模型的要大.由于随机延迟发生在确定性减速之前,因此在  $0.11 < \rho < 0.16$  这个密度不是很大、间距较为宽松的区域,车辆在随机延迟后很可能不再需要确定性减速,所以流量没有如 NaSch 模型般减小而是继续增大.同时由于所有车辆均处于畅行状态,没有出现静止车辆,不需要安全驾驶条件的约束,因此在这一区域

安全驾驶模型的曲线与 SDNS 模型是完全重合的. 在  $0.16 < \rho < 0.54$  的高密度区, 本文模型的流量也是明显大于 NaSch 模型的. 应该注意到在  $0.16 < \rho < 0.43$  这一密度范围内, 本文模型的流量也大于 SDNS 模型的流量, 这是由于在此区域内 NaSch 模型和 SDNS 模型都会出现局部的阻塞相, 导致流量减小. 然而安全驾驶模型在此区域内一般不会出现完全静止的阻塞状态, 更可能的情况是出现前后间距为 1、速度也为 1 的缓慢行驶区域, 即同步流, 系统中所有车辆均处于运动状态, 因而安全驾驶模型的流量较之 NaSch 模型和 SDNS 模型都要大. 但是随着密度的逐步增大, 缓慢行驶的区域越来越大, 并且有些区域逐渐发展成为完全的阻塞状态, 导致流量迅速下降, 当  $\rho > 0.54$  时, 本文模型的流量反而要小于 NaSch 模型的结果.

图 2 是本文模型在  $p = 0.25$ ,  $p_t$  取不同值时数值模拟得到的交通流基本图. 从图 2 可以看出, 流量在低密度区不随  $p_t$  的变化而变化, 这是因为在车流密度较低时, 经过一段时间的运行后, 系统会处于高速完全畅行的状态, 不会出现车辆速度为零的情况,  $p_t$  也就不会对结果有任何影响. 同时由于达到最大流量时系统还是处于完全畅行相, 所以最大流量也没有变化. 但是从图 2 可以发现, 在高密度区曲线却有很大的不同. 数值模拟的结果表明, 本文模型在中高密度区域具有更大的通行能力. 安全概率  $p_t$  越大, 则在  $0.16 < \rho < 0.43$  区域的流量就越大. 由此可见, 系统中安全驾驶的车辆越多, 本可能发展成完全堵塞的区域转变成成为缓慢行驶区域就会越多, 从而增大了系统通行能力.

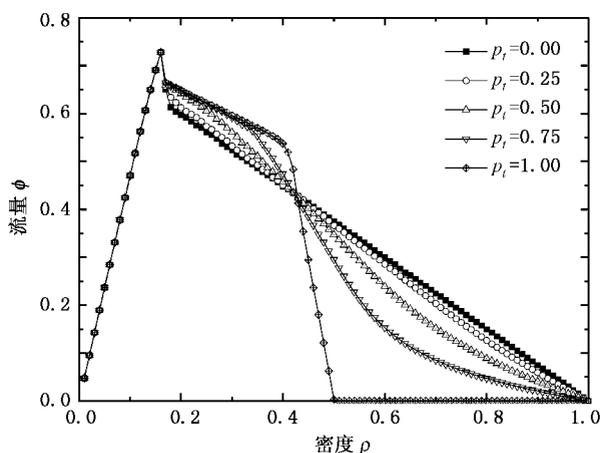


图 2 安全驾驶模型在  $p = 0.25$ ,  $p_t$  取不同值时数值模拟得到的基本图

当车间距足够大时, 即使前车速度为零, 当前车辆也不需要减速, 总体减速概率仍然较小; 当车间距较小时, 在经过随机减速过程后还要为避免碰撞进行减速, 总体减速概率增大. 这类似于文献 [14, 15] 将车速小于车间距、等于车间距和大于车间距时分别取不同的减速概率  $p_b$ ,  $p_f$  和  $p_a$  ( $p_b > p_f > p_a$ ). 作为对比, 定义  $v_s$  为车辆在一个时间步中刚好走完车间距的安全速度, 参照文献 [14] 将车辆分为车速小于  $v_s$ 、等于  $v_s$  和大于  $v_s$  三种, 将本文模型与 SDNS 模型和文献 [14] 提出的模型进行比较, 得到图 3 所示的车辆比例分布图.

从图 3 可以看出: 三种模型在密度较小时车间距大于车速的比例较大, 密度较大时处于跟随状态的车辆所占的比例较大, 但是在中间密度区域三种模型的车辆比例分布则完全不同. 对于 SDNS 模型,  $\rho < 0.3$  时车速小于  $v_s$  的车辆数量快速减少, 与之对应的是车速等于  $v_s$  的跟随车的数量快速增加, 在  $\rho > 0.18$  以后处于跟随状态的车辆开始多于车速小于  $v_s$  的车辆, 交通流将出现局部的堵塞. 此后跟随车比例继续增大, 加速状态的车辆则继续减少, 但相应的变化幅度却在减小, 稳定的堵塞区域逐渐扩大, 流量随之下降. 但是在图 3(b) 中可以看到本文模型的车辆比例分布在  $\rho \approx 0.3$  时发生了急剧的变化, 车速等于  $v_s$  的车辆比例迅速下降到 52% 左右, 与之对应的是车速小于车间距的车辆比例迅速增大到 35%. 由于安全性的限制在本文模型中当车速小于  $v_s$  时并不意味着车辆一定处于加速状态, 而有可能处于跟随状态. 在此过程中增加的车速小于  $v_s$  的车辆既有相当一部分没有转变为具有加速的趋势而是处于跟随状态, 因而在这一密度范围内仍具有较大的流量, 同时也减小了车辆行驶中的速度波动, 提高了驾驶的安全性 [16]. 由于车速小于车间距的车辆比例较大, 使得道路空间利用率不高, 随着密度的继续增大, 这一点逐渐变得严重起来, 导致车流量在密度增大到 0.43 以后反而要小于 SDNS 模型. 对于文献 [14] 提出的模型的车辆比例分布(图 3(c))则完全不同于图 3(a)(b)所具有大致对称的形式, 减速状态的车辆始终占有较大的比例, 说明车辆行驶过程中速度波动比较大. 在加速状态车辆迅速减少的低密度区, 跟随状态车辆却没有相应的大量增加, 这导致系统在较低的密度 ( $\rho \approx 0.13$ ) 时就形成密集的车队, 出现堵塞, 交通流量开始下降.

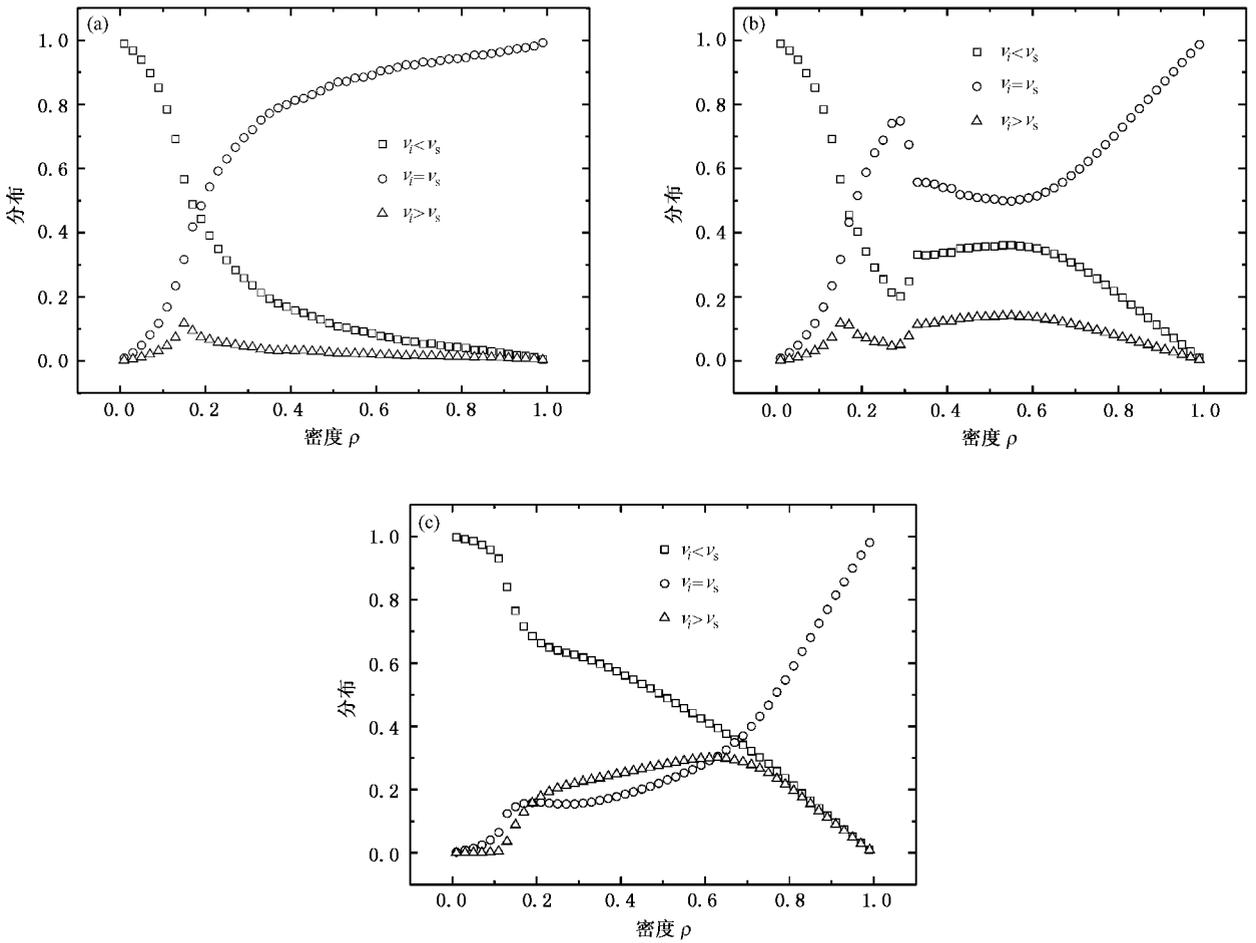


图 3 车辆比例分布图 (a)SDNS 模型( $p = 0.25$ ) (b)本文模型 ( $p = 0.25, \rho_t = 0.5$ ) (c)文献 [14] 的模型 ( $p_b = 0.75, \rho_t = 0.2, \rho_a = 0.05$ )

为了研究安全驾驶模型的系统稳定性,当系统处于最大流量时,待系统稳定后随机地挑选一辆车使其静止,但在下一时步继续运动.这时我们可以发现系统的稳定状态被破坏了,出现了如图 4 所示的相分离现象,说明系统在临界密度( $\rho_c = 0.162$ )附近处于亚稳态<sup>[6,17]</sup>.图 4 是系统运行  $4 \times 10^4$  步后处于稳定畅行状态的车流受到一个小扰动后的时空演化斑图,位置在 100—600 之间,  $\rho = 0.162, p = 0.25, \rho_t = 0.5$ .图中深灰色表示速度等于 1 的车辆,浅灰色代表具有较高速度的运动车辆,白色为空格点.需要特别注意的是,在图 4 中出现的深灰色区域不同于其他模型所得到的堵塞区,在这一区域中车辆速度并不为零(除开始时的扰动区外),而是速度为 1、间距也为 1 的缓慢行驶区域,即同步相.但是当密度增大到一定程度时,系统中也会出现静止的完全堵塞区域.

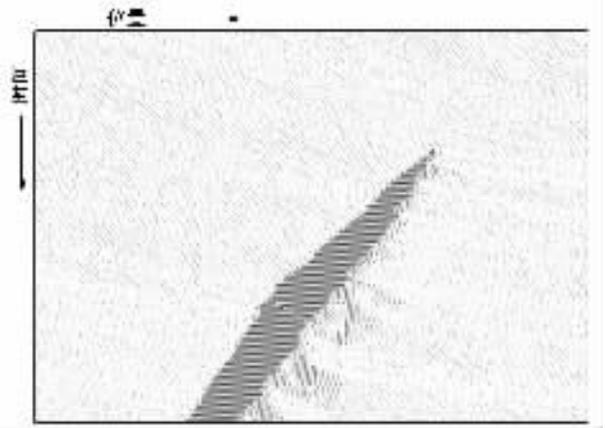


图 4 系统运行  $4 \times 10^4$  步后处于稳定状态的车流受到一个小扰动后的时空演化斑图

量大于离开此区域的车流量,因而导致了系统车流量的迅速下降,缓行区域难以消散,同步相将会长时间地存在下去,这也与实测数据相符<sup>[1]</sup>.系统此后的运行状态都将会因为此前施加的这一小扰动而受到

观察分析图 4 可以发现:进入缓行区域的车流

影响,亦即当前的运动状态是依赖于系统的历史状态,这说明本文模型存在着实验中经常观察到的滞后现象<sup>[6,7]</sup>.

## 4. 结 论

本文在 NaSch 模型的基础上提出了一个新的一维交通流元胞自动机模型,考虑了前车速度为零的情况,后车将按一定的安全概率做出不同的反应,以尽量避免高速追尾事故的发生.将数值模拟的结果与 NaSch 模型以及 SDNS 模型进行了比较.结果表明

本文所提出的安全驾驶模型减小了车辆的速度波动,提高了驾驶的安全性,在大于临界密度一定的范围内流量要大于 SDNS 模型,在这一区域内车流会出现与实际情况更为符合的缓慢行驶的同步相<sup>[1]</sup>,而不是完全的阻塞相,从而提高了道路的通行能力.同时从系统的时空演化斑图中可以发现,在临界密度附近存在着相分离和亚稳态以及实际交通流所具有的滞后效应.本文中采用的是周期边界条件,在下一步的工作中可以考虑采用开放边界条件,则该模型就能够更精确地描述实际交通流的一些现象,如大尺度同步相的产生等.

- [ 1 ] Kerner B S 2002 *Math. Comput. Model.* **35** 481
- [ 2 ] Schadschneider A 1999 *Eur. Phys. J. B* **10** 573
- [ 3 ] Nagel K, Schreckenberg M 1992 *J. Phys. I (France)* **2** 2221
- [ 4 ] Takayasu M, Takayasu H 1993 *Fractals* **1** 860
- [ 5 ] Benjamin S C, Johnson N F, Hui P M 1996 *J. Phys. A* **29** 3119
- [ 6 ] Barlovic R, Santen L, Schadschneider A *et al* 1998 *Eur. Phys. J. B* **5** 793
- [ 7 ] Levine E, Ziv G, Gray L *et al* 2004 *J. Stat. Phys.* **117** 819
- [ 8 ] Kuang H, Kong L J, Liu M R 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 4138 ( in Chinese ) [ 邝 华、孔令江、刘慕仁 2004 物理学报 **53** 4138 ]
- [ 9 ] Kuang H, Kong L J, Liu M R 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 2894 ( in Chinese ) [ 邝 华、孔令江、刘慕仁 2004 物理学报 **53** 2894 ]
- [ 10 ] Lei L, Xue Y, Dai S Q 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 2121 ( in Chinese ) [ 雷 丽、薛 郁、戴世强 2003 物理学报 **52** 2121 ]
- [ 11 ] Wang B H, Wang L, Hui P M *et al* 2000 *Acta Phys. Sin.* **49** 1926 ( in Chinese ) [ 汪秉宏、王 雷、许伯铭等 2000 物理学报 **49** 1926 ]
- [ 12 ] Wolfram S 1986 *Theory and Application of Cellular Automata* ( Singapore : World Scientific )
- [ 13 ] Chopard B, Droz M 1998 *Cellular Automata Modeling of Physical System* ( Cambridge : Cambridge University Press ) pp51—55
- [ 14 ] Chen Y H, Xue Y 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 4145 ( in Chinese ) [ 陈燕红、薛 郁 2004 物理学报 **53** 4145 ]
- [ 15 ] Xue Y, Chen Y H, Kong L J 2004 *Int. J. Mod. Phys. C* **15** 721
- [ 16 ] Li K P, Gao Z Y 2005 *Chin. Phys.* **14** 930
- [ 17 ] Schadschneider A 2002 *Physica A* **313** 153

# Cellular automaton model of traffic flow based on safety driving

Mou Yong-Biao Zhong Cheng-Wen

( National Key Laboratory of Aerodynamics Design and Research , Northwestern Polytechnical University , Xi'an 710072 , China )

( Received 3 June 2005 ; revised manuscript received 1 September 2005 )

## Abstract

Considering the condition of having a stationary vehicle ahead , a new one-dimensional cellular automaton model emphasizing high safety is proposed to reduce the probability of rear-end collision in the Nagel-Schreckenberg model. The simulation results reveal the presence of metastable state , nonequilibrium phase transition and hysteresis effects , which have been observed in real traffic. Due to the introduction of the safety probability , traffic flow near the critical density will turn to a synchronized flow at low speed , rather than the jam state. So the probability of rear-end collision will be reduced and the traffic capacity may be increased at high traffic density.

**Keywords** : traffic flow , safety driving , cellular automaton , synchronized flow

**PACC** : 0550 , 6470