

# 高频可变间距全息光栅的制作方法的 计算机模拟研究\*

朱化凤<sup>†</sup> 陈建文 高鸿奕 谢红兰 徐至展

(中国科学院上海光学精密机械研究所强光学重点实验室, 上海 201800)

(2004 年 3 月 18 日收到 2004 年 7 月 15 日收到修改稿)

提出了一种制作高频线性可变频率光栅的新方法, 并给出了光栅空间频率的表达式. 通过在相干的两光路中插入特殊透镜, 可以实现线性可变空间频率光栅的制作, 而且通过适当地调节实验参数可以改变空间频率的变化率, 给出了相应的模拟全息图.

关键词: 全息光栅, 全息, 可变间距光栅

PACC: 4240E, 4240J

## 1. 引 言

全息光栅以其精确度高的特点在许多领域得到了广泛的应用<sup>[1]</sup>, 人们不但可以通过全息的方法制作均匀光栅<sup>[2-4]</sup>, 还可以制作特殊类型的光栅<sup>[5-7]</sup>. 随着光通信技术的发展, 对特殊类型的光栅需求和研究<sup>[8]</sup>也越来越多, 空间频率线性变化的光栅就是其中的一种. 文献[5]提出了一种利用改进的 Michelson 干涉仪产生空间频率作线性变化的干涉条纹的方法, 但由于实验装置的精度要求很高, 使其在实际的应用中具有相当的困难. 文献[6]又采用一种相干光在柱面透镜前(曲面)后(平面)表面的反射光干涉制作变频光栅, 操作比较简便, 但由于对实验条件的限制, 其空间频率不可能做得很高. 文献[7]提出了在全息干涉仪的一条光路中插入柱面透镜, 得到了较高的空间频率, 但相对于实际的应用还是不够的.

本文提出一种新的方法, 通过在两相干光束的光路中各插入柱透镜, 两柱面波在全息记录平面相干叠加. 在忽略两透镜的有限的横向宽度所引起的衍射效应的情况下, 可以得到的干涉条纹的空间频率是条纹所在坐标的严格的线性函数. 理论上讲, 相同的实验参数之下, 可以获得的条纹的空间频率较

以往用其他方法得到的空间频率要高.

## 2. 理论分析

如图 1 所示的全息光栅记录装置,  $L$  为激光器,  $E$  为激光扩束准直系统,  $BS$  为分束板,  $C$  和  $C'$  均为柱透镜;  $R_1, R_2, R_3$  为全反射镜,  $S$  为全息记录干板. 从激光器出射的光束经过扩束望远镜扩束为面积较大的准直光, 然后通过分束板分为两束光 1 和 2, 两光束由全反膜调整为夹角为  $\alpha$  的光束, 再分别透过曲面半径为  $R$  的柱透镜后到达全息记录干板. 由全息记录干板记录下它们的干涉条纹.

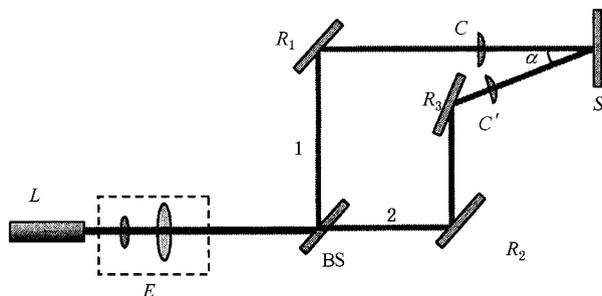


图 1 高频线性可变间距光栅制作装置

一柱透镜对入射光波的作用相当于一个透射系数为

\* 国家自然科学基金(批准号 60278030)资助的课题.

<sup>†</sup> Email: huafengzhu@mail.siom.ac.cn

$$K(x, y) = \exp\left\{ik \frac{(n-1)}{2R} x^2\right\} \quad (1)$$

的相位物体, 其中  $n$  为透镜材料的折射率,  $x$  为相对于柱透镜的横向坐标.

当一束振幅为  $A$  的平面波沿  $z$  轴垂直入射到柱透镜的平面端, 在紧接柱透镜  $C$  的平面上, 相应的透射波的复振幅为

$$U_0(x, y) = A K(x, y) = A \exp\left\{ik \frac{(n-1)}{2R} x^2\right\}, \quad (2)$$

对于光束 1, 在柱透镜的透射波与全息记录平面之间的距离在 Fresnel 衍射区内, 则光波到达记录平面的场的复振幅分布可表示为

$$U_1(x_i, y_i) = \frac{A}{i\lambda D} \iint K(x, y) \exp\left\{ik \frac{(n-1)}{2R} x^2\right\} \times \exp\left\{\frac{ik}{2D} [(x_i - x)^2 + (y_i - y)^2]\right\} dx dy, \quad (3)$$

其中  $D$  为柱透镜到全息记录平面之间的距离,  $P$  ( $x, y$ ) 为柱透镜的光瞳函数, 且有

$$P(x, y) = \begin{cases} 1, & \text{光瞳内} \\ 0, & \text{光瞳外} \end{cases}$$

(3) 式对  $y$  的积分限可以认为是从负无穷到正无穷大, 则 (3) 式可化简为

$$U_1(x_i, y_i) = \frac{A}{2Q\sqrt{D}} \sqrt{C^2(\omega) + S^2(\omega)} \exp\left\{-\frac{i2\pi}{\lambda} I(\omega)\right\} \times \exp\left\{\frac{i\pi}{\lambda} \left[\frac{n-1}{D(n-1)-R} x_i^2\right]\right\}, \quad (4)$$

其中

$$\alpha(\omega) = \alpha(\omega_1) - \alpha(\omega_2),$$

$$S(\omega) = S(\omega_1) - S(\omega_2),$$

$$\alpha(\omega_1) = \int_0^{\omega_1} \cos\left(\frac{\pi}{2} \xi^2\right) d\xi,$$

$$\alpha(\omega_2) = \int_0^{\omega_2} \cos\left(\frac{\pi}{2} \xi^2\right) d\xi,$$

$$S(\omega_1) = \int_0^{\omega_1} \sin\left(\frac{\pi}{2} \xi^2\right) d\xi_{A,B},$$

$$S(\omega_2) = \int_0^{\omega_2} \sin\left(\frac{\pi}{2} \xi^2\right) d\xi,$$

$$\xi = \frac{2Q}{\sqrt{\lambda}} \left(x + \frac{P}{Q^2} x_i\right),$$

$$\omega_1(x_i) = \frac{2Q}{\sqrt{\lambda}} \left(-H_x + \frac{P}{Q^2} x_i\right),$$

$$\omega_2(x_i) = \frac{2Q}{\sqrt{\lambda}} \left(+H_x + \frac{P}{Q^2} x_i\right),$$

$$Q^2 = \frac{n-1}{2R} - \frac{1}{2D}, \quad P = \frac{1}{2D},$$

$$\frac{2\pi}{\lambda} I(\omega) \equiv \text{arctg} \frac{S(\omega)}{\alpha(\omega)}. \quad (5)$$

光束 2 以  $\alpha$  的入射角达到全息记录平面, 其复振幅可表示为

$$U'_1(x_i, y_i) = \frac{A}{2Q'\sqrt{D'}} \sqrt{C'^2(\omega') + S'^2(\omega')} \times \exp\left\{-\frac{i2\pi}{\lambda} I(\omega')\right\} \times \exp\left\{\frac{i\pi}{\lambda} \left[\frac{n-1}{D'(n-1)-R'} x_i^2\right]\right\} \times \exp\left\{-\frac{i2\pi}{\lambda} x_i \sin\alpha\right\}. \quad (6)$$

(6) 式中的各量均用撇号表示, 但其表示形式与 (5) 式完全相同,  $R'$  和  $D'$  分别为柱透镜  $C'$  的曲面半径和  $C'$  到全息记录平面之间的距离.

在全息干涉平面上的光强分布可表示为

$$I(x_i, y_i) = |U_1(x_i, y_i) + U'(x_i, y_i)|^2 = I_0 \left\{ M^2(\omega) + M^2(\omega') + 2M(\omega)M(\omega') \cos\left[\frac{2\pi}{\lambda} T(x_i)\right] \right\} \quad (7)$$

式中  $I_0 = A^2$ ,

$$T(x_i) = \left\{ \frac{n-1}{4[D(n-1)-R]} - \frac{n-1}{4[D'(n-1)-R']} \right\} \times x_i^2 + \sin\alpha \cdot x_i + I(\omega') - I(\omega), \quad (8)$$

$$M(\omega) = \frac{1}{2Q\sqrt{D}} \sqrt{C^2(\omega) + S^2(\omega)},$$

$$M(\omega') = \frac{1}{2Q'\sqrt{D'}} \sqrt{C'^2(\omega') + S'^2(\omega')}. \quad (9)$$

由 (7)–(9) 式可以确定记录平面上的光强分布, 在实验条件一定的情况下, 干涉条纹是坐标  $x_i$  的函数. 在  $T(x_i) = m\lambda$  和  $(m+1/2)\lambda$  时 ( $m$  为整数), 光强分别取极大值  $I_{\max} = I_0 \{M(\omega) + M(\omega')\}^2$  和极小值  $I_{\min} = I_0 \{M(\omega) - M(\omega')\}^2$ , 因此干涉条纹的能见度可表示为

$$\Gamma = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}} = \frac{M(\omega)M(\omega')}{M(\omega)^2 + M(\omega')^2}. \quad (10)$$

由 (10) 式可知, 干涉条纹的能见度随位置而异.

根据光强极大值条件, 相邻的两极大值满足

$$T(x_{i1}) = \left\{ \frac{n-1}{4[D(n-1)-R]} \right\} x_{i1}^2 - \left\{ \frac{n-1}{4[D'(n-1)-R']} \right\} x_{i1}^2 + \sin\alpha \cdot x_{i1} + I(\omega_{B1})$$

$$-I(\omega_{A1}) = m\lambda, \quad (11) \quad \text{而}$$

$$T(x_{i2}) = \left\{ \frac{n-1}{2[D(n-1)-R]} \right\} x_{i1}^2 - \left\{ \frac{n-1}{2[D'(n-1)-R']} \right\} x_{i1}^2 + \sin\alpha \cdot x_{i1} + I(\omega_{B2}) - I(\omega_{A2}) = (m+1)\lambda, \quad (12)$$

$$x_{i2}^2 - x_{i1}^2 \approx 2x_{i1}(x_{i2} - x_{i1}). \quad (13)$$

联立(11)(12)(13)式可得条纹间距为

$$\Delta x = \frac{\lambda + I(\omega'_1) - I(\omega'_2) + I(\omega_1) - I(\omega_2)}{\left\{ \frac{n-1}{[D(n-1)-R]} - \frac{n-1}{[D'(n-1)-R']} \right\} x_{i1} + \sin\alpha}. \quad (14)$$

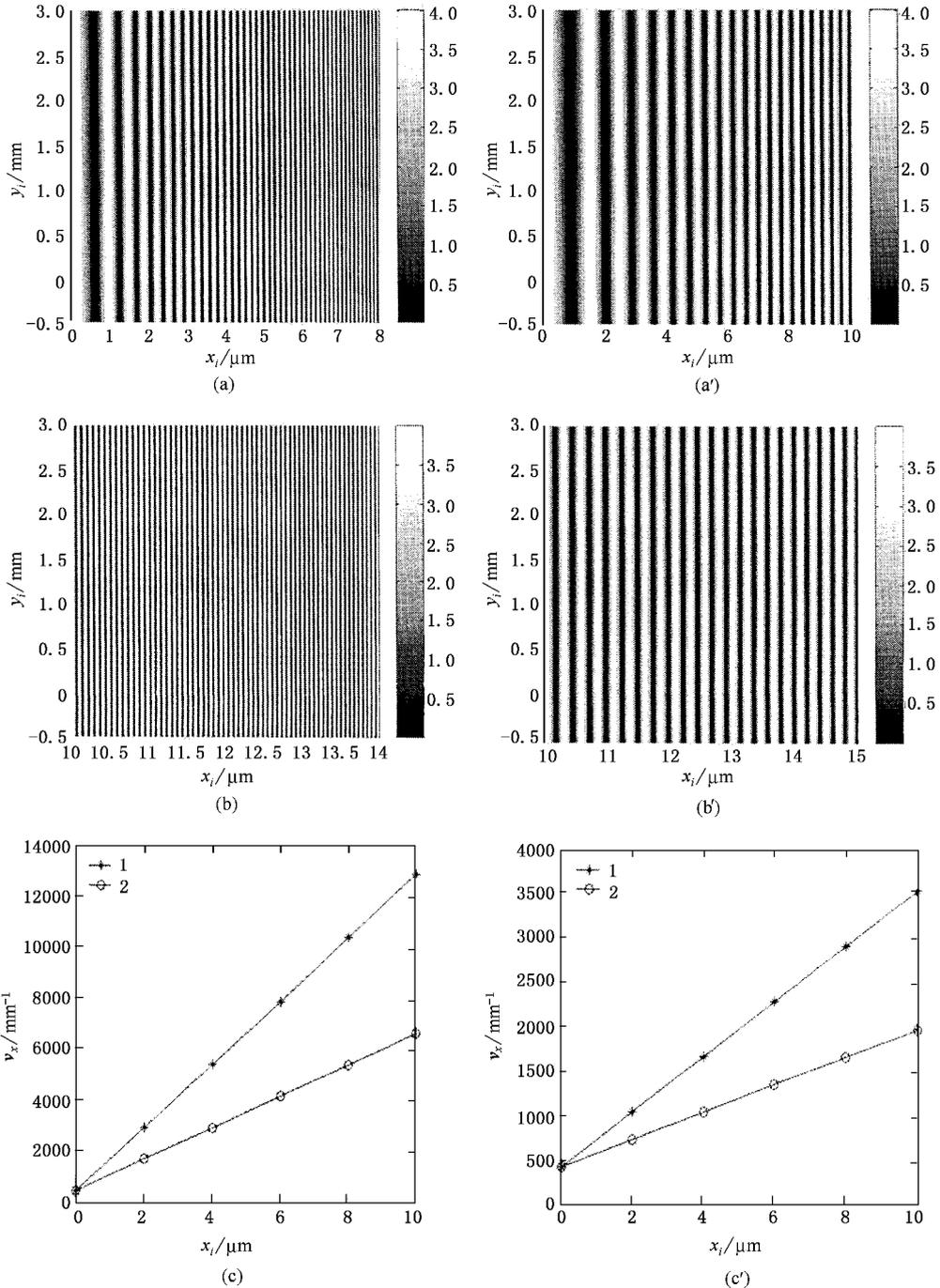


图2 在全息记录干板平面上形成的全息图的结果 (a)(b)和(a')(b')为光强分布图(c)和(c')为空间频率随横向坐标变化图(曲线1为本文的结果,曲线2对应文献6的结果,为了清晰,对(b)(b')的坐标进行了放大)

当  $\Delta x$  很小时,  $I(\omega'_1) \approx I(\omega'_2)$ ,  $I(\omega_1) \approx I(\omega_2)$ , 因此(14)式可以近似表示为

$$\Delta x \approx \frac{\lambda}{\left\{ \frac{n-1}{[D(n-1)-R]} - \frac{n-1}{[D'(n-1)-R']} \right\} x_i + \sin\alpha}. \quad (15)$$

干涉条纹的空间频率  $\nu_x = 1(\Delta x)$  可表示为

$$\nu_x = \left\{ \frac{n-1}{\lambda[D(n-1)-R]} - \frac{n-1}{\lambda[D'(n-1)-R']} \right\} x_i + \frac{\sin\alpha}{\lambda}. \quad (16)$$

下面来看条纹的空间频率随坐标  $x_i$  的变化规律

$$\frac{d\nu_x}{dx_i} = \frac{n-1}{\lambda[D(n-1)-R]} - \frac{n-1}{\lambda[D'(n-1)-R']} \quad (17)$$

由(16)和(17)式可见,空间频率随空间坐标线性变化,在相同实验参数条件下,空间频率较高而且空间频率的变化率要大得多.在柱透镜与全息记录平面之间的距离满足  $D \approx R(n-1)$ ,  $D' \approx R'(n-1)$ , 且  $[D(n-1)-R] \times [D'(n-1)-R'] < 0$  时,可以获得相当高的空间频率和空间频率的变化率.要使空间频率尽可能地高,还要尽可能地增大柱透镜两光束之间的夹角.

如果忽略透镜有限的尺寸所引起的衍射,光束 1 和 2 的光场在记录平面上的复振幅可分别表示为

$$U_1(x_i, y_i) = \frac{A}{2Q\sqrt{D}} \exp\left\{ \frac{i\pi}{\lambda} \left[ \frac{n-1}{D(n-1)-R} \right] x_i^2 \right\} \quad (18)$$

$$U_2(x_i, y_i) = \frac{A}{2Q\sqrt{D'}} \exp\left\{ -\frac{i\pi}{\lambda} \left[ \frac{n-1}{D'(n-1)+R'} \right] x_i^2 \right\}$$

$$\times \exp\left\{ -\frac{i2\pi}{\lambda} \sin\alpha \cdot x_i \right\}. \quad (19)$$

通过与上面相同的过程分析可以求得此时干涉条纹的空间频率的严格解与不忽略衍射时的近似解完全相同,由(16)式表示.

### 3. 数值模拟全息图

根据上面的理论分析,我们编译了全息记录干板上条纹分布的模拟程序,用此程序对干涉条纹进行了模拟.在各参数分别取不同值时,得到相应的干涉条纹分布如图 2 所示.图(a)(b)(c)给出的是参数取值分别为  $A = 1$ ,  $R = R' = 20.00\text{cm}$ ,  $n = 1.5$ ,  $D = 40.20\text{cm}$ ,  $D' = 39.80\text{cm}$ ,  $\lambda = 800\text{nm}$ ,  $\alpha = 20^\circ$  时条纹分布图和条纹空间频率的变化率曲线;图(a'),(b')(c')所对应的各参数取值分别为  $A = 1$ ,  $R = R' = 20\text{cm}$ ,  $n = 1.5$ ,  $D = 40.8\text{cm}$ ,  $D' = 39.2\text{cm}$ ,  $\lambda = 800\text{nm}$ ,  $\alpha = 20^\circ$ .图 2(a')(b')(c')中透镜与全息记录干板之间的距离更接近  $R(n-1) = 40\text{cm}$ ,其条纹的空间频率及其变化率也明显高于(a)(b)(c)的结果.因此,在其他各参数一定的情况下,柱透镜与全息记录干板的距离不同所产生的条纹的空间频率及其变化率不同,当此距离取值越接近  $R(n-1)$ ,条纹的空间频率变化率越大.此外,由图 2(c)(c')还可以看到,在取相同的实验参数的情况下,用我们所提出的方法得到的条纹的空间频率及其变化率都高于文献[6]的结果.

[1] Ye F W et al 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 328 (in Chinese) [叶芳伟等 2003 物理学报 **52** 328]

[2] Kintaka K et al 2000 *Appl. Opt.* **39** 489

[3] Wu S D and Glytsis E N 2003 *J. Opt. Soc. Am. B* **20** 1177

[4] Yu W X et al 2003 *Optics Express*, **11** 1925

[5] Murty M V R K 1960 *J. Opt. Soc. Am.* **1** 7

[6] Murty M V R K et al 1979 *Optical Engineering* **18** 526

[7] Chen J W et al 1986 *Chinese Optics Letters* **13** 291 (in Chinese) [陈建文等 1986 中国激光 **13** 291]

[8] Ren L Y et al 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 2788 (in Chinese) [任立勇等 2003 物理学报 **52** 2788]

# A new method to produce high spatial frequency grating with variable spacing<sup>\*</sup>

Zhu Hua-Feng   Chen Jian-Wen   Gao Hong-Yi   Xie Hong-Lan   Xu Zhi-Zhan

( *Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Shanghai 201800, China* )

( Received 18 March 2004 ; revised manuscript received 15 July 2004 )

## Abstract

In this article, a new method to produce gratings with linearly variable spatial frequency is proposed and the expression of grating frequency is obtained. By inserting special lenses into the two light paths, the production of grating with linearly variable spatial frequency is realized. The modification of frequency can be easily achieved by properly adjusting the experimental parameters. The simulated hologram is given.

**Keywords** : holographic grating, holograph, grating with variable spacing

**PACC** : 4240E, 4240J

---

<sup>\*</sup> Project supported by the National Natural Science Foundation of China ( Grant No.60278030 ).