第 54 卷 第 2 期 2005 年 2 月
1000-3290/2005/54(02)/0802-05

物 理 学 报
ACTA PHYSICA SINICA

Vol.54, No.2, February, 2005

地层静温预测的非牛顿流体数学模型*

郭永存[1)2)] 曾亿山[3)] 卢德唐[1)]

[1)] (中国科学技术大学力学和机械系，合肥 230026)

[2)] (安徽理工大学机械系，淮南 232001)

[3)] (合肥工业大学机械与汽车工程学院，合肥 230009)

(2004 年 4 月 16 日收到；2004 年 7 月 7 日收到修改稿)

根据热力学参数、泥浆参数及井筒结构参数等，先选定一个地层温度梯度进行计算，得出泥浆出口温度.将此计算值与实测温度值比较，按照比较结果再修正所选的地层温度梯度.如此反复，直到得出合理的地层温度梯度.在此基础上，从热力学及流体力学等有关方程出发，经过推演得到井壁上温度随深度变化以及地层温度分布的数学模型.由于钻井过程中泥浆、岩石及其温度场间是相互作用、相互影响的，这为研究热-流-固耦合渗流过程的理论与应用提供了一种新的方法.

关键词：温度梯度，非牛顿流体，数学模型

PACC：4755M

1. 引 言

钻井时，由于地层温度梯度的影响，钻井液通过与地层交换热量，使得地层出现温度分布不均现象，这种分布使钻井液温度有所升高，导致泥浆入口与出口温度有所不同.这是温度场变化、流体渗流及岩石变形等三者之间的耦合过程[1—5].如何通过入口与出口泥浆温度差来反算地层的静温是录井工作中一个很有意义的研究课题，也是热-流-固耦合过程理论与应用研究的重要领域之一.

由泥浆入口温度和出口温度计算井底静温的原理是在所有热力学参数、泥浆有关参数及井筒结构参数等已知的情况下，给一个地层温度梯度，可通过有关计算得到泥浆出口温度，将这个计算温度与实测的泥浆出口温度进行对比，如果两者不相符合，则改变地层温度梯度后再进行计算.如此反复，直至计算的出口温度与实测的泥浆出口温度一致为止，此时的地层温度梯度可被用来计算该井深下的地层静温.因此，研究地层静温的关键是从热力学及流体力学有关方程出发，通过数值差分或其他方法得到井壁上的温度随深度的变化及地层的温度分布，下面将阐述这方面的问题.

对于钻井液可以认为是不可压流体，但由于泥浆的黏稠性，不可能用牛顿流体来处理，必须采用非牛顿流体，对非牛顿流体这里研究的是宾汉流体和幂律流体.例如高固相泥浆及加重泥浆其流变特征近似宾汉流体，低固相泥浆及加入稀释剂的泥浆，其流变特征近似幂律流体[6—9].

由于流体的特性参数对热传导有重要的影响[10—14]，必须研究这些特性参数，这些参数包括流体的视黏度(或有效黏度)、流体的比热、导热系数和体积膨胀系数、流体与固体之间的对流传热、环状空间中流体自由对流对热传导的影响.下面将分别论述之.

2. 数学模型的建立

2.1. 流体的视黏度(或有效黏度)

对于非牛顿流体，这里只讨论幂律流体、Bingham 流体，如果不知道流体类型，但知道黏度计的读数可以使用有关规则判断流体，对于这三种类型的情况，流体视黏度介绍如下.

2.1.1. 幂律流体

对于幂律流体，其有效黏性系数 μ_{eff} 定义为

* 国家自然科学基金(批准号：10102020)和安徽省教育厅自然科学研究项目(批准号：2004kj112)资助的课题.

$$\mu_{eff} = M\gamma^{n-1}, \tag{1}$$

式中 M 为幂律流体的黏性系数,Pa;n 为幂律流体指数系数,无量纲;γ 为剪切应变力,s^{-1}.

对于圆管道,剪切应变力可写成

$$\gamma = \frac{V(3n+1)}{nR}, \tag{2}$$

式中 V 为流体速度,m/s;R 为圆管半径,m.

对于内外径为 R_1,R_2 的环形管道其剪切应变力

$$\gamma = \frac{2V(2n+1)}{n(R_2-R_1)}. \tag{3}$$

温度对黏度系数影响较大,上面的关系式是在 294.3K 时得出的,其他温度时,应加以修正.

2.1.2. Binghan 流体

对于 Bingham 流体,有效黏度系数 μ_{eff} 定义为

$$\mu_{eff} = \mu_p + \frac{\tau_0}{\gamma}, \tag{4}$$

式中 μ_p 为塑性黏度,Pa·s;τ_0 为屈服点,N/m^2.

对于圆形管道,其剪切应变力

$$\gamma = \frac{4V}{R} = \frac{4Q}{\pi R^3}, \tag{5}$$

式中 Q 为流体体积流量,m^3/s.

对于内、外径分别为 R_1,R_2 的环形管道

$$\gamma = \frac{6V}{(R_2-R_1)} = \frac{6}{\pi}\frac{Q}{(R_2-R_1)(R_2^2-R_1^2)}. \tag{6}$$

2.1.3. 流体类型未知时

如果只知道若干个黏度计读数(如 R_{600},R_{300},R_{200},R_{100}等),而不知道流体类型,则可用下述方法,首先判别流体类型,再计算流体视黏度系数.

设黏度计的转数为 N(r/min)时,其读数为 R_N(N/m),则

$$\tau = 106.7R_N. \tag{7}$$

令

$$\gamma = 1.703\mathrm{N}, \tag{8}$$

$$\gamma = \frac{n'\sum xy - \sum x\sum y}{\sqrt{[n'\sum x^2 - (\sum x)^2]}\sqrt{[n'\sum y^2 - (\sum y)^2]}}, \tag{9}$$

式中 n 为读数的个数.

现将($\lg\gamma$,$\lg\tau$),(γ,τ)分别替代方程(9)中的(x,y),从而得到 γ_p,γ_B.

如果$\frac{1+\gamma_B}{2} < \gamma_p < 1$,则流体可采用幂律流体 如果 $\gamma_B \leqslant \gamma_p \leqslant \frac{1+\gamma_B}{2}$,则可以视流体为 Bingham 流体.

对于幂律流体,有

$$n = \frac{\sum \lg R_N \sum \lg\gamma - n'\sum(\lg R_N \lg\gamma)}{[(\sum \lg\gamma)^2 - n'\sum(\lg\gamma)^2]}, \tag{10}$$

$$M = \frac{\sum(\lg R_N \lg\gamma)\sum \lg\gamma - \sum \lg R_N \sum(\lg\gamma)^2}{[(\sum \lg\gamma)^2 - n'\sum(\lg\gamma)^2]}. \tag{11}$$

对于 Bingham 流体

$$\tau_0 = 0.51\frac{\sum(NR_N)\sum \lg R_N \sum N^2}{(\sum N)^2 - n'\sum N^2}, \tag{12}$$

$$\mu_p = 0.3\frac{\sum R_N \sum N - n'\sum(R_N N)}{(\sum N)^2 - n'\sum N^2}. \tag{13}$$

2.2. 流体的比热,导热系数和体积膨胀系数

由于泥浆是液-固混合物,那么混浆中固相份额为

$$SF = 0.0317(\rho - 1000) \quad (\rho > 1000),$$
$$SF = 0.00508(\rho - 831.2) \quad (831.2 < \rho < 1000), \tag{14}$$

式中 ρ 为流体和固体混合物的密度,kg/m^3.

泥浆的热容量 C 可表示为

$$C = 1 - 0.777SF, \tag{15}$$

泥浆的导热系数 K 为

$$K = 0.399 + 9.60SF. \tag{16}$$

体积膨胀系数 β 为

$$\beta = 3.6\times 10^{-4}, \tag{17}$$

式中 C 为热容量,J/kg·K;K 为导热系数,W/m·K.

由于 K,β 是温度的函数,但这里可视作不随温度而变化.

2.3. 流体的对流过程

当流体流过固壁时,流体与固壁之间的传热称为对流传热,井筒内的对流传热则由表面对流系数 h 来决定.

$$h = \frac{N_{Nu}K}{D}, \tag{18}$$

式中 N_{Nu} 为 Nusselt 数,一组无量纲量;D 为管道直径,m.

Nusselt 数与 Reynold 数与 Prandlt 数之间有关系,其 Reynold 数与 Prandlt 数定义如下. Reynold 数 N_{Re} 为

$$N_{\mathrm{Re}} = \frac{\rho v D}{\mu}. \tag{19}$$

Prandlt 数 N_{Pr}为

$$N_{\mathrm{Pr}} = \frac{\mu C}{K}, \tag{20}$$

式中 μ 为流体的黏度,Pa·s;v 为流体的流速,m/s.由实验得出三个无量纲数之间的关系为

$$N_{\mathrm{Nu}} = 0.023 N_{\mathrm{Re}}^{0.8} N_{\mathrm{Pr}}^{0.35} \quad (0.6 < N_{\mathrm{Pr}} < 100),$$

$$N_{\mathrm{Nu}} = \frac{(f/8) N_{\mathrm{Re}} N_{\mathrm{Pr}}}{1.2 + 11.8(N_{\mathrm{Pr}} - 1) N_{\mathrm{Pr}}^{-0.35}\sqrt{f/8}}, \tag{21}$$

式中 f 为沿程摩擦系数,可表示为

$$f = \frac{64}{N_{\mathrm{Re}}} \quad (N_{\mathrm{Re}} < 2000),$$

$$f = 0.013 \quad (N_{\mathrm{Re}} > 350000),$$

$$f = \frac{64 + 0.007735(N_{\mathrm{Re}} - 2000)}{2000} \quad (2000 < N_{\mathrm{Re}} < 4000),$$

$$f = \frac{0.316}{N_{\mathrm{Re}}^{0.25}} \quad (4000 < N_{\mathrm{Re}} < 350000).$$

2.4. 流体的自然对流传热

环空中的流体自然对流使流体沿径向的热导系数增大,根据实验,可得出环状空间中自然对流的有效导热系数值 K_{eff}为

$$K_{\mathrm{eff}} = 0.049 K (G_{\mathrm{r}} N_{\mathrm{Pr}})^{0.333} N_{\mathrm{Pr}}^{0.073}, \tag{22}$$

式中

$$G_{\mathrm{r}} = \frac{(r_0 - r_{\mathrm{i}})^3 \rho^2 \beta g \Delta T}{\mu^2};$$

β 为热膨胀系数,K^{-1};r_0 为环状空间外径,m;r_{i} 为环状空间内径,m;ΔT 为环状空间径向温度差,K.这样流体的自然对流传热就等效于导热.

2.5. 井筒和地层之间的传热

确定井及地层的温度分布是一件复杂的工作,这是因为影响温度分布的因素很多,包括井内流体的流动类型、井的结构、流体、井筒、水泥、岩石的热导特性等.这些因素中的许多因素又是随时间变化的,联立求解能量方程、动量方程、连续方程和状态方程十分困难.为此,对能量方程做了简化,略去了与其他方程耦合项,从而可以独立求解相关方程,以确定温度分布.

从钻铤到地层可能要经过多层套管的水泥层,它们之间的传热是较复杂的,必须考虑导热、对流(包括表面对流和自然对流),而辐射项可以忽略.

热传导方程为

$$q_r = -\Delta Z U \Delta T, \tag{23}$$

式中 U 为传导系数,可定义成

$$U = \frac{2\pi}{\dfrac{1}{h r_1} + \dfrac{\ln(r_2/r_1)}{K_1} + \dfrac{\ln(r_3/r_1)}{K_2} + \cdots}, \tag{24}$$

h 为流体表面对流系数,$\mathrm{W/m^2 \cdot K}$;K_1,K_2,…为各环状介质的导热系数,W/m·K;r_1,r_2,…为介质交界处的半径,m;ΔZ 为垂向距离,m.

固体的导热系数等随温度变化较小,可以看作常数(见表 1).

表 1 三种固体的导热系数

材料	密度/(km/m³)	比热/(J/kg·K)	导热系数/(W/m·K)
水泥	10377	837.2	1.04
泥土	13969	1255.8	1.73
钢铁	48892	460.5	45.33

而流体的表面对流系数和导热系数都是温度的函数,这样方程(24)就成为非线性的,实际计算中可以用上一步的温度求出系数,从而使方程线性化.

2.6. 井筒内温度分布的差分

当钻井时,处于钻进期间的流体,其能量方程可表示成

$$\rho \frac{\mathrm{d}h}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}t} + \phi + \nabla \cdot (K \nabla T) + \rho q, \tag{25}$$

式中 h 为流体(泥浆)的焓;Φ 为热函数.

方程(25)的差分形式为

$$\begin{aligned} & A\Delta Z \rho C \frac{\Delta \rho}{\Delta t} + A\Delta Z \frac{\Delta \rho}{\Delta t}(1 - \beta T) \\ & + AV[\rho C \Delta T + \Delta \rho (1 - \beta T)] \\ & = A\Delta Z \frac{\Delta \rho}{\Delta t} + AV\nabla \rho + \nabla (K \nabla T) + \rho q + \phi, \end{aligned} \tag{26}$$

式中 $\beta = -\dfrac{1}{\rho}\left(\dfrac{\partial \rho}{\partial T}\right)_{\mathrm{P}}$ 为流体体积膨胀系数,K^{-1};A 为面积,m^2.

动量方程为

$$\rho \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{V}}{\mathrm{d}t} = \rho \boldsymbol{g} - \nabla \rho + \mu \Delta \boldsymbol{V}. \tag{27}$$

方程(27)的差分形式为

$$\begin{aligned} AV\nabla \rho = & -\rho V \frac{\partial V}{\partial t} \Delta Z A - AV\rho \Delta\left(\frac{V^2}{2}\right) \\ & + V\rho G A \Delta Z - AV\mu \Delta Z \Delta V. \end{aligned} \tag{28}$$

将方程(28)代入方程(26),并略去两方程中耦合项及耗散项 Φ 后得到

$$\Delta E^n = \Delta H + \Delta KE + \Delta\rho E + \Delta E^\alpha + Q = \Delta E^f + \Delta E^\alpha + Q, \quad (29)$$

式中 $\Delta E^n = \rho VC \dfrac{\Delta T}{\Delta t}$ 为单元内能量的聚集项；$\Delta H = VA[PC(T_{k,i} - T_{k-1,i}) + (P_k - P_{k-1})(1 - \beta T_{k-1/2t})]$ 为能量的输运项；$\Delta KE = \dfrac{1}{2}VA\rho(V_k^2 - V_{k-1}^2)$ 为动能输运项；$\Delta PE = \rho VAg\Delta Z$ 为势能输运项；$\Delta E^\alpha = E_k^q - E_{k-1}^q = \Delta ZU_{k-1/2i}\Delta T_{k-1/2i} - \Delta ZU_{k-1/2i}\Delta T_{k-1/2,i}$ 为网络单元内热传导项；$U = \dfrac{2\pi}{\dfrac{1}{nr_1} + \dfrac{\ln(r_2/r_1)}{K_1} + \cdots}$ 为轴对称空间径向热传导项；$q_r = -\Delta ZU\Delta T$ 为轴对称热传导方程.

经过整理后，差分方程可写成

$$T_{k,i}^{n+1} = A_{k,i}T_{k-1,i}^{n+1} + B_{k,i}T_{k+1}^{n+1} + C_{k,i}T_{k,i-1}^{n+1} + D_{k,i}T_{k,i+1}^{n+1} + E_{k,i}T_{k,i}^{n} + F_{k,i}T_{k-1,i-1}^{n} + G_{k,i}T_{k-1,i+1}^{n+1}, \quad (30)$$

式中

$$A_k^i = \frac{2VAPC}{H\Delta E} + U_{k,i-1} + U_{k,i} + \frac{(\rho CA)^f + (\rho CA)^{st}}{\Delta t},$$

$$B_{k,i} = 0,$$

$$C_{k,i} = \frac{U_{k,i-1}}{H},$$

$$D_{k,i} = \frac{U_{k,i}}{H},$$

$$E_{k,i} = \frac{(\rho CA)^f + (\rho CA)^{st}}{H\Delta t},$$

$$F_{k,i} = \frac{U_{k-1,i-1}}{H},$$

$$G_{k,i} = \frac{U_{k-1,i}}{H},$$

$$H = \frac{2VA\rho C}{\Delta E} + U_{k,i-1} + \frac{(\rho CA)^f + (\rho CA)^{st}}{\Delta t}.$$

2.7. 岩石中的温度分布

岩石中的传热较简单，只有导热项，而无对流传热项，径向传热为

$$q_r = -\Delta ZU\Delta t. \quad (31)$$

流进网格中的能量为

$$E_{n-1} = \Delta ZU_{k,i-1}\Delta T_{k,i-1}. \quad (32)$$

流出网格中的能量为

$$E_i = \Delta ZU_{k,i}\Delta T_{k,i}, \quad (33)$$

式中

$$U = \frac{2\pi k}{\ln\dfrac{r_0}{r_i}},$$

r_0 为圆管外径，m；r_i 为圆管内径，m.

轴向传热为

$$q_r = KA\frac{\Delta T}{\Delta Z}. \quad (34)$$

流进网格的热量为

$$E_{k-1} = -K_{k-1/2i}A_i\frac{T_{k,i} - T_{k-1,i}}{\Delta Z}. \quad (35)$$

流出网格的热量为

$$E_k = -E_{k+1/2,i}A_i\frac{T_{k+1,i} - T_{k,i}}{\Delta Z}. \quad (36)$$

单元的能量聚积为

$$E^\alpha = \rho VC\frac{\Delta T}{\Delta t}. \quad (37)$$

网络的能量方程为

$$\Delta E^\alpha = \Delta E^\alpha + \Delta E_\gamma^\alpha + Q. \quad (38)$$

经整理后，差分形式的方程为

$$T_{k,i}^{n+1} = A_{k,i}T_{k-1,i}^{n+1} + B_{k,i}T_{k+1,i}^{n+1} + C_{k,i}T_{k,i-1}^{n+1} + D_{k,i}T_{k+1,i}^{n+1} + E_{k,i}T_{k,i}^{n}, \quad (39)$$

式中

$$A_{k,i} = \frac{A}{4H\Delta Z_{k-1}}(K_{k-1} + K_k),$$

$$B_{k,i} = \frac{A}{4H\Delta Z_{k+1}},$$

$$C_{k,i} = \frac{\Delta Z_k U_{k,i-1}}{H},$$

$$D_{k,i} = \frac{\Delta Z}{H}\frac{\rho CA}{\Delta t},$$

$$E_{k,i} = \frac{\Delta Z_k U_{k,i}}{H},$$

$$\Delta Z_{k-1} = Z_k - Z_{k-1},$$

$$\Delta Z_{k+1} = Z_{k+1} - Z_k,$$

$$\Delta Z_k = \frac{Z_{K+1} + Z_k}{2} - \frac{Z_{k+1} + Z_k}{2}.$$

3. 结　　论

1. 本文通过假定的地层温度梯度计算出口泥浆温度，并将此温度与实测值比较，不断修正所选的地层温度梯度，最终得到合理的地层温度梯度. 从而，计算出井的深处地层静温.

2. 通过数值差分方法，求解岩石中温度分布，并计算出各点的温度.

3. 计算所得的地层静温为钻井液的配制、钻头速度的确定等钻井工艺数的优化选定，提供了理论依据.

[1] Biot M A 1941 *J. Appl. Phys.* **12** 155

[2] Biot M A 1951 *J. Appl. Mech.* **24** 594

[3] Rummel F 1987 *Fracture Mechanice of Rock* (Calif:Academic. San Diego) p217

[4] Hsieh P A and Bredehoeft J D 1981 *J. Geophys. Res.* **86** 903

[5] Pinder G F 1979 State of the art review of geothermal reservoir modeling. Rep LBL-9093, Lawrence Berkely Lab. Berkeley, Calif.

[6] Wang J S Y *et al* 1983 *J. Environ. Geol.* **4** 133

[7] Ryan M M 1990 *Transport and Storage*. Wiley

[8] Wang J S *et al* 1981 *J. Geophys. Res.* **86** 375

[9] Kong X Y *et al* 1996 *Advances in Mechanics* **26** 510(in Chinese) [孔祥言等 1996 力学进展 **26** 510]

[10] Kong X Y *et al* 1999 *Advance Fluid Flow in Porous Media* (Hefei: University of Science and Technology of China Press) (in Chinese) [孔祥言 1999 高等渗流力学(合肥:中国科学技术大学出版社)]

[11] Mctigue D F 1986 *J. Geophys. Res.* **91** 953

[12] Norris A 1992 *J. Appl. Phys.* **71** 1138

[13] Zimmerman R W 2000 *Int J. Rock Mech. Mining Sci.* **37** 79

[14] Manteufel R D *et al* 1996 Aliterature review of coupled thermal-hydrologic-mechanical-chemical processes pertinent to proposed high-level nuclear waste repository at Yucca Mountain. US Nuclear Report CNWRA92-011

The non-Newtonian fluid mathematical model for strata static temperature forecast*

Guo Yong-Cun[1)2)] Zeng Yi-Shan[3)] Lu De-Tang[1)]

[1)] (*Department of Mechanics and Mechanic Engineering, University of Science and Technology of China. Hefei* 230026, *China*)

[2)] (*Department of Mechanic Engineering, Anhui University of Science and Technology, Huainan* 232001, *China*)

[3)] (*School of Machinery and Automobile Engineering, Hefei University of Technology, Hefei* 230009, *China*)

(Received 16 April 2004; revised manuscript received 7 July 2004)

Abstract

Firstly, we choose a strata temperature gradient and start to compute. According to thermodynamic parameters, mud fluid parameters and well casing structure parameters etc., the exit temperature of mud fluid can be obtained. By comparing the calculated value with the measured value of the exit temperature, we correct the chosen strata temperature gradient. Sequentially, we do above-mentioned works repeatedly until a proper strata temperature gradient is gained. Based on this, derived from the equations of thermodynamics and fluid mechanics, we can obtain the temperature variation along the depth of sidewall, and the mathematical model of distribution of strata temperature. Since mud fluid, rock and the temperature field are interactive and interfering during the process of drilling wells, the above technique provides a new method for investigating the theory and applications of the coupled thermal-hydrological-mechanical processes.

Keywords: temperature gradient, non-Newtonian fluid, mathematical model

PACC: 4755M

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 10102020) and the Natural Science Development Program of Education office of Anhui Province of China (Grand No. 2004kj112).