第 54 卷 第 12 期 2005 年 12 月
1000-3290/2005/54(12)/5692-07

物 理 学 报
ACTA PHYSICA SINICA

Vol.54, No.12, December, 2005

竖直振动颗粒床中的倍周期运动*

姜泽辉† 刘新影 彭雅晶 李建伟

(哈尔滨工业大学物理系,哈尔滨 150001)

(2005 年 3 月 4 日收到;2005 年 6 月 10 日收到修改稿)

实验研究了竖直振动颗粒床中颗粒对容器底部的压力随振动强度的变化情况. 发现压力随振动加速度的增加经历倍周期分岔,典型的分岔序列为 $2P$, $4P$, 混沌, $3P$, $6P$, 混沌, $4P$, $8P$, 混沌. 观察表明,伴随倍周期分岔现象,在颗粒床底部出现颗粒的聚集态. 聚集态内颗粒密堆积在一起并作整体的上下运动. 采用完全非弹性蹦球模型分析了颗粒对容器底的冲击力,并给出了倍周期分岔现象的一种解释.

关键词:颗粒物质, 混沌, 倍周期分岔, 非弹性碰撞

PACC:4610, 0547, 0520D, 0570J

1. 引 言

颗粒物质指的是由固体小颗粒构成的离散体系,这种体系具有很强的非线性特征. 一个典型情况是,对体系施加周期性振动时,如果振动强度超过某个临界值,体系对振动的响应不再是线性的,而是出现倍周期(或分频)及混沌运动等. 振动颗粒床中的倍周期或分频运动可以表现在多个方面,例如,颗粒薄层中以 $f/2$, $f/4$, $f/3$ 和 $f/6$ 振荡的表面驻波(f 为施加的简谐振动的频率)[1—5],颗粒列[6] 及颗粒深床[7—9] 中体系质心的 2 倍周期和 4 倍周期运动,颗粒床中空气压力的 2 倍周期和 4 倍周期分岔[10] 及横向振动颗粒床中颗粒脱离侧壁时间的 2 倍周期和 4 倍周期分岔[11] 等等. 对振动颗粒床运动模式的计算机模拟,也证实存在 2 倍周期和 4 倍周期运动,甚至 3 倍周期运动[12, 13]. 因而,需要对振动颗粒床中倍周期运动的产生机理及其对振动颗粒床的动力学行为的影响进行深入研究.

实验表明,振动颗粒床中的倍周期分岔是受约化振动加速度 $\Gamma = A(2\pi f)^2/g$ 控制的(A 为所施加振动的振幅,g 为重力加速度). 对这种倍周期分岔现象目前还很难从动力学的角度给出'微观'意义上的解释,但利用完全非弹性蹦球模型却可以给出一个唯象的描述[1, 4, 5—7, 14, 15]. 由于颗粒间存在着耗散相互作用(非弹性碰撞和摩擦),通过碰撞颗粒体系能迅速消耗掉由振动台面输入的大部分能量,并倾向于聚集到一起. 实验[6, 7, 16, 17] 和计算机模拟[18—20] 均表明颗粒床下部会出现颗粒聚集态(condensed state of particles). 在聚集态中颗粒以较密集的方式堆积在一起,并具有较小的相对位移,处于一种'相干'的同步运动状态. 这导致颗粒床与容器底部的碰撞可以看成是完全非弹性的,也就是可以把颗粒床看成是一个放置在竖直振动的水平平台上的完全非弹性球. 文献中对完全非弹性蹦球动力学行为的分析主要集中在 2 倍周期和 4 倍周期附近[1, 4, 5—7, 14, 15] ($\Gamma < 10$),对 4 倍周期之后体系的演化情况并没有给出较清晰的描述. 最近,我们对盛在玻璃圆筒中的不锈钢球(1.00 ± 0.01 mm)施加竖直振动时,发现颗粒对容器底部的冲击力随 Γ 的增加,先经历 2 倍周期和 4 倍周期运动,之后进入混沌,然后突然进入 3 倍周期运动[21]. 冲击力随 Γ 的这种演化方式是否会存在于其他颗粒床中以及继续增大 Γ 时是否还会出现更高阶的倍周期运动,仍需要进一步的研究.

最近,在加大 Γ 的取值范围后,发现在几种不同振动颗粒床中存在高阶的倍周期分岔. 分岔序列为 $1P$, $2P$, $4P$, 混沌, $3P$, $6P$, 混沌, $4P$, $8P$, 混沌,这里 P 表示倍周期. 这种分岔序列与受驱二极管电路中的分岔序列有相似之处[22]. 在受驱二极管电路中,正弦电压信号加在电感、电阻和二极管的串联电路上,其中的倍周期分岔现象受施加电压的控制. 产生倍周期的原因来自二极管电容与其两端电压的非

* 哈尔滨工业大学跨学科交叉性研究基金(批准号:HITMD200232)资助的课题.

† E-mail:zehuijiang@yahoo.com

线性关系.在振动颗粒床中,倍周期分岔现象是颗粒床与容器底碰撞的完全非弹性造成的.两者的另一不同之处,是受驱二极管电路中倍周期分岔点的比率遵从费根鲍姆数(4.669…)[23],而振动颗粒床中的倍周期分岔点却不是这样.对此我们将根据完全非弹性蹦球模型给出说明.

2. 实验装置与结果

实验装置如图 1 所示.颗粒填装在圆筒形玻璃

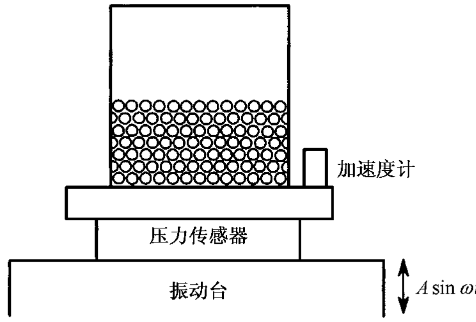

图 1　实验装置简图

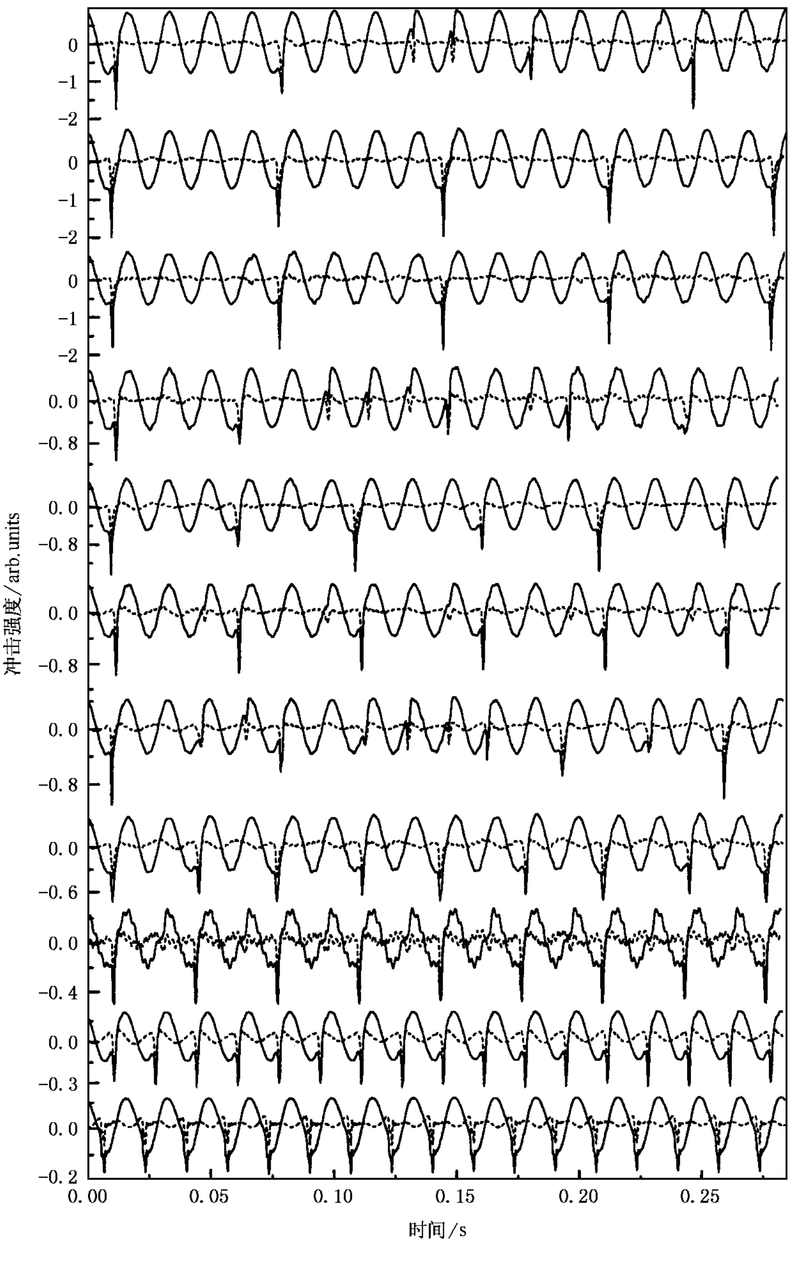

图 2　加速度 Γ 取不同值时的冲击力随时间的变化　$f = 60$ Hz,不锈钢球的直径为 0.50 ± 0.01 mm.由下到上 Γ = 1.6,3.5,4.3,7.2,7.7,8.2,10.8,11.6,13.3,15.3,16.8,分别对应 $1P$,$1P$,$2P$,$4P$,混沌,$3P$,$6P$,混沌,$4P$,$8P$,混沌

容器中，容器底采用铝合金以减少静电效应. 在容器和振动台面之间是压力传感器，传感器记录到的力包含颗粒床和容器两者的贡献. 由于压电晶体的形变很小(微米量级)，传感器形变对整个系统运动状态的影响可忽略. 台面在竖直方向以正弦方式振动，振动加速度由加速度传感器测量，其精度为 $0.01g$.

实验中采用了两种尺寸的玻璃容器，内径分别为 18.3 和 30.6 mm. 内径为 18.3 mm 的容器用来填装直径 D 为 0.50 ± 0.01 和 1.00 ± 0.01 mm 的不锈钢球，内径为 30.6 mm 的容器用来装 $D = 0.8$—1.0 mm 的陶瓷球. 振动频率均为 60 Hz，振动加速度 Γ 由 1 逐渐增加. 在增大 Γ 的过程中，会发现压力信号中除了简谐成分外还有一些脉冲信号. 简谐成分来自容器的贡献，脉冲信号来自颗粒对容器底部的冲击. 因为容器与压力传感器是刚性连接的，它对压力的影响只是 60 Hz 的谐波，通过快速傅里叶变换(FFT)滤波技术可以将谐波成分滤掉. 当 Γ 稍大于 1 时，脉冲强度(峰高)随 Γ 逐渐增大，而且脉冲的重复周期与振动周期相同. 当 Γ 达到一个临界值时，脉冲信号变成一高一低相间隔，相同高度的脉冲重复周期是振动周期的 2 倍，此时发生了 2 倍周期分岔. 继续增大 Γ，还会发现 4 倍周期分岔，然后是混沌，3 倍周期分岔、6 倍周期分岔、混沌等等. 图 2 给出了 Γ 取不同值时，在 $D = 0.50 \pm 0.01$ mm 不锈钢球体系中观察到的压力-时间曲线(实线)，其中颗粒床的厚度为 16 mm，图中虚线是经 FFT 滤波后的压力曲线. 脉冲的高度反映冲击强度，脉冲的宽度反映碰撞时间，$f = 60$ Hz 时碰撞时间大约是 2—4 ms.

冲击强度随 Γ 的变化由图 3 给出. 图 3 中 Γ_n 表示分岔点，下标 n 为整数，表示此时脉冲的重复周期为振动周期的 n 倍，nP 表示倍周期存在的区域. 图 3 的阴影部分为混沌区，在这个区域内脉冲信号没有固定的重复周期，不是长时间有序的. 虽然偶尔可以观察到 4 倍周期、5 倍周期、8 倍周期等，但都不稳定，很快又会被其他的脉冲序列代替. 从信号的功率谱上看，此时的谱线是带状 的.

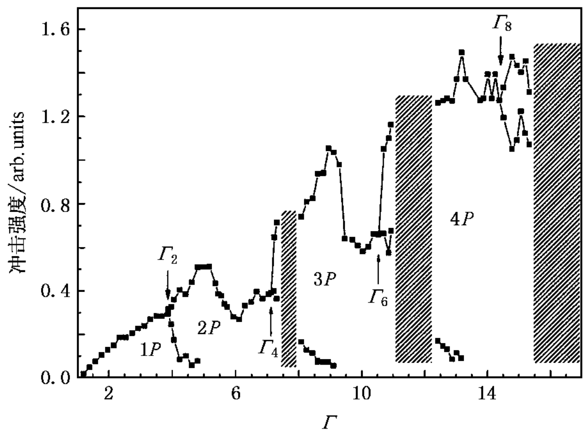

图 3 颗粒冲击强度的分岔图 $f = 60$ Hz，颗粒为 $D = 0.50 \pm 0.01$ mm 的不锈钢球

冲击强度的这种倍周期分岔现象同样存在于其他颗粒床中，如在内径为 18.3 mm 的容器中填加 $D = 1.00 \pm 0.01$ mm 的不锈钢球(厚度为 19.6 mm)，内径为 30.6 mm 的容器中填加 $D = 0.8$—1.0 mm 的陶瓷球(厚度为 44 mm). 在陶瓷颗粒床中，第二个混沌区较宽，看不到其后的 4 倍周期和 8 倍周期分岔，原因目前尚不十分清楚，可能是需要更大的振动强度. 为了便于比较，这几种颗粒床中倍周期分岔点的实验值列于表 1 中. 由于不可避免的噪声影响，较高阶的分岔点及混沌区的边界较难准确测定.

表 1 不同振动颗粒床中分岔点的理论值与实验值的比较

	理论值	实验值			
		不锈钢球 $D = 0.50 \pm 0.01$ mm	不锈钢球 $D = 1.00 \pm 0.01$ mm	陶瓷球 $D = 0.80 \pm 1.00$ mm	玻璃球 $D = 0.63 \pm 0.80$ mm
Γ_2	3.72	3.9	3.8	4.1	4.5
Γ'_2	4.60	5.0	5.7	5.2	
Γ_4	6.69	7.1	7.6	6.8	7.5
混沌	7.23—7.25	7.4—8.1	8.3—9.6	8.6—9.3	
Γ_3	7.44	8.1	9.6	9.3	9.0
Γ'_3	7.79	9.1	10.5	9.5	
Γ_6	9.63	10.7	10.7	10.6	11
混沌	10.18—10.67	11.0—12.4	11.2—14.3	12.5—17.5	
Γ_4	10.67	12.4	14.3		
Γ'_4	10.95				
Γ_8	12.73	14.4	15.5		
混沌	13.21—13.84	15.5—17.5	15.7—17.5		
Γ_5	13.84				
Γ'_5	14.10				
Γ_{10}	15.84				

注 :直径不同的不锈钢球和陶瓷球的实验中，$f = 60$ Hz. 玻璃球的数据取自文献[8]，$f = 30$ Hz.

实验表明产生倍周期分岔需要相应的条件.首先,颗粒床应足够厚.如果厚度小于 $6D$—$8D$,颗粒在容器中随机乱蹦,其行为类似于气体,压力信号中没有脉冲成分.如果大于这个厚度,在容器下部颗粒较密集地堆积在一起形成聚集态并整体上下移动,此时在压力信号中可以观察到脉冲成分.一旦形成聚集态,倍周期分岔点与厚度的依赖关系不显著.其次,容器的内径不能太大.如果容器的内径太大,在颗粒床中容易形成对流卷或"拱起"(arching)现象.这会造成颗粒上下运动不同步,不易观察到较高阶的倍周期分岔.为了抑制对流卷的出现,可以采用内径较小的容器或者增加颗粒床的厚度.实验中,颗粒床的厚度一般为 $15D$—$60D$.

实验也表明分岔点与频率($25\ \mathrm{Hz} \leqslant f \leqslant 75\ \mathrm{Hz}$)、颗粒的尺寸及材质的关系不明显.但颗粒太小($D < 0.2\ \mathrm{mm}$),空气黏滞变大;颗粒太大($D > 2.0\ \mathrm{mm}$),噪声变大.这都会导致较高阶的倍周期分岔难以观察到.类似于文献[7]中介绍的现象,在我们的实验中,$\Gamma > 1$ 时出现成堆(heaping)现象.对流导致颗粒在容器的一侧隆起并在上表面形成一个斜坡,颗粒沿斜坡滚下.这种对流的速度随 Γ 的增加而增大,但整体上颗粒处于密堆积状态.在 $\Gamma > 2.4$ 时斜面逐渐变平,颗粒沿器壁缓慢向下运动.接近 2 倍周期分岔点时,上表面的几层(2—3 层)颗粒运动明显加剧,变得较疏松并出现小幅表面波.接近 4 倍周期分岔点时,表面颗粒流化的层数增多,运动进一步加剧并出现大幅表面波.这种趋势会一直保持下去.不管上层颗粒的运动形式如何变化,底部始终有部分颗粒保持密堆积状态,而且器壁附近的颗粒沿器壁缓慢向下运动.颗粒床底部的这种颗粒聚集态是产生倍周期运动的主要原因.

3. 分析及讨论

下面利用完全非弹性蹦球模型来讨论产生倍周期分岔的原因.一个完全非弹性球置于以简谐方式上下振动的水平台面上,台面的位移可表示为

$$x(t) = A\sin\omega t, \tag{1}$$

其中 $\omega = 2\pi f$.假定在 $t = 0$ 时,球静止在台面上.当台面的加速度 $\ddot{x}(t) = -g$ 时(向上为正方向),球受到的支撑力为零,球脱离台面.如果在 t_0 时刻球被抛起,它再次落到台面上的时刻 t 由下式决定:

$$A\sin\omega t_0 + A\omega\cos\omega t_0(t - t_0) - \frac{1}{2}g(t - t_0)^2 = A\sin\omega t. \tag{2}$$

在 t 时刻,如果起跳条件($\ddot{x}(t) < -g$)得到满足球会立即再次起跳,否则它将"黏附"在台面上等待下一个起跳机会.在这个等待过程中,球与台面保持相同的运动速度,对前面的运动特征失去"记忆".在下一个振动周期,球再次被抛起并重复以前的运动.这将导致倍周期运动的产生.图 4 给出了 $\Gamma = 7.223$ 时,球的运动情况.此时球经历了一个连续跳跃 6 次的 8 倍周期运动,第 6 次碰撞后起跳条件不再满足,球将"黏附"在台面上.在下一个振动周期起跳条件再次得到满足,球再次起跳并重复前面的运动.起跳位置在台面第 8 个振动周期的轨迹与虚线($\ddot{x}(t) = -g$)的交点处.

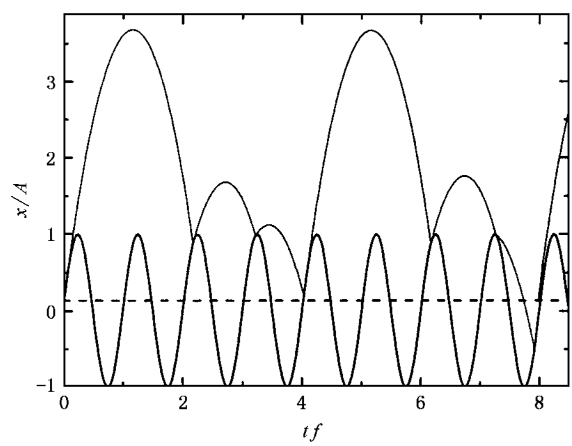

图 4　$\Gamma = 7.223$ 时,正弦振动台面上完全非弹性球的运动情况　正弦线为台面的轨迹,虚线代表 $\ddot{x}(t) = -g$ 的位置

由于球与台面的碰撞是完全非弹性的,碰撞后两者的速度相同,因此球相对台面的入射速度决定冲击强度(假定碰撞时间为零).在 t 时刻,球相对于台面的入射速度为

$$u = A\omega\cos\omega t_0 - g(t - t_0) - A\omega\cos\omega t. \tag{3}$$

根据(3)式,可以计算出球每次与台面相碰时的相对速度.图 5 给出了不同 Γ 值时 u 的取值情况(图中数据已取绝对值并被 g/f 约化).有趣的是,倍周期分岔是发生在约化速度取整数之处.图 5 标出的各分岔点分别为 $\Gamma_2 = 3.72$,$\Gamma_4 = 6.69$,$\Gamma_6 = 9.63$,$\Gamma_8 = 12.73$,$\Gamma_{10} = 15.84$ 和 $\Gamma_{12} = 18.96$,对应于 $2P$,$4P$,$6P$,$8P$,$10P$ 和 $12P$,此时球的相对碰撞速度有两个分支.另外一组临界点为 $\Gamma'_2 = 4.60$,$\Gamma'_3 = 7.79$,$\Gamma'_4 = 10.95$,$\Gamma'_5 = 14.10$,$\Gamma'_6 = 17.25$,在这些位置球的两个速度分支都归并到零上.分岔点与实验值基本一

致，参见表1. 对较高阶的分岔点，实验值略高于计算值，这可归因于空气阻力及颗粒与容器壁的摩擦力. 在颗粒运动速度较大时空气阻力会变大. 图5(b)为第一混沌区的放大图，在第一混沌区中还存在周期窗口，三个较大的周期窗口为$4P$，$5P$和$7P$(已在图中标出). 在某些Γ值附近尤其是在要离开混沌区时，球的周期轨道会变得非常密集，连续跳跃的次数变得非常多. 在刚离开混沌区时，球会突然进入一个连续两次跳跃的倍周期运动，其临界值分别为$\Gamma_3 = 7.44$，$\Gamma_4 = 10.67$，$\Gamma_5 = 13.84$，$\Gamma_6 = 17.00$.

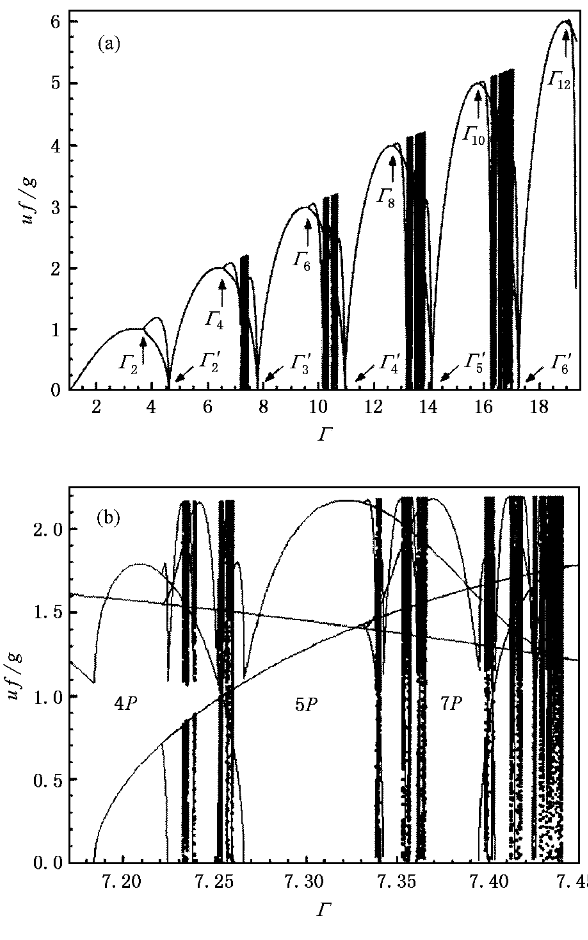

图5 球相对速度的分岔图 (b)图为(a)图中第一混沌区的放大图

表1还列出了文献[8]给出的关于玻璃颗粒中的倍周期分岔点. 文献[8]中所用的容器是长方形的，横截面尺寸为100 mm × 12 mm，颗粒的尺寸D = 0.63—0.80 mm，施加频率为30 Hz. 压力是通过等间距排列的7个贴于容器底上的压力传感器测得的. 与我们的陶瓷颗粒床类似，他们也只看到了6倍周期之前的分岔，不同的是他们在压力信号中没有看到混沌. 这可能是因为他们的颗粒床横向尺寸较大而导致颗粒的上下运动不同相，出现拱起现象. 最近，Moon等[5]在$D = 0.165$ mm铅颗粒薄层中观察到，在$\Gamma = 7.8$和$\Gamma = 10$处分别存在$f/3$和$f/6$表面斑图，这与我们的计算结果一致. 我们也注意到，振动颗粒混合物中的三明治式分离就是发生在2倍周期和4倍周期分岔之间(参见文献[24]的图3). 这里的Γ_2，Γ_2'和Γ_4分别对应相图中两种三明治分离方式的边界.

图6给出了球脱离台面后的自由飞行时间(根据(2)式)随振动加速度的变化情况. 类似地，随着Γ的增加飞行时间也是倍周期分岔的，分岔点与图5中的情况相同. 很明显，在混沌区中飞行时间存在禁带，而且禁带宽度基本是常数. 产生禁带的原因是在混沌区内，球连续跳跃时的最后一跳下落轨迹会在某一个时刻与台面的轨迹相切. 计算表明，此时Γ的微小增加会导致跳跃次数增加或减少一次，而且最后一次跳跃的飞行时间就是禁带宽度.

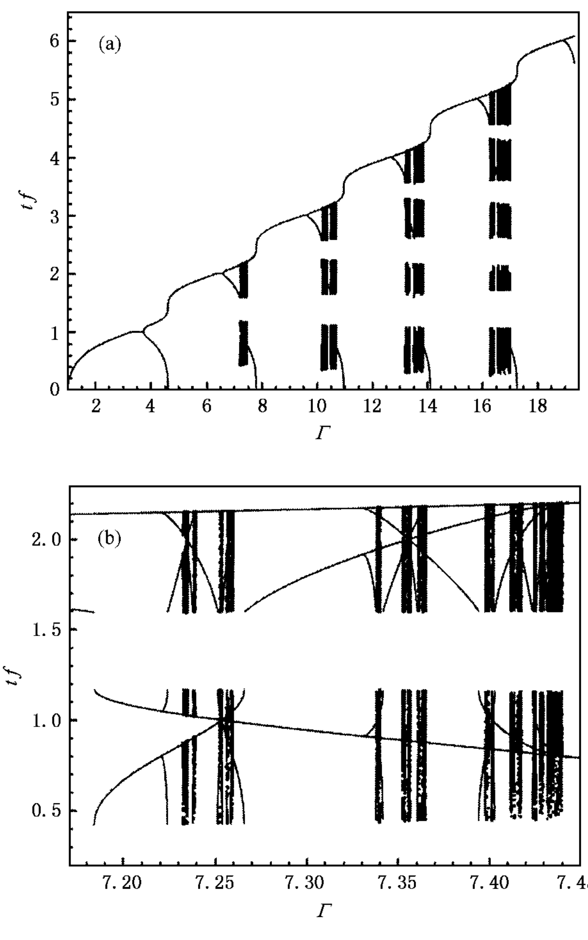

图6 球飞行时间的分岔图 飞行时间已被振动周期($1/f$)约化. (b)图为(a)图中第一混沌区的放大图

文献[1]研究了铜球($D = 0.15—0.18$ mm)薄层中颗粒层的飞行时间及其与表面斑图的对应关系,测量飞行时间的倍周期分岔点与完全非弹性球模型的结果基本一致(参见文献[1]的图 3).表面斑图与飞行时间的周期倍化有一定的对应关系,例如 $f = 67$ Hz 时,从 $\Gamma \approx 2.4$ 到飞行时间 2 倍周期分岔点($\Gamma_2 \approx 4.2$)之前是以 $f/2$ 振荡的条纹,之后依次出现蜂窝结构(Γ'_2 之前)、纽线($\Gamma \approx 5.6$ 之前)及四方结构;在飞行时间 4 倍周期分岔点($\Gamma_4 \approx 7.5$)之后又是以 $f/4$ 振荡的蜂窝结构;$\Gamma > 7.8$,则为无序结构.在铝球颗粒列中也观察到了飞行时间的倍周期分岔现象[6],分岔点依次为 $\Gamma_2 \approx 3.6$,$\Gamma'_2 \approx 4.5$,$\Gamma_4 \approx 6.2$.铝球的尺寸 $D = 2.99$ mm,球个数为 10,施加频率 $f = 30$ Hz.最近,在横向振动的颗粒床中[11],也发现了颗粒脱离侧壁的时间间隔也是倍周期分岔的,$\Gamma_2 \approx 3.7$,$\Gamma_4 \approx 5.9$,颗粒尺寸 $D = 0.8$ mm,填加厚度为 50 mm,$f = 18—50$ Hz,容器为长方形 200 mm × 25 mm.

Mehta 和 Luck[25,26] 建立了一种近似映射关系(大 Γ 近似)来描述振动平台上的完全非弹性蹦球的动力学行为,并对其进行了标度分析.他们的映射关系可以转化成平方映射,给出的分岔序列与这里的结果不同.另外还需指出的是,对于一个一般的弹性球,其碰撞恢复系数介于 0 与 1 之间.实验证明,将其放在竖直振动的平台上时,其行为是通过倍周期分岔进入混沌的,而且分岔点的比率满足费根鲍姆数[27—30].这与 Mehta 和 Luck 认为除了完全弹性球实验中很难看到混沌的情况不尽相同.

4. 结　　论

对振动颗粒床中颗粒与容器底之间冲击力的研究表明,这种冲击力是脉冲式的,而且冲击强度受约化振动加速度的控制并经历一系列倍周期分岔.颗粒床下部的颗粒聚集态导致颗粒整体上下运动,从而对容器底产生脉冲式压力.造成倍周期分岔的原因是由于颗粒床与容器底的碰撞是完全非弹性的.利用完全非弹性蹦球模型可以对分岔序列给出较好的描述,振动颗粒床中的这种倍周期分岔不同于费根鲍姆型分岔.实验表明振动颗粒床中的倍周期分岔与颗粒的尺寸、材质及振动频率的关系不明显.

[1] Melo F, Umbanhowar P B, Swinney H L 1995 *Phys. Rev. Lett.* **75** 3838

[2] Aranson I S, Blair D, Kwok W K *et al* 1999 *Phys. Rev. Lett.* **82** 731

[3] Umbanhowar P B, Swinney H L 1996 *Nature* (London) **382** 793

[4] Mujica N, Melo F 2000 *Phys. Rev.* E **63** 11303

[5] Moon S J, Shattuck M D, Bizon C *et al* 2001 *Phys. Rev.* E **65** 11301

[6] Luding S, Clement E, Blumen A *et al* 1994 *Phys. Rev.* E **49** 1634

[7] Wassgren C R, Brennen C E, Hunt M L 1996 *J. Appl. Mech.* **63** 712

[8] Douady S, Fauve S, Laroche C 1989 *Europhys. Lett.* **8** 621

[9] Caprihan A, Fukushima E, Rosato A D *et al* 1997 *Rev. Sci. Instrum.* **68** 4217

[10] Aoki K M, Akiyama T, Yamamoto K *et al* 1997 *Europhys. Lett.* **40** 169

[11] Medved M 2002 *Phys. Rev.* E **65** 21305

[12] Lee J 1998 *Phys. Rev.* E **58** 1218

[13] Lan Y, Rosato A D 1997 *Phys. Fluids* **9** 3615

[14] Hill J M, Jennings M J, To D V *et al* 2000 *Appl. Math. Model* **24** 715

[15] Miao G, Sui L, Wei R 2001 *Phys. Rev.* E **63** 31304

[16] Thoms B, Mason M O, Liu Y A *et al* 1989 *Powder Technol.* **57** 267

[17] Hsiau S S, Pan S J 1998 *Powder Technol.* **96** 219

[18] Falcon E, Fauve S, Laroche C 1999 *Eur. Phys. J.* B **9** 183

[19] Bernu B, Delyon F, Mazighi R 1994 *Phys. Rev.* E **50** 4551

[20] Luding S, Herrmann H J, Blumen A 1994 *Phys. Rev.* E **50** 3100

[21] Jiang Z H, Li B, Zhao H F *et al* 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 281 (in Chinese) [姜泽辉、李　斌、赵海发等 2005 物理学报 **54** 281]

[22] Van Buskirk R, Jeffries C 1985 *Phys. Rev.* A **31** 3332

[23] Linsay P S 1981 *Phys. Rev. Lett.* **47** 1349

[24] Jiang Z H, Lu K Q, Hou M Y *et al* 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 2244 (in Chinese) [姜泽辉、陆坤权、厚美英等 2003 物理学报 **52** 2244]

[25] Mehta A, Luck J M 1990 *Phys. Rev. Lett.* **65** 393

[26] Luck J M, Mehta A 1993 *Phys. Rev.* E **48** 3988

[27] Pierański P 1983 *J. Phys.* **44** 573

[28] Pierański P, Kowalik Z, Franaszek M 1985 *J. Phys.* **46** 681

[29] Tufillaro N B, Albano A M 1986 *Am. J. Phys.* **54** 939

[30] Pierański P, Malecki J 1986 *Phys. Rev.* E **34** 582

Period doubling motion in vertically vibrated granular beds*

Jiang Ze-Hui† Liu Xin-Ying Peng Ya-Jing Li Jian-Wei

(*Department of Physics, Harbin Institute of Technology, Harbin* 150001, *China*)

(Received 4 March 2005; revised manuscript received 10 June 2005)

Abstract

Experiments are performed to investigate the impact interaction between granular bed and container bottom, where the container is vertically vibrated. It is observed that the impact strength, controlled by the normalized vibration acceleration, undergoes a series of period doubling bifurcations, typically in the sequence of period-doubling, period-quadrupling, chaos, period-tripling, period-sextupling, chaos, period-quadrupling, period-octupling, and chaos. A condensed state of particles at the bottom of the container is observed, in which the particles are densely compacted and move as a bulk block in the vertical direction. Based on a completely inelastic bouncing ball model, a possible explanation for the bifurcation phenomena is presented.

Keywords: granular materials, chaos, period-doubling bifurcation, inelastic collision

PACC: 4610, 0547, 0520D, 0570J

* Project supported by the Interdisciplinary Fund of Harbin Institute of Technology, China (Grant No. HITMD200232).

† E-mail: zehuijiang@yahoo.com.