

# 啁啾超短脉冲光波照射下光栅 Talbot 效应的研究<sup>\*</sup>

王淮生

(上海电力学院数理系, 上海 200090)

(2005 年 2 月 4 日收到, 2005 年 6 月 20 日收到修改稿)

应用傅里叶频谱分析法 给出了光栅在啁啾超短脉冲光波照射下菲涅耳衍射方程并分析了其 Talbot 效应. 数值计算表明, 在 Talbot 距离处的衍射光强不仅与照射的超短脉冲光波的宽度有关, 而且与脉冲光波的啁啾有关. 根据光栅在 Talbot 距离处衍射光强的变化, 给出了一种检验超短脉冲光波是否含有啁啾的简单方法.

关键词: 光栅, 菲涅耳衍射, Talbot 效应, 啁啾超短脉冲激光

PACC: 4280F, 4280W, 4225F

## 1. 引 言

飞秒激光技术在近几十年来取得了突飞猛进的发展<sup>[1-5]</sup>, 目前制造 5—60 fs 的激光器已不是什么难事. 飞秒激光及其啁啾脉冲放大技术<sup>[6-9]</sup>已被广泛应用于化学与生物学中的超快过程、光学相干断层扫描、微型加工、光波导和光栅制造等领域. 研究飞秒激光通过光学系统和光学介质的传播特性对于促进飞秒脉冲激光技术的应用具有重要意义. 超短脉冲激光可认为是由多个单色光相干叠加而成, 当它通过光学系统和光学介质时由于色散效应和衍射效应其传播特性与连续光有所不同. 许多学者对这一领域做过研究, 例如文献 [10] 讨论了超短脉冲激光在自由空间的传播, 文献 [11] 分析了超短脉冲激光在远场的谱线漂移性, 文献 [12] 报道了圆孔及锯齿小孔在超短脉冲激光照射下的衍射特性.

单色连续光照射下光栅的 Talbot 自成现象和分数 Talbot 效应已被充分地研究, 而在飞秒激光脉冲照射下光栅的 Talbot 效应近年来也受到关注, 文献 [13, 14] 讨论了在无啁啾飞秒激光脉冲(傅里叶变换极限脉冲)照射下光栅的 Talbot 效应和菲涅耳衍射的瞬时特性, 文献 [15] 分析了利用光栅的 Talbot 效应测量无啁啾飞秒激光脉冲宽度的特点. 在实际应用中, 飞秒激光脉冲有时是含有啁啾的, 而啁啾飞

秒激光脉冲的传播特性与傅里叶变换极限飞秒激光脉冲有所不同. 本文研究了光栅在啁啾飞秒激光脉冲照射下 Talbot 效应的性质, 提出了一种判定飞秒激光脉冲是否含有啁啾的方法.

## 2. 啁啾飞秒激光脉冲照射下光栅的衍射方程

首先推导在啁啾飞秒激光脉冲照射下光栅的菲涅耳衍射方程. 一束啁啾飞秒脉冲激光在  $z = 0$  平面垂直照射一个开口比为  $1/M$  ( $M$  为正整数) 光栅上, 为简单起见设光栅是在  $x$  方向周期为  $d$  的一维光栅, 光栅的透射函数可用如下方程表示:

$$g(x) = \sum_{j=-\infty}^{+\infty} \text{rect}\left(\frac{x - jd}{d/M}\right). \quad (1)$$

对方程 (1) 作傅里叶级数展开后得

$$g(x) = \sum_{j=-\infty}^{+\infty} A_j \exp\left(i \frac{2\pi j}{d} x\right), \quad (2)$$

$$A_j = \frac{\text{sinc}(\pi j/M)}{\pi j}. \quad (3)$$

为简单起见, 设入射的啁啾飞秒激光脉冲光场为

$$u_0(0, t) = \exp\left(-i\omega_0 t + i\beta t^2 - \frac{t^2}{2T^2}\right). \quad (4)$$

这里  $\lambda_0 = \frac{2\pi c}{\omega_0}$  为中心波长,  $\omega_0$  为中心圆频率,  $\beta$  为脉冲的啁啾参数. 参数  $T$  与入射脉冲光场的半高宽  $\Delta\tau$  的关系为

<sup>\*</sup> 上海市自然科学基金(批准号: 04ZR14077), 上海市教育委员会教育发展基金(批准号: 041107)和上海电力学院发展基金(批准号: K-2004-03)资助的课题.

$$T = \frac{\Delta\tau}{2\sqrt{2\ln 2}}. \quad (5)$$

定义  $u_0(0, t)$  的傅里叶变换为

$$\begin{aligned} u_0(0, \omega) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} u_0(t) \exp(i\omega t) dt \\ &= \sqrt{\frac{T^2}{2\pi(1 - i2\beta T^2)}} \exp\left(-\frac{T^2(\omega - \omega_0)^2}{2 + 8\beta^2 T^4}\right) \\ &\quad \times \exp\left(-i\frac{\beta T^4(\omega - \omega_0)^2}{1 + 4\beta^2 T^4}\right). \quad (6) \end{aligned}$$

根据光学菲涅耳衍射的规律,我们将求出光栅在任意位置的衍射光场及强度分布的表达式. 记  $\psi(x, z, t)$  表示在时间  $t$  距离  $z$  处的菲涅耳衍射光场,其傅里叶变换定义为

$$\psi(x, z, \omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \psi(x, z, t) \exp(i\omega t) dt. \quad (7)$$

而单色平行光在  $z$  处的菲涅耳衍射光场为

$$\begin{aligned} \phi_\lambda(x, z) &= \exp\left(i\frac{2\pi z}{\lambda} - i\frac{\pi}{4}\right) \\ &\quad \times \frac{1}{\sqrt{\lambda z}} \int_{-\infty}^{+\infty} dx' g(x') \\ &\quad \times \exp\left(i\frac{\pi(x' - x)^2}{\lambda z}\right) \\ &= \exp\left(i\frac{2\pi}{\lambda} z\right) \\ &\quad \times \sum_{j=-\infty}^{+\infty} A_j \exp\left(i\frac{2\pi jx}{d} - i\frac{2\pi j^2 \lambda z}{2d^2}\right). \quad (8) \end{aligned}$$

由单色光的菲涅耳衍射特性知,啁啾飞秒激光脉冲的  $\omega$  分量在  $z$  处的光场为

$$\begin{aligned} \psi(x, z, \omega) &= u_0(0, \omega) \phi_\lambda(x, z) \\ &= u_0(0, \omega) \exp\left(i\frac{2\pi}{\lambda} z\right) \\ &\quad \times \sum_{j=-\infty}^{+\infty} A_j \exp\left(i\frac{2\pi jx}{d} - i\frac{2\pi j^2 \lambda z}{2d^2}\right). \quad (9) \end{aligned}$$

在距离  $z$  处的超短脉冲激光的菲涅耳衍射光场的平均强度分布  $I(x, z)$  定义为

$$I(x, z) = \int_{-\infty}^{+\infty} dt |\psi(x, z, t)|^2. \quad (10)$$

由傅里叶变换的 Parseval 定理知,

$$I(x, z) = 2\pi \int_{-\infty}^{+\infty} d\omega |\psi(x, z, \omega)|^2. \quad (11)$$

将(9)式代入(11)式可以导出

$$I(x, z) = \int_{-\infty}^{\infty} \sqrt{\frac{T^4}{1 + 4\beta^2 T^4}} \exp\left(-\frac{T^2(\omega - \omega_0)^2}{1 + 4\beta^2 T^4}\right)$$

$$\times |\phi_\lambda(x, z)|^2 d\omega. \quad (12)$$

起始位置超短脉冲激光的平均强度分布为

$$\begin{aligned} I_0(x, 0) &= \int_{-\infty}^{+\infty} \left| g(x) \exp\left(-i\omega_0 t - \frac{t^2}{2T^2} + i\beta T^2\right) \right|^2 dt \\ &= T\sqrt{\pi} |g(x)|^2. \end{aligned}$$

因为  $|g(x)|^2 = g(x)$ , 所以

$$I_0(x, 0) = T\sqrt{\pi} g(x). \quad (13)$$

定义规范的起始位置超短脉冲激光的平均强度分布为

$$\tilde{I}_0(x, 0) = g(x). \quad (14)$$

相应地,我们定义在任意位置  $z$  规范的超短脉冲激光的平均强度分布为

$$\begin{aligned} \tilde{I}(x, z) &= \frac{I(x, z)}{T\sqrt{\pi}} = \frac{T}{\sqrt{\pi(1 + 4\beta^2 T^4)}} \\ &\quad \times \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(-\frac{T^2(\omega - \omega_0)^2}{1 + 4\beta^2 T^4}\right) \\ &\quad \times |\phi_\lambda(x, z)|^2 d\omega. \quad (15) \end{aligned}$$

方程(15)是我们研究光栅在超短脉冲激光照射下其菲涅耳衍射的基本方程. 在飞秒量级上的瞬态光强在目前情况下由于仪器的响应时间没有这么短,所以很难从仪器上直接测量超短脉冲激光的瞬态光强,我们在这里提出的关于光栅的平均光强的研究对于分析实验是有意义的.

### 3. 数值分析与讨论

作为一个特例,我们将分析一个开口比为  $1/4$  而周期为  $d$  的矩形光栅,照射该光栅的飞秒脉冲的中心波长为  $800 \text{ nm}$ , 对应的圆频率  $\omega_0 = 2.35455 \times 10^{15} \text{ rad/s}$ . 利用方程(15)我们对光栅在  $z = z_T$  ( $z_T$  表示中心频率处的 Talbot 距离)的平均强度分布进行数值分析,数值计算的结果如图 1 和图 2 所示.

图 1 和图 2 表明,光栅在飞秒脉冲激光照射下的自成像效应(Talbot 效应)与单色连续光照射下的 Talbot 效应有所不同,飞秒脉冲激光的啁啾和它的宽度一样会影响光栅的 Talbot 效应. 我们知道宽度相同而啁啾不同的飞秒脉冲激光其傅里叶变换的频谱是不一样的,由方程(12)知,光栅的衍射光强分布是和飞秒脉冲的啁啾有关的,数值计算的结果正好作了验证.

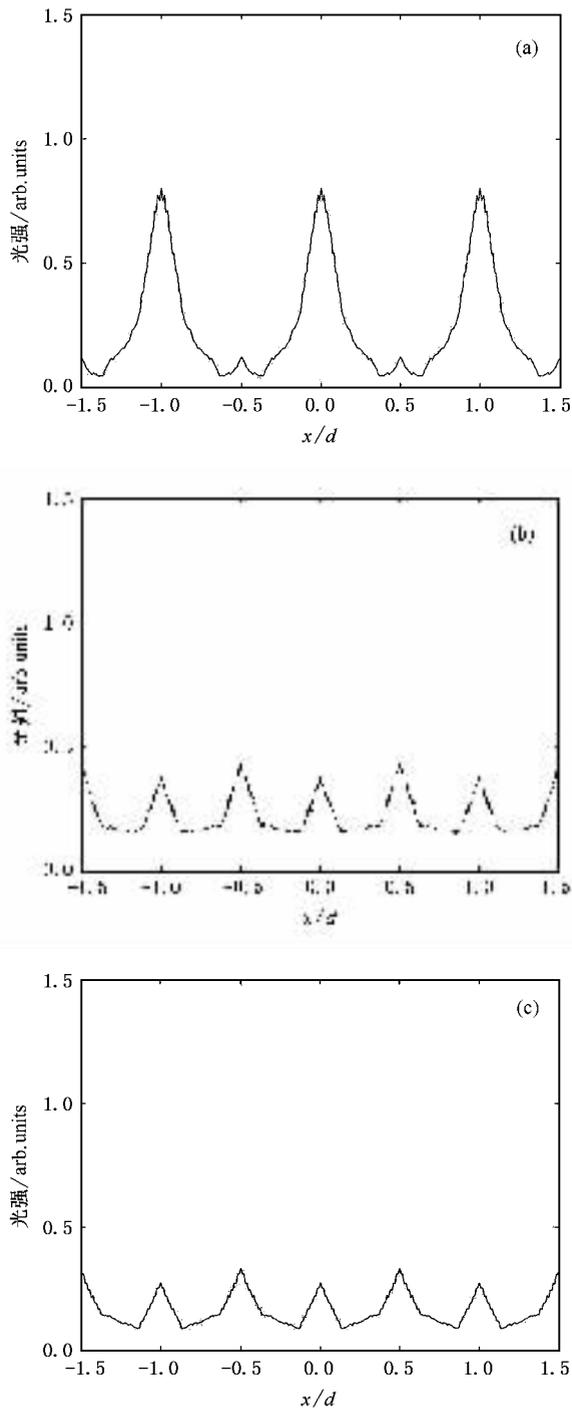


图1 当  $\lambda = 800 \text{ nm}$   $\Delta\tau = 10 \text{ fs}$   $z = z_T$  时光栅平均衍射光强分布  
(a)  $\beta = 0$  (b)  $\beta = 40 \ln 2 (\Delta\tau)^2$  (c)  $\beta = 120 \ln 2 (\Delta\tau)^2$

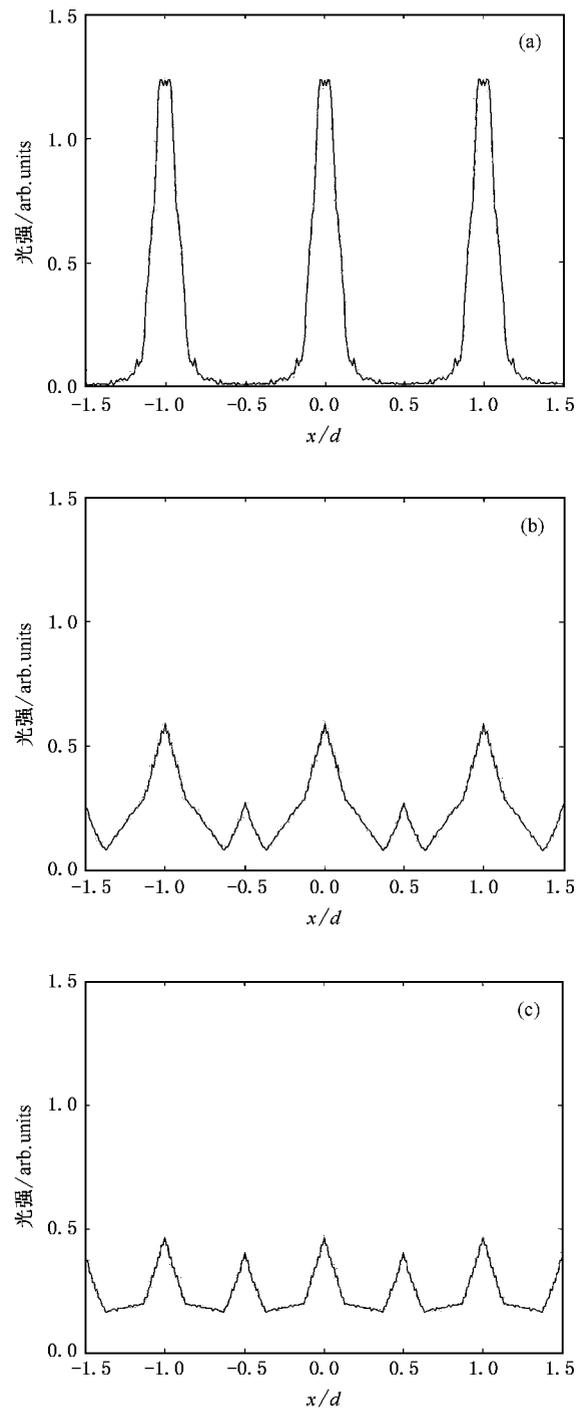


图2 当  $\lambda = 800 \text{ nm}$   $\Delta\tau = 50 \text{ fs}$   $z = z_T$  时光栅平均衍射光强分布  
(a)  $\beta = 0$  (b)  $\beta = 40 \ln 2 (\Delta\tau)^2$  (c)  $\beta = 120 \ln 2 (\Delta\tau)^2$

## 4. 结 论

本文给出了求解光栅在啁啾飞秒激光脉冲照射下菲涅耳衍射光场的方程. 数值计算表明, 在飞秒脉

冲激光宽度相同及啁啾较小的条件下光波的啁啾系数越大, 光栅的衍射图案与无啁啾时衍射图案的差别就越大, 且衍射条纹的光强随着啁啾系数的增大而减小. 这样, 我们就可以根据光栅衍射图案光强的变化特性来确定飞秒激光脉冲是否含有啁啾.

- [ 1 ] Yang H , Zhang T Q , Wang S F *et al* 2000 *Acta Phys. Sin.* **49** 1292 ( in Chinese )[ 杨 宏、张铁桥、王树峰等 2000 物理学报 **49** 1292 ]
- [ 2 ] Cao D M , Wei Z Y , Teng H *et al* 2000 *Acta Phys. Sin.* **49** 1202 ( in Chinese )[ 曹东茂、魏志义、滕 浩等 2000 物理学报 **49** 1202 ]
- [ 3 ] Sun D R , Song Y R , Zhang Z G *et al* 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 870 ( in Chinese )[ 孙大睿、宋晏蓉、张志刚等 2003 物理学报 **52** 870 ]
- [ 4 ] Han H N , Wei Z Y , Zhang J *et al* 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 155 ( in Chinese )[ 韩海年、魏志义、张 军等 2005 物理学报 **54** 155 ]
- [ 5 ] Sun Z H , Cai L , Zhang Z G *et al* 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 777 ( in Chinese )[ 孙振红、柴 路、张志刚等 2005 物理学报 **54** 777 ]
- [ 6 ] Xia J F , Wei Z Y , Qiu Y *et al* 2001 *Chin. Phys.* **10** 946
- [ 7 ] Chai L , He T Y , Gao F *et al* 2004 *Chin. Phys.* **13** 1487
- [ 8 ] Wang H S , Zhang Z G , Cai L *et al* 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 2185 ( in Chinese )[ 王淮生、张志刚、柴 路等 2003 物理学报 **52** 2185 ]
- [ 9 ] Wei H Z , Zhang Z G , Chen S H *et al* 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 1391 ( in Chinese )[ 位恒政、张志刚、陈盛华等 2004 物理学报 **53** 1391 ]
- [ 10 ] Cooper J , Marx E 1985 *J. Opt. Soc. Am. A* **2** 1711
- [ 11 ] Wang Z , Zhang Z , Xu Z 1996 *Opt. Commun.* **123** 5
- [ 12 ] Gu M , Gan X S 1996 *J. Opt. Soc. Am. A* **13** 771
- [ 13 ] Wang H S , Zhou C H , Li J L *et al* 2000 *Microwave Opt. Technol. Lett.* **25** 184
- [ 14 ] Wang H S , Zhou C H , Zhao S *et al* 2001 *J. Opt. A : Pure Appl. Opt.* **3** 159
- [ 15 ] Xi P , Zhou C H , Dai E *et al* 2002 *Opt. Express* **10** 1099

## Talbot effect of a grating under chirped ultrashort pulsed laser illumination \*

Wang Huai-Sheng

( Department of Mathematics and Physics , Shanghai University of Electric Power , Shanghai 200090 , China )

( Received 4 February 2005 ; revised manuscript received 20 June 2005 )

### Abstract

The Fresnel diffraction equation of a grating under chirped ultrashort pulsed laser illumination is given through Fourier spectrum analysis , and the Talbot effect of the grating is studied using the equation. Numerical calculation shows that the intensity distribution of the grating at Talbot distances is related to both the width and the chirp parameter of the ultrashort pulse. According to the intensity change of the grating , a simple method is put forward to check whether an ultrashort pulsed laser contains chirp information.

**Keywords :** grating , Fresnel diffraction , Talbot effect , chirped ultrashort pulsed laser

**PACC :** 4280F , 4280W , 4225F

\* Project supported by the Natural Science Foundation of Shanghai , China ( Grant No. 04ZR14077 ) , the Educational Development Foundation of the Education Committee of Shanghai , China ( Grant No. 04LB07 ) , and the Development Foundation of Shanghai University of Electric Power , China ( Grant No. K-2004-03 ).