

# 电子在超短激光脉冲修正场中的动力学特性研究\*

华剑飞<sup>1)†</sup> 霍裕昆<sup>2)</sup> 林郁正<sup>1)</sup> 陈 钊<sup>2)</sup> 谢永杰<sup>2)</sup> 张绍银<sup>2)</sup> 阎 峥<sup>2)</sup> 徐俊杰<sup>2)</sup>

<sup>1)</sup> (清华大学工程物理系, 北京 100084)

<sup>2)</sup> (复旦大学现代物理研究所, 上海 200433)

(2004 年 3 月 19 日收到, 2004 年 5 月 19 日收到修改稿)

给出了一种精确描述超短、紧聚焦激光脉冲的新方法, 其思路是根据两个无量纲小量  $\epsilon = 1/(\omega_0 t_0)$  和  $s = 1/(k_0 w_0)$  (其中  $\omega_0 = ck_0$  为中心振荡频率,  $t_0$  为脉冲延迟时间,  $w_0$  为激光束腰半径) 进行展开来计算脉冲的高阶修正场. 在激光束近轴近似表达式的基础上, 给出了高斯脉冲一阶修正场的解析表达式, 并研究发现其振幅和相位相对于零阶修正场 (即长脉冲近似) 的修正量都在  $\epsilon$  的量级甚至更小. 另外对电子在超短高斯脉冲一阶修正场中的动力学特性研究发现: 对于  $\omega_0 t_0 > 20$  的情况, 零阶修正场可以正确地描述电子被光场加速的特性; 当  $\omega_0 t_0 < 20$  时, 则需要采用高阶修正场.

关键词: 超短激光脉冲, 激光加速

PACC: 4170, 4262, 9265R

## 1. 引言

近年来, 超短激光脉冲技术得到了飞速发展, 其聚焦光强可达到  $10^{21} \text{ W/cm}^2$ <sup>[1]</sup>. 如此超高强度的激光脉冲可用来研究相对论领域光和物质的相互作用, 如超短 x 射线激光的产生、超高次谐波的产生、激光粒子加速<sup>[2-4]</sup>、实验室天体物理学<sup>[5]</sup> 以及快点火<sup>[6]</sup> 等研究领域.

在这种强激光场中, 电子可获得极高的加速梯度. 当激光聚焦光强为  $10^{20} \text{ W/cm}^2$  时, 其电场强度能达到  $10^7 \text{ MV/m}$ , 远远高于微波加速器中的加速电场 (约为  $10^1 - 10^2 \text{ MV/m}$ ). 因此, 基于强激光场的新型电子加速器的研究逐渐成为人们关注的热点, 并且也得到了理论和实验验证<sup>[2,3]</sup>. 我们研究了真空中强激光场对电子的作用, 发现由于聚焦激光束的衍射效应, 使得激光束外缘存在着低相速度区, 即光场相速度  $v_\phi$  小于  $c$  的区域, 并基于这一特性提出了一种新的真空激光加速电子方法, 即俘获加速机理 (capture and acceleration scenario, CAS)<sup>[4]</sup>. 其物理原理是由于上述低相速度区中存在着较强的纵向电场分量, 使得该低相速度区成为一个加速通道, 因此注

入的相对论电子在相对长的时间内能保持在加速相位上, 并被纵向电场加速到极高能量.

由于目前超强激光脉冲的宽度已发展到飞秒量级甚至是光波周期的量级<sup>[7]</sup>, 而通用的描述仍是采用长脉冲近似方法, 因此有必要对超短脉冲进行更精确的描述, 并进一步研究它对电子在其光场中动力学行为的影响, 从而使理论模型更加完善和可靠. 本文首先提出了一种描述超短激光脉冲高阶修正的普适方法并给出了基于近轴近似的激光高斯脉冲的一阶修正表达式, 然后研究电子在超短激光高斯脉冲修正场中的动力学过程, 最后总结了高阶修正场对电子俘获加速模型的影响.

## 2. 超短激光脉冲场的普适表达形式

随着超短激光脉冲脉宽的不断变窄, 其光谱宽度和中心频率  $\omega_0$  的比例越来越大, 不同频率成分的光束由于发散特性和位相特性的不同, 在远场时空耦合会导致时空特性的变化. 为了适应激光脉冲技术的发展和满足超短激光脉冲应用研究的需要, 国际上已经开展了一系列描述短脉冲的工作<sup>[8]</sup>. 目前广泛采用的脉冲描述方法认为: 其空间和时间因

\* 国家自然科学基金 (批准号: 10335030, 10076002) 国家重点基础研究基金 (批准号: G1999075200) 资助的课题.

† E-mail: hjf00@mails.tsinghua.edu.cn

子相互独立,因此采用的方法是在近轴近似激光束表达式的基础上添加一相同的脉冲时间因子项(即长脉冲近似或者把它称为零阶修正场).这种描述方法在长脉冲情况下能很好地成立,但是对于几十个飞秒甚至更短的激光脉冲,就有必要对其进行修正.针对超短激光脉冲存在着一定的频谱分布,不再是简单的准单色场的特性,我们在频域积分中采用了泰勒展开近似的方法,提出了一种新的描述超短激光脉冲场的普适方法,并具体给出了光场分布的解析形式.

不失一般性,对于沿  $x$  向极化、 $z$  向传播的激光束,其精确的激光脉冲形式可表示为

$$\mathcal{K}(\omega_0; t_0; i\omega_0) = \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{A}(t_0; i\omega_0; \omega) \cdot \prod(\omega; i\omega_0) \times \exp(i\omega\tau) d\omega, \quad (1)$$

其中  $\mathcal{K}(\omega_0; t_0; i\omega_0)$  为中心振荡频率为  $\omega_0$ 、脉冲延迟时间为  $t_0$ 、束腰半径为  $w_0$  的激光脉冲的任一电磁场分量(这里忽略了振幅常量).另外引入  $\tilde{A}(t_0; i\omega_0; \omega)$  表示归一化的频谱分布函数,  $\prod(\omega; i\omega_0) \times \exp(i\omega\tau)$  表示相应频率为  $\omega$ 、束腰半径为  $w_0$  的准单色激光束的电磁场分量,其中  $\prod(\omega; i\omega_0)$  相对于频率  $\omega$  的变化是个缓变量,同时  $\tau = t - z/c$ . 由于 Maxwell 方程不显含频率因子  $\omega$ , 因此经过这种积分变换之后的  $\mathcal{K}(\omega_0; t_0; i\omega_0)$  和  $\prod(\omega; i\omega_0)$  一样也能满足 Maxwell 方程. 由于直接求解(1)式的解析形式存在着一定难度,所以考虑把缓变量  $\prod(\omega; i\omega_0)$  在中心频率  $\omega_0$  处进行泰勒展开,得

$$\prod(\omega; i\omega_0) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} \left. \frac{d^n \prod(\omega; i\omega_0)}{d\omega^n} \right|_{\omega=\omega_0} (\omega - \omega_0)^n. \quad (2)$$

把(2)式代入(1)式可得

$$\mathcal{K}(\omega_0; t_0; i\omega_0) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} \left. \frac{d^n \prod(\omega; i\omega_0)}{d\omega^n} \right|_{\omega=\omega_0} e^{i\omega_0\tau} B_{\tau; t_0}^n, \quad (3)$$

其中

$$B_{\tau; t_0}^n = \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{A}(t_0; i\omega_0; \omega) e^{i(\omega-\omega_0)\tau} (\omega - \omega_0)^n d\omega. \quad (4)$$

(3)式中,  $\left. \frac{1}{n!} \frac{d^n \prod(\omega; i\omega_0)}{d\omega^n} \right|_{\omega=\omega_0}$  可认为是  $n$  阶的空间修正因子,  $B_{\tau; t_0}^n$  为  $n$  阶的时间修正因子. 如

果考虑到紧聚焦激光束的高阶修正<sup>[9]</sup>, 这种包括时间和空间修正的解析表达式则可被用于描述任意脉冲形状的超短、紧聚焦的激光脉冲.

假设超短激光脉冲频谱分布采用典型的高斯分布形式

$$\begin{aligned} \tilde{A}(t_0; i\omega_0; \omega) &= (t_0/\sqrt{2\pi}) \exp\{-[(\omega - \omega_0)t_0]^2/2\}, \\ \text{则根据(3)式可给出激光脉冲场的具体解析表达式} \\ \mathcal{K}(\omega_0; t_0; i\omega_0) &= \prod(\omega_0; i\omega_0) e^{i\omega_0\tau} e^{-\tau^2/2t_0^2} \\ &+ \frac{d \prod(\omega; i\omega_0)}{d\omega} \Big|_{\omega=\omega_0} e^{i\omega_0\tau} \left(\frac{i\tau}{t_0}\right) e^{-\tau^2/2t_0^2} \\ &+ \frac{1}{2} \frac{d^2 \prod(\omega; i\omega_0)}{d\omega^2} \Big|_{\omega=\omega_0} \\ &\times e^{i\omega_0\tau} \frac{1}{t_0^2} \left(1 - \frac{\tau^2}{t_0^2}\right) e^{-\tau^2/2t_0^2} + \text{h.o.}, \end{aligned} \quad (5)$$

其中式(5)右边的第一项就是一般采用的长脉冲形式. 如果取激光束为近轴近似情况下的 Hermite-Gaussian(0, 0), 其沿  $x$  方向极化、 $z$  向传播, 则横向电场量为

$$\begin{aligned} E_x &= E_0 \frac{w_0}{w(z)} \exp\left[i(\omega t - kz) + i\varphi(z) \right. \\ &\left. + i\varphi_0 - r^2 \left(\frac{1}{w^2(z)} + \frac{ik}{2R(z)}\right)\right], \end{aligned} \quad (6)$$

该式采用了常用参数<sup>[10]</sup>. 其他电场和磁场分量分别通过  $E_z \approx -(i/k) \nabla \cdot \mathbf{E}$  和  $\mathbf{B} = (i/\omega) \nabla \times \mathbf{E}$  计算得到. 这样根据(5)式可得到基于高斯频谱分布的激光脉冲场的高阶修正表达式: 其零阶修正场形式即一般的长脉冲近似表达式<sup>[10]</sup>, 而一阶修正场的具体表达式为

$$E_{x_0} = E_x \exp(-\tau^2/2t_0^2), \quad (7a)$$

$$E_{x_1} = [1 + \epsilon\sigma\mathcal{O}(2\zeta i + 2\zeta\rho^2\Theta)]E_{x_0}, \quad (7b)$$

$$E_{y_1} = 0, \quad (7c)$$

$$E_{z_1} = s\zeta(-2\Theta) [1 + \epsilon\sigma\mathcal{O}(2\zeta i + 1 + 2\zeta\rho^2\Theta)]E_{x_0}, \quad (7d)$$

$$cB_{x_1} = s^2\zeta\gamma(-4\Theta^2) [1 + \epsilon\sigma\mathcal{O}(2\zeta i + 2 + 2\zeta\rho^2\Theta)]E_{x_0}, \quad (7e)$$

$$\begin{aligned} cB_{y_1} &= \{1 + \epsilon\sigma\mathcal{O}(2\zeta i + 2\zeta\rho^2\Theta) + s^2(-2\rho^2\Theta^2 + 4\Theta^2\zeta^2) \\ &\times [1 + \epsilon\sigma\mathcal{O}(2\zeta i + 2 + 2\zeta\rho^2\Theta)]\}E_{x_0}, \end{aligned} \quad (7f)$$

$$cB_{z_1} = s\gamma(-2\Theta) [1 + \epsilon\sigma\mathcal{O}(2\zeta i + 1 + 2\zeta\rho^2\Theta)]E_{x_0}, \quad (7g)$$

其中  $\xi = x/w_0, \eta = y/w_0, \rho^2 = \xi^2 + \eta^2, \zeta = z/k_0 w_0, \Theta = 1(k_0 i + 2\zeta), \sigma = \tau/t_0$ . 从(7)式中发现,超短激光高斯脉冲的修正表达式可被表示成两个无量纲小量  $\epsilon = 1(\omega_0 t_0)$  和  $s = 1(k_0 w_0)$  的展开形式,其中  $\epsilon$  和  $s$  分别表示脉宽大小和激光束的聚焦程度. 从这种修正场形式还可以发现超短激光脉冲在传输过程中时空特性是密切相关的,不仅时间分布上与空间变量有关,亦表现空间分布上与脉宽有关. 同样相位项里亦存在着时空耦合,此时表现的频率也与空间分布有关. 根据上述思路,可以很方便的推导出超短激光高斯脉冲的更高阶修正形式.

下面以上述的一阶修正场  $E_{z_{-1}}$  为例来具体分析其振幅和相位的修正效果. 引入变量  $\chi = 1 + \epsilon \delta \Theta \times (2\zeta i + 1 + 2\zeta \rho^2 \Theta)$  来表征一阶修正场  $E_{z_{-1}}$  修正量(相对于零阶修正场  $E_{z_{-0}} = s\zeta(-2\Theta)E_{x_{-0}}$ )的振幅和相位变化情况. 由于电子和超短激光脉冲的相互作用主要发生在瑞利长度和脉宽量级范围之内(否则电子感受到的电磁场作用力非常小),因此满足  $2\zeta < 1$  和  $\sigma \sim 10^0$  的条件. 这种情况下,对  $\chi$  进行整理可得

$$\chi \approx 1 + 2\zeta\epsilon\sigma[2 + (4\zeta^2 - 1)\rho^2] + i\epsilon\sigma[4\zeta^2(1 - 2\rho^2) - 1]. \quad (8)$$

在  $\epsilon = 1(\omega_0 t_0)$  为小量的情况下,发现振幅修正主要受右边第二项影响,在激光脉宽量级范围内,其振幅修正量主要由  $\epsilon$  决定,横向分布  $\rho^2 = 2(1 - 4\zeta^2)$  处修正效果为零,而相位修正则主要受右边第三项影响,其修正量的大小也主要由  $\epsilon$  决定,在激光束中心(即  $\zeta = 0$ )处横向坐标的贡献为零. 因此对于几个光波周期以上的超短激光脉冲,脉冲中心附近脉宽量级的范围内,其振幅和相位修正影响都相当小,均在  $\epsilon$  的量级甚至更小( $\omega_0 t_0 = 30$  约合  $\epsilon \sim 10^{-2}$ ),完全可以忽略不计.

### 3. 电子在超短激光高斯脉冲修正场中的动力学特性

我们以前的工作都是基于长脉冲近似的激光脉冲表达式,发现电子和激光脉冲作用时存在着 CAS 加速机理<sup>[4]</sup>. 本文采用上述超短激光高斯脉冲的修正式,通过三维的粒子模拟程序求解 Lorentz-Newton 方程,从而进一步研究电子和超短激光脉冲场作用的动力学特性.

图 1 给出了  $\omega_0 t_0 = 30$  时,超短激光高斯脉冲零

阶和一阶修正场条件下电子的动力学轨迹,图 1(b)中的虚线表示激光束的包络. 可以发现这两种条件下电子的动力学特性区别非常小(其中运动轨迹、能量增益、电子运动速度曲线已经很难分辨开). 虽然如图 1(d)所示,零阶和一阶修正情况下,电子感受到的激光场相速度  $v_\phi$  在非激光束中心区域差别比较明显,但是由于电子和激光脉冲的作用主要发生在激光束中心附近几个脉宽的范围之内(即  $kz \sim \omega_0 t_0 = 30$ ),所以在 CAS 机理起决定性作用的这段区间内(即激光束中心附近几个脉宽的范围)电子运动速度  $v_e$  和感受到的激光场相速度  $v_\phi$  之间的关系即  $v_e > v_\phi$  依然存在. 另外由于电磁场量的修正也不明显,使得低相速度区内存在纵向电场的电子俘获加速条件没有受到破坏,因此 CAS 加速机理在超短激光脉冲高阶修正条件下也依然能成立.

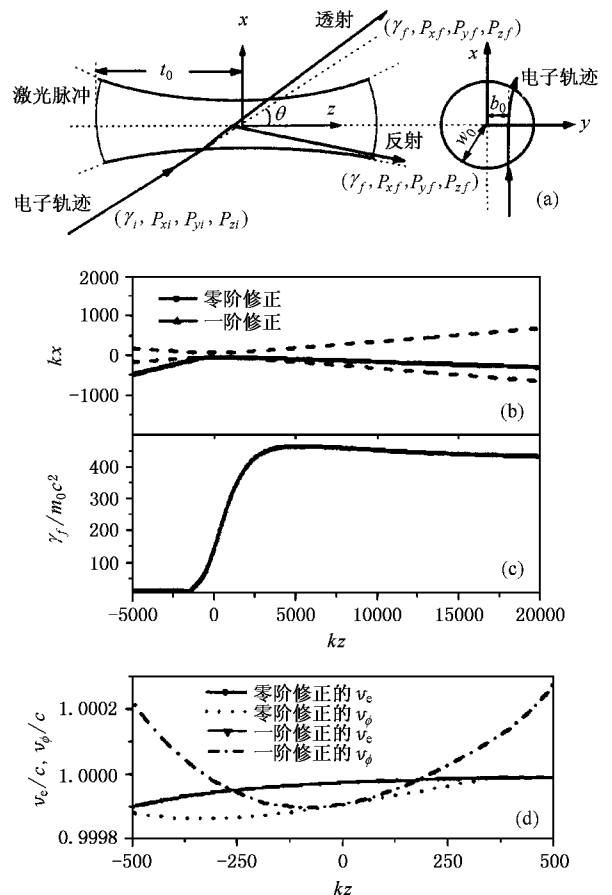


图 1 激光场强  $a_0 = eE_0/m_e \omega_0 c = 20$  时,电子在超短激光高斯脉冲零阶和一阶修正场中的动力学特征 (a) 电子和激光相互作用示意图 (b) 电子的运动轨道 ( $x$  向运动) (c) 能量增益  $\gamma_f$ ; (d) 电子运动速度  $v_e$  和电子感受到的相速度  $v_\phi$  (其中激光参数  $k_0 w_0 = 60, \omega_0 t_0 = 30$ ; 电子入射动量为  $p_{xi}(m_0 c) = 1, p_{yi}(m_0 c) = 0$  和  $p_{zi}(m_0 c) = 10$ , 入射角度为  $\theta = \arctan(0.1)$ )

同时图 2 还给出了这两种修正形式在不同脉宽条件下电子所获得的能量增益和激光场初相位的关系. 对于激光脉宽  $\omega_0 t_0 < 20$  的情况, 电子在零阶和一阶修正场条件下获得的能量增益存在着很大差别, 而对于脉宽  $\omega_0 t_0 > 20$  的情况, 这两种修正形式对电子能量增益区别不大. 由此可认为当激光脉冲

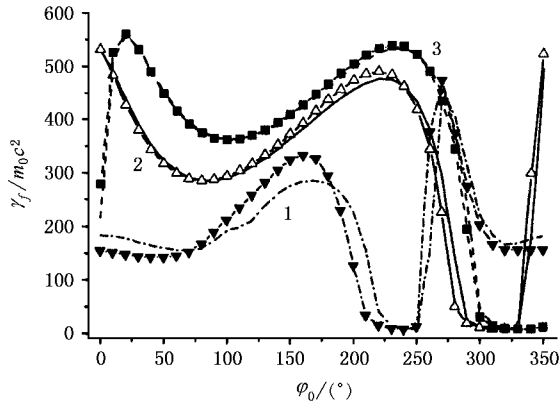


图 2 不同的激光脉宽条件下(第 1 组为  $\omega_0 t_0 = 10$ , 第 2 组为  $\omega_0 t_0 = 20$ , 第 3 组为  $\omega_0 t_0 = 30$ ), 电子获得的能量增益  $\gamma_f$  和激光场初相位  $\varphi_0$  的关系(“▼”, “▲”, “■”为一阶修正情况; 点划线、实线、虚线为零阶修正情况; 其他参数同图 1)

宽度  $\omega_0 t_0 > 20$  时, 电子俘获加速机理(CAS)的研究还可采用超短激光脉冲场的零阶修正(即长脉冲近似)表达式; 当  $\omega_0 t_0 < 20$  时有必要对激光脉冲表达式进行高阶修正.

## 4. 结 论

本文对超短激光脉冲场的描述进行了研究, 得到了一种普适的计算高阶修正的方法. 针对高斯脉冲的激光场, 给出了按照两个无量纲小量  $\epsilon = 1/(\omega_0 t_0)$  和  $s = 1/(k_0 w_0)$  进行高阶展开的解析表达式, 其中  $\epsilon$  和  $s$  分别表示脉冲场的脉宽大小和激光束的聚焦程度. 这一解析结果便于理论推导和数值模拟. 具体给出了基于近轴近似的高斯脉冲一阶修正场, 并与零阶场(长脉冲近似)做比较, 发现在激光脉冲中心脉宽量级的范围内高阶场的振幅、相位的修正量(相对于零阶场)都在  $\epsilon$  的量级甚至更小. 另外对电子被 CAS 机理加速特性的研究还发现, 对于脉冲宽度  $\omega_0 t_0 > 20$  的情况, 超短激光脉冲场的描述可以采用零阶修正形式, 高阶修正可以忽略; 而当  $\omega_0 t_0 < 20$  时, 则需要采用高阶修正.

- [ 1 ] Aoyama M et al 2003 *Opt. Lett.* **28** 1594  
Fisch N J and Malkin V M 2003 *Phys. Plasmas* **10** 2056
- [ 2 ] Salamin Y I et al 2002 *Phys. Rev. ST Accel. Beams* **5** 101301  
Bahari A and Taranukhin V D 2003 *Quantum Electronics* **33** 563
- [ 3 ] Malka G et al 1997 *Phys. Rev. Lett.* **78** 3314  
Malka V et al 2002 *Science* **298** 1596
- [ 4 ] Wang J X et al 1999 *Phys. Rev. E* **58** 6575  
Pang J et al 2002 *Phys. Rev. E* **66** 066501  
Hua J F et al 2003 *Nucl. Instr. and Meth. A* **508** 211
- [ 5 ] Jin Z et al 2001 *Acta Phys. Sin.* **50** 365 (in Chinese) [ 金展等 2001 物理学报 **50** 365 ]
- [ 6 ] Zhang J T et al 2001 *Acta Phys. Sin.* **50** 921 (in Chinese) [ 张家泰等 2001 物理学报 **50** 921 ]
- [ 7 ] Brabec T and Krausz F 2000 *Rev. Mod. Phys.* **72** 545  
Kryukov P G 2001 *Quantum Electron.* **31** 95  
Huber R et al 2003 *Opt. Lett.* **28** 2118
- [ 8 ] Seres J et al 2003 *Opt. Lett.* **28** 1832  
Porras M A 1998 *Phys. Rev. E* **58** 1086  
Sheppard C J R and Gan X S 1997 *Opt. Commun.* **133** 1  
George N and Radic S 1997 *Opt. Commun.* **139** 1  
Fu X Q et al 2002 *Phys. Rev. E* **65** 056611  
Wang Z Y et al 1997 *IEEE J. Quantum Electron.* **33** 566  
Mironov V A 1999 *JETP* **89** 18  
Esarey E et al 1995 *J. Opt. Soc. Am. B* **12** 1695  
Wang P X and Wang J X 2002 *Appl. Phys. Lett.* **81** 4473
- [ 9 ] Lax M et al 1975 *Phys. Rev. A* **11** 1365  
Davis L W 1979 *Phys. Rev. A* **19** 1177  
Barton J P and Alexander D R 1989 *J. Appl. Phys.* **66** 2800  
Cao N et al 2002 *Opt. Commun.* **204** 7
- [ 10 ] Svelto O and Hanna D C 1989 *Principles of Lasers* (New York: Plenum) p418

# Dynamic characteristics of electrons in high-order corrected fields of ultrashort laser pulses \*

Hua Jian-Fei<sup>1)†</sup> Huo Yu-Kun<sup>2)</sup> Lin Yu-Zheng<sup>1)</sup> Chen Zhao<sup>2)</sup> Xie Yong-Jie<sup>2)</sup>  
Zhang Shao-Yin<sup>2)</sup> Yan Zheng<sup>2)</sup> Xu Jun-Jie<sup>2)</sup>

<sup>1)</sup> *Department of Engineering Physics, Tsinghua University, Beijing 100084, China*

<sup>2)</sup> *Institute of Modern Physics, Fudan University, Shanghai 200433, China*

( Received 19 March 2004 ; revised manuscript received 19 May 2004 )

## Abstract

High-order correction to the fields of ultrashort, tightly-focused laser pulses expressed in power series of  $\epsilon = 1/(k_0 t_0)$  and  $s = 1/(k_0 w_0)$  ( $\omega_0 = ck_0$  the central oscillatory frequency,  $t_0$  the pulse duration,  $w_0$  the beam waist radius), are derived. Based on paraxial approximation, the first-order correction terms to the Gaussian pulses are explicitly given. Their corrections of amplitude and phase, are found to be related to the variable of  $\epsilon$ . Applying them to the study of the electron dynamics in the intense laser pulse field, we found that as long as  $\omega_0 t_0 > 20$ , the zeroth-order approximation (long pulse approximation) is adequate for describing the interaction. For  $\omega_0 t_0 < 20$ , higher-order corrections have to be taken into account.

**Keywords** : ultrashort laser pulse, laser acceleration

**PACC** : 4170, 4262, 9265R

\* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 10335030 and 10076002), the National Key Basic Research Special Foundation of China (Grant No. G1999075200).

† E-mail: hjf00@mails.tsinghua.edu.cn