影响单电子非线性汤姆孙散射因素的研究*

郑 君¹," 盛政明¹," 张 杰¹) 魏志义¹) 余 玮²)

¹(中国科学院物理研究所光物理开放实验室,北京 100080)
 ²(中国科学院上海光学精密机械研究所,上海 201800)
 (2004年5月21日收到 2004年6月25日收到修改稿)

应用电子汤姆孙散射的经典理论,通过理论分析和计算机模拟,研究了超短超强激光脉冲作用下电子产生的 辐射脉冲的性质.计算表明,在这种情况下,电子的辐射通常以阿秒脉冲列的形式出现.讨论了不同激光场参数(包 括激光强度、脉宽、初相位和偏振态),不同电子初始状态(初始速度和位置)对辐射脉冲的时间和空间特性的影响. 通常在相对论光强条件下,激光强度越大,电子辐射越强,脉宽越窄,中心频率越大,并且方向性越好;电子在线偏 振激光中产生的辐射效率,比在同样强度下圆偏振激光中产生的效率更高;无论入射光是线偏振光,还是圆偏振 光,辐射场呈现较复杂的偏振态,并且它与辐射方向有关.当电子具有一定的初始能量时,通常辐射场的振幅随电 子初始能量的增大而增大.不管电子的初始能量以及运动方向如何,做相对论运动的电子产生的辐射趋向于出现 在靠近电子运动方向的角度区域.

关键词:非线性汤姆孙散射,超短超强激光脉冲,阿秒脉冲辐射 PACC:0330,0350,3130J,6180C

1.引 言

20 世纪 90 年代以来,随着超短脉冲啁啾放大 技术的发展,人们已能把激光脉冲的宽度压缩到了 fs 量级^[1],峰值功率提高到 TW—PW 量级.通过适当 聚焦后,激光场已经可以达到相对论光强.这样就为 研究相对论电子动力学有关问题,比如粒子加速和 辐射产生提供了新的途径.

在经典理论下,电子在受到低强度的激光辐射 时,入射光中的磁场对电子的作用力非常小,通常可 以认为电子只受到电场的作用.其中产生辐射的过 程是一个线性过程,散射光的频率等于入射光的频 率.过去几年里,超短超强激光脉冲的发展,重新引 起了人们对这个经典问题——汤姆孙散射的兴趣. 电子在相对论光强的激光场作用下,振荡速度接近 光速,此时光场中的磁场对电子的作用已可以与电 场相比.因此电子在这样的光场中作非线性的振荡 运动.其汤姆孙散射就成了相对论的、非线性的复杂 问题.电子在超短超强激光脉冲作用下可以辐射出 超短 x 射线脉冲.获得超短波长和超短脉宽的相干 辐射对医学、生物学、物理学和材料科学等学科中有 关时间分辨的研究具有很重要的意义.

正因为如此,人们对相对论情况下的非线性汤 姆孙散射产生了浓厚的兴趣^[2-12].早在 1970 年, Sarachik和 Schapper^[2]就在两种坐标系中分析了初 始静止的单电子的非线性相对论汤姆孙散射的谐波 光谱.Esarey^[6]详细介绍了电子束和等离子体对强激 光的非线性汤姆孙散射理论.Laf⁷¹利用经典汤姆孙 散射模型,从理论上分析了单电子在有限长平面波 作用下的运动和散射谱的性质.Chen^[8]首先报道了 有关非线性汤姆孙散射的直接观测结果.Ta Phuoc 等人^[9]通过氦等离子体中相对论电子对强飞秒激光 的非线性汤姆孙散射,得到了 x 射线.Lee 模拟分析 了初始状态静止的单电子在强脉冲激光场下的汤姆 孙散射特点^[10],还分析了相对论非线性汤姆孙散射 的谐波结构的时间和空间特性^[11],发现在超短超强 激光作用下,电子能辐射阿秒脉冲列.但上述研究还

^{*}国家自然科学基金(批准号:10335020,10105014和10390160)国家高技术惯性约束聚变基金及中国科学院知识创新工程项目资助的 课题。

 $^{^{\}dagger}$ E-mail : jzheng@aphy.iphy.ac.cn

[‡] E-mail : zmsheng@aphy.iphy.ac.cn

没有涉及电子的其他初始运动状态对相对论非线性 汤姆孙散射的谐波结构的时间和空间特性的影响.

本文应用一个电子在光场中做非线性汤姆孙散 射的经典理论,忽略散射场对电子的反作用,从理论 和计算机模拟上,分析在超短超强激光脉冲作用下, 电子辐射的脉冲的性质.详细讨论了不同激光场情 况(激光强度、脉宽、初相位和偏振态)不同的电子 初始状态(初始速度和位置)和不同观测方位对电子 运动和辐射脉冲的影响.

2. 基本理论

电子在任意强度和偏振态的平面电磁场中的运 动等式可被精确地求解,再由此解可以求出电子汤 姆孙散射的功率.激光脉冲的特征值是它的振幅 参数,

 $a_0 = eA_0/m_ec^2 = 0.85 \times 10^{-9} \sqrt{I\lambda^2}$,

其中 $e_{,m_e}$ 分别是电子电量和静止质量 ,c 是光速 , A_0 是光场矢势的振幅 ,I 是光强(单位是 W/cm²), λ 是激光波长 ,单位是 μ m.电子在光场中的运动方 程为

 $m_e \frac{d}{dt} (\gamma v) = -e(E \times \beta \times B),$ (1) 其中v 是电子的速度, $\beta = v/c$,相对论因子 $\gamma = 1/\sqrt{1-\beta^2}$, E和B分别是入射激光的电场和磁场, 它 们可表示为

$$E = \frac{E_0}{\sqrt{2}} f(t) \left[\sqrt{1+p} \cos(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega_0 t + \phi_0) \hat{x} + \sqrt{1-p} \cos(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega_0 t + \phi_0) \hat{y} \right],$$

 $\boldsymbol{B} = \hat{k} \times \boldsymbol{E}$,

其中 E_0 是峰值电场强度 ,k 是光场波矢 , ω_0 是频 率 , ϕ_0 是初相位 ,参数 p 描述激光偏振态 ,即 p = 1 是线偏振 ,p = 0 是圆偏振 ,f(t)是光场时间包络函数 本文中取

$$f(t) = \sin^2\left(\frac{\pi(z - ct)}{L}\right)$$

其中 L 取 10 个入射激光波长.

由方程 1)可以推知 ,单电子在平面波中的运动 有两个守恒量^[13]:

$$\gamma \beta_{\perp} - a_{\perp} = \text{const.}$$
,
 $\gamma - \gamma \beta_z = \text{const.}$,

其中 $a_{\perp} = (e/m\omega_0 c)E_0 f(t)\sqrt{2}$,是归一化的光场矢 势的横向分量.再由 $\gamma = \sqrt{1 + (\gamma\beta_{\perp})^2 + (\gamma\beta_{z})^2}$,可 得出电子的横向和纵向速度分别为

$$\beta_{\perp} = \frac{\chi \gamma_{0} \beta_{\perp 0} + a_{\perp} \chi \gamma_{0} - \gamma_{0} \beta_{z0}}{1 + (\gamma_{0} \beta_{\perp 0} + a_{\perp})^{2} + (\gamma_{0} - \gamma_{0} \beta_{z0})^{2}},$$

$$\beta_{z} = \frac{1 + (\gamma_{0} \beta_{\perp 0} + a_{\perp})^{2} - (\gamma_{0} - \gamma_{0} \beta_{z0})^{2}}{1 + (\gamma_{0} \beta_{\perp 0} + a_{\perp})^{2} + (\gamma_{0} - \gamma_{0} \beta_{z0})^{2}}, (2)$$

其中 $\beta_{\perp 0}$ 和 β_{z_0} 分别是电子初始(受入射激光作用之前)横向和纵向速度, $\gamma_0 = (1 - \beta_{z_0}^2 - \beta_{\perp 0}^2)^{-1/2}$.这里已经假设在初始时刻,光场的矢势为零.



图 1 单电子在激光场作用下汤姆孙散射示意图

下面计算这个运动电子所激发的电磁势.图1 是单电子在激光场作用下发生汤姆孙散射的示意 图.在观测点 $R = R \hat{n}' \mathcal{V}$,在t'时刻的势是电子在较 早时刻t激发的.又由推迟势的一般公式可以看出 势依赖于粒子运动的速度,但不依赖于加速度.所以 可以由洛伦兹变换得观测点 $R = R \hat{n}' \mathcal{V}$,t'时刻的 势(称为李纳-维谢尔势)

$$\phi(\mathbf{x},t') = \left[\frac{e}{(1-\boldsymbol{\beta}\cdot\hat{n})R}\right]_{\text{ret}},$$
$$A(\mathbf{x},t') = \left[\frac{e\boldsymbol{\beta}}{(1-\boldsymbol{\beta}\cdot\hat{n})R}\right]_{\text{ret}},$$

其中 $\mathbf{R}_{e} = \mathbf{R}_{e}\hat{n} = \mathbf{R} - \mathbf{r}(t)$,下标 ret 意味着上式等号 右边各量都是在时刻 $t = t' - \frac{R_{e}}{c}$ 的取值,例如 $\beta = \beta(t)$.由此得出电子激发的电场和磁场的表达式为

$$E(\mathbf{x}, t') = e\left[\frac{\hat{n} - \boldsymbol{\beta}}{\gamma^{2}(1 - \boldsymbol{\beta} \cdot \hat{n})^{3}R_{e}^{2}}\right]_{ret} + \frac{e}{c}\left[\frac{\hat{n} \times \mathcal{L}(\hat{n} - \boldsymbol{\beta}) \times \dot{\boldsymbol{\beta}}}{(1 - \boldsymbol{\beta} \cdot \hat{n})^{3}R_{e}}\right]_{ret},$$
$$B = [\hat{n} \times E]_{et}.$$
(3)

可见电场 E 分成两项.第一项是与加速度无关的静 电荷的库仑场,它与 R_e^2 成反比,只存在于粒子附 近.第二项是与加速度成线性关系的辐射场,是横向 的,即 E 和 B 都与 \hat{n} 垂直,并且 E 与 B 互相垂直.辐 射场与 R 成反比,能流与 R_e^2 成反比,因而总辐射能 量可以传播到任意远处.

因为能流 $S = \frac{c}{4\pi} E \times H$,在观测点 t'时刻得到的辐射功率角分布 $\frac{dp(t')}{d\Omega} = S \cdot \hat{n}R^2$,所以有

$$\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{p}(t')}{\mathrm{d}\Omega} = \frac{e^2}{4\pi c} \frac{|\hat{n} \times [(\hat{n} - \boldsymbol{p}(t)) \times \dot{\boldsymbol{p}}(t)]|^2}{(1 - \hat{n} \cdot \boldsymbol{p}(t))^6}.$$
(4)

注意

$$t' = t + \frac{\left[\frac{R - r(t)\right] \cdot \hat{n}}{c}}{c} \cong t + \frac{R - r(t) \cdot \hat{n}}{c}$$

即当 $R \gg r$ 时,可近似认为 $\hat{n} = \hat{n}'$.

可见,以相对论速度运动的电子产生的辐射集 中于电子的运动方向¹⁴¹*θ*_M,它可以简单地表示为

$$\tan\theta_M = \frac{\beta_\perp}{\beta_z}.$$
 (5)

当电子初始速度 $\boldsymbol{\beta}_0 = 0$ 时 $\tan \theta_M = 2/a$.

由傅里叶变换可求出单位频率、单位立体角内 的辐射能量为

$$\frac{\mathrm{d}^{2}I}{\mathrm{d}\omega\mathrm{d}\Omega} = 2 + A(\omega)|^{2} , \qquad (6)$$

$$A(\omega) = \sqrt{\frac{e^{2}}{8\pi^{2}c}} \int_{-\infty}^{\infty} \left[\frac{\hat{n} \times \left[(\hat{n} - \beta(t)) \times \dot{\beta}(t) \right]}{(1 - \hat{n} \cdot \beta(t))^{3}} \right]_{\mathrm{ref}}$$

× eⁱ dt. 3. 激光强度、脉宽、初相位和偏振态对

汤姆孙散射的影响

如果电子初速度为零,由方程(2)可知其在激光 场中的横向振荡速度为 $\beta_{\parallel} = a(1 + a^2/2)$,纵向运 动速度为 $\beta_z = (a^2/2)(1 + a^2/2).$ 当入射激光强度 а₀≪1时,它主要是做横向的振荡运动.随着激光振 幅的 增 大 , 电 子 振 荡 速 度 越 来 越 接 近 光 速 [见图 χ a)] 但 β_1 的最大值只能到达 $\sqrt{2}/\chi$ 当 $a_0 \ge$ $\sqrt{2}$ 时 (但是当电子有 – z 方向的初速度时 β , 的最 大值有可能非常接近1).由于激光磁场产生的洛伦 兹力逐渐增强,电子的纵向运动越来越强, β_2 的最 大值越来越接近1.电子横向和纵向速度满足方程 $\beta_{\perp}^{2} + \chi \beta_{\perp} - 1/2$ = 1/2 [见图 χ b)]. 电子的加速度、 横向振荡幅度见图 ((c)],以及动能都随着激光强 度的提高而增大.当 $a_0 = 6.8$ 时,电子横向振荡幅度 最大可达到 1.1 个入射激光波长. 另外, 从图 2 可以 看出,入射激光越强,电子在激光场下运动,受其加 速的时间也就越长,电子在激光场下运动的周期数 和激光脉冲包含的光周期数是一样的,从图2中还 可以看出,由于入射激光的时间包络,电子并非严格 周期性运动,电子受到的电磁场越强时,运动一周的 时间越长.因此,位置、速度和加速度等都是在中间 时段的周期比前后两端时段的周期长.当 $a_0 \gg 1$ 时, 电子轨道周期比激光光周期要长得多.

在 $a_0 \ll 1$ 时,电子的横向振荡频率为激光频率 ω_0 ,其在各个方向上的汤姆孙散射谱只有这一个频率.电子辐射类似偶极辐射,辐射最强的方向与电子 运动方向垂直.随着激光强度的提高,电子在光场 中的横向振荡频率不再是单一的激光频率 ω_0 .观测 到的电子辐射与观测的方位角有关.对线偏振光,初 速度为零的电子产生的辐射主要集中在偏振平面内 (xz 平面,即 $\phi = 0$, π),详见本文第5节讨论).在此 平面内总有一个或几个观测方向上观测到的辐射最 强.图3给出观测方位角 $\phi = 0$ 时得到的在不同入射 光强度下电子单位立体角内辐射能量随 θ 的变化.



图 2 电子运动速度和振荡幅度图 电子初始状态都是静止,入 射激光是线偏振,含 10 个激光周期,入射激光强度 $a_0 = 3.(a)$ 是 光场中电子沿 x 方向运动速度 v_a (实线)和沿 z 方向运动速度 v_z (虚线)随时间的变化 (b)是电子横向速度与纵向速度的关系 (图例示出入射激光强度 a_0)(c)是电子横向与纵向位置关系图

可以看出有一个方向的辐射能量最大,即 θ_M.不同 激光强度下,电子辐射最强的方向也不同.从图3看 出 激光越强,电子辐射最强的方向越靠近电子纵向 运动方向.这是因为以相对论速度运动的电子产生的辐射集中于电子的运动方向.而由上一段的讨论知道,强相对论电子纵向速度大于横向速度,因此它的辐射偏向纵向速度方向.数值计算表明,当 *a*₀达到6.8时,初始状态静止的电子在光场作用下辐射的最强的方向和入射激光的传播方向的夹角约为19°,还是很大,这一点在应用上很有用.



图 3 不同激光强度对电子单位立体角内辐射能量角分布的影响 辐射能量单位是 $e^2(4\pi c\tau_0)$) 图例示出入射激光强度 a_0 (其中 $a_0 = 3$ 的曲线除以了系数 100, $a_0 = 6.8$ 的曲线除以了系数 10000),电子初始速度都是零,入射激光是线偏振,含 10 个激光 周期

另一方面 激光强度越高 辐射的峰值功率就越 大,见图4(a)-(c).这些图表明,在某一观测点,在 每个激光振荡周期里,得到一个电子辐射脉冲.电子 在线偏振强激光作用下,在一个激光周期里产生的 辐射脉冲有双峰的特点[见图 4(d)和(e)].并且当 电子初始状态静止时,其辐射主要集中在 $\phi = 0^{\circ}$ 和 180°的平面上,双峰脉冲与电子纵向运动有关,在半 个光周期里,电子纵向动量对时间的导数会出现零 (详见本文第4节)激光强度越高,汤姆孙散射中的 单个脉冲的脉宽越窄[见图4(d)和(e)],散射谱中 的谐波次数也越高 见图 4(f) (h)].并且由于入射 激光的时间包络 ,在中间时段产生的辐射比前后两 端时段的数值大,脉宽窄.图4(d)和(e)表明,在相 对论光强下,一个激光周期里产生辐射脉冲的脉宽 以及子脉冲中双峰间隔比激光周期小得多.在 $a_0 =$ 3.0时,电子在入射激光脉冲的峰值位置产生的辐 射脉冲的子脉冲中双峰间隔只有 1/40 倍的入射激 光周期 ,在 $a_0 = 6.8$ 时 ,约 1/120 的入射激光周期.





图 4 不同激光强度对电子辐射脉冲及频谱的影响 电子初始状态都是静止,入射激光是线偏振,含 10 个激光周期.(a)(b)(c)是电子辐射功率角分布的时间函数(辐射功率角分布单位是 $e^2(4\pi cr_0^2)$),观测方位角都是 $\phi = 0^\circ$, β 分别是各自的 θ_M ,它们对应的入射激光强度分别 是 $a_0 = 1$, 3, 6.8 (d)和(e)分别是(b)和(c)的最高峰的放大(f)(g)(h)分别对应(a)(b)(c)的单位立体角、单位频率内的能量 $\frac{d^2 I}{d\omega d\Omega}$ 随频率的变化(单位是 $e^2(4\pi cr_0^2)$)

如果入射光周期为 3.3fs,上述间隔分别为 83 和 28as.而由图 4(g)(h)可看出,它们分别有间隔为 40 和 120 的调制. Lee^[10]估计临界光子能量(此能量对 应的光谱强度是最大强度的 1/10) E_e 、辐射功率角 分布 dp/d Ω 和单个脉冲的半高宽 $\Delta t_{\rm FWHM}$ 与入射激 光强度的关系(电子初始状态静止)为 $E_e \propto I^{1.5}$, (dp/d Ω) $\propto I^{4.7} \Delta t_{\rm FWHM} \propto I^{-1.4}$.



图 5 电子辐射功率角分布随时间的变化(单位同图 4) (a)是 入射激光含 20 个激光周期,其他参数同图 4(b)(b)是观测方位 角 $\phi_0 = 90^\circ$ 其他参数同图 4(b)

入射激光脉宽的不同,会影响到每个光周期中的电磁场强度,从而影响到单电子汤姆孙散射中的单个脉冲的幅值、脉宽、单个脉冲间的间隔和最大辐射能量对应的方位角.入射脉冲脉宽越宽,电子辐射的脉冲个数越多,从而会引起总辐射能量的增加.比较图 ƒ(a)与图 4(b)可以看出这点.

入射激光初相位的不同,会引起速度、加速度等物理量的不同的对称性,从而引起电子辐射的脉冲的不同的对称性(见图 5(b)).但对辐射脉冲的幅值、脉宽和总辐射能量的影响不大.本文中除了图 5



图 6 (a) 电子辐射功率角分布的时间函数(单位同图 4)入射 激光是圆偏振,其他参数同图 4(b)(b) 图(a) 中最高峰的放大 图 (c) 图是(a) 的频谱图

(b)外,入射激光初相位都取零.

在入射激光圆偏振时,纵向动量对时间的导数 在一个激光周期里不会出现零,电子辐射的脉冲是 单峰(见图 6).(对于单峰的讨论,详见本文第 4 节) 当电子初始状态静止时,在各个不同的方位角。 上,观测到的辐射功率差别不太大.入射激光线偏振 比圆偏振情况下,电子辐射的单个脉冲的脉宽要稍 微小一些,其脉冲的幅值也较大,相应的辐射频谱中 的谐波次数也更高.另外,线偏振和圆偏振情况下, 电子辐射能量最大的方位角也不尽相同,可参看文 献[10]中图2.可见从电子辐射功率的角分布和能 谱上看,电子在线偏振激光场中的之字形运动比在 圆偏振激光场中的螺旋形运动产生的辐射有更好的 性质.

前面已指出,观察到的散射光信号与观测方位 有极大关系.从图 3 可以看出,对每个激光强度都存 在一个角度 θ_M ,在此角度上观测到的散射光脉冲强 度最大,并且其脉宽也最小.一旦观测角度偏离 θ_M , 电子辐射的脉宽就会变大,幅度也降低.图 7 给出当 $a_0 = 3.0$ 时,在 $\theta = 10^\circ$ 方向观察到的辐射随时间的 变化.与图 4(b)相比,辐射光脉冲强度减小很多,脉 宽变大,一个激光周期里产生的辐射脉冲双峰间距 也增大.角度偏离越多,这些参量变化也会越大.



图 7 电子辐射功率角分布时间函数(单位同图 4) 入射激光 是线偏振 含 10 个激光周期 ,入射激光强度 $a_0 = 3$,电子初始状 态是静止 观测方位角 $\phi = 0$ $\phi = 10^{\circ}$

4. 散射光的偏振态

入射激光的偏振态对电子辐射光的偏振态有影响.而不同的观测方位得到的辐射场的偏振态也不同.假设辐射观测方向沿 n 方向,即辐射场的传播 方向,矢量 n,n₂,n₃互相垂直(见图 8),对于线偏振 入射激光,若观测点在 xz 平面,则由辐射电场公式 (3)可知,观测到的辐射一定是电场沿 n₂ 方向的线 偏振光.图 (x a) 是在 $\phi = 0^{\circ}$, $\theta = \theta_M$ 方向上,并且观 测点在离坐标原点为 10⁶ 个入射激光波长的位置上 得到的辐射电场在 n_2 方向上的分量随时间的变 化.这个电场是由电子周期性运动的前半个周期(电 子 x 方向速度为正值)产生的;若观测方位角 $\phi =$ 180°则观测到的电场是由电子周期性运动的后半 个周期(电子 x 方向速度为负值)产生的.若观测方 位角 $\phi \neq 0$,180°,则辐射光脉冲呈椭圆偏振,虽然入 射光是线偏振的.图 (x b)是在 $\phi = 60^{\circ}$ 和 $\theta = \theta_M$ 的观 测方向上得到的辐射电场在 n_2 和 n_3 方向上的分 量的关系图.电子每运动一周,就在图上形成一个 8 字形.并且左边的圆圈是顺时针,右边的圆圈是逆时 针形成的.



图 8 辐射电场矢量方向示意图 $n = (\sin\theta \cos\varphi, \sin\theta \sin\varphi, \cos\theta), n_2 = (\sin(\theta + \pi/2)\cos\varphi, \sin(\theta + \pi/2)\sin\varphi, \cos(\theta + \pi/2)), n_3 = (\sin(\pi/2)\cos(\varphi + \pi/2), \sin(\pi/2)\sin(\varphi + \pi/2), \cos(\pi/2))$

对于圆偏振入射激光 观测到的辐射一般都呈椭圆偏振.图 10 是在最大辐射强度方向 $\phi = 0^{\circ}$, $\theta = \theta_M$ 观测到的辐射电场在 n_2 和 n_3 方向上的分量的关系 图.可见电子每运动一周 就在图上形成一个圆圈 并且辐射电场在 n_3 方向上的分量绝大部分是正值.

已经知道,辐射功率角分布 $\frac{dp(t')}{d\Omega} = S \cdot \hat{n}R^2$,其 中 $S = \frac{c}{4\pi}E \times H$,所以可以在图 9 和图 10 中看出某 观测方向得到的脉冲是否有双峰.图中电场只有 n_2 方向的分量,且有正值和负值,所以电子辐射脉冲一 定是双峰,图 (b)中,电场在两个方向上都有分量, 且都有正值和负值,所以两个分量产生的脉冲都有



图 9 运动电子辐射的脉冲电场 入射激光是线偏振,入射激光 强度 $a_0 = 3$,电子初始状态是静止,电场强度单位是 e/λ_0^2 .(a)是 辐射电场在最强方向的时间函数,观测方位角 $\phi = 0$, $\theta = \theta_M$ (b) 是辐射电场在 n_2 和 n_3 方向上的分量的关系图,观测方位角 ϕ = 60°, $\theta = \theta_M$

双峰 相加后仍为双峰.图 10 中电场在 n₂ 方向的分 量正值和负值相当,所以此偏振方向上的电场形成 的辐射功率有双峰,但是电场在 n₃ 方向的分量正 值远远多于负值,所以此偏振方向上的电场形成的 辐射功率是单峰的,但是此单峰峰值远远大于双峰 峰值 相加后仍为单峰.

5. 电子初始速度对电子汤姆孙散射情 况的影响

电子初速度的方向、初始能量大小和入射激光 的偏振态对辐射能量角分布都会有影响.不论入射 激光强度多大,偏振态如何,一个共同的规律是当电 子初始能量越大,其最大辐射能量对应的方位角就 越接近电子的运动方向.



图 10 辐射电场在 n_2 和 n_3 方向上的分量的关系图 入射激光 是圆偏振 ,入射激光强度 $a_0 = 3$,观测方位角 $\phi = 0$, $\theta = \theta_M$,电子 初始状态是静止 ,电场强度单位是 e/λ_0^2

当电子初始静止,入射激光为线偏振时,电子辐射能量集中在激光偏振平面($\phi = 0$ 和 $\phi = \pi$)的某个 θ_M 角上.入射激光强度越大, θ_M 角越小.当入射激 光为圆偏振时,电子辐射能量随 ϕ 的改变而改变得 不太大,而且辐射的电磁场不同.但如果电子的初速 度不为零,上述辐射特性在一定条件下就不再成立. 下面在x,y,z 三个方向上分别改变电子初始能 量,看对电子辐射能量和辐射功率角分布的影响.

5.1. 电子初始速度方向沿 z 轴

当电子初始速度沿 + z轴或 - z轴方向,入射 激光为线偏振时,不管电子初始能量多大,电子辐射 能量仍然集中在激光偏振平面($\phi = 0$ 和 $\phi = \pi$)的某 个 θ_M 角上(如图 11(a)-(d)所示),这两个方向上 的辐射场分别由电子运动一周的前半个周期(速度 为正值)和后半个周期(速度为幅值)产生的;而入射 激光为圆偏振时,不管初始能量多大,电子辐射能量 随 ϕ 的改变而改变得不太大(如图 11(e)-(h)所 示).不管入射激光的偏振态如何, θ_M 都随电子初始 能量的升高而靠近 π (当电子初始速度沿 - z轴)或 零(当电子初始速度沿 + z轴),并且 θ_M 总是随入射 激光强度的增大而减小.

图 12 给出入射激光为线偏振,观测方位角 $\phi =$ 0 时,电子辐射能量角分布随 θ 的变化.它和 $\phi = \pi$ 时的变化一样,可见存在一个临界能量 E_c ,其对应 的辐射能量最低.显然这只有当电子初速度沿入射 激光的反方向,使它在光脉冲中获得最小的能量时 出现.当 $a_0 = 3$ 时, $E_c = 1 \times 10^5$ eV; $a_0 = 6.8$ 时 $E_c = 3 \times 10^5$ eV.当入射激光为圆偏振时,电子辐射能量比

线偏振时更低.



图 11 入射激光是线偏振(a)(b)(c)(d)]和圆偏振(e)(f)(g)(h) 清况下不同电子初始能量的电子辐射能量角分布(单位同图 3) 其他入射激光参数同图 9 电子初始能量是(a)(e)0.1MeV(b)(f)0eV(c)(g) = 0.1MeV(d)(h) = 1MeV(数字前的负号代表电子初始速度向 = z 轴 没有负号代表电子初始速度向 + z 轴)



图 12 电子辐射能量角分布(单位同图 3)随 θ 的变化 入射激光是线偏振 观测方位角 $\phi = 0$.图例示出电子初始能量 正负值的意义同前. (a)是入射激光强度 $a_0 = 3$ (b)是入射激光强度 $a_0 = 0.5$

电子初始运动方向和能量,对电子散射的脉冲 (在 $\phi = 0$, $\theta = \theta_M$ 处观测到的)的最小脉宽(一般也 是最高峰的单峰脉宽)最高峰的双峰间距(也是最 大的双峰间距)辐射功率角分布和 θ_M 的影响参见 表1和图13.如果电子初始沿 – z轴方向运动,则初 始能量越大,辐射脉冲的脉宽越窄,谐波次数越高, 初始能量为 E_a的电子产生的辐射脉冲的峰值功率 最小.如果电子初始沿 + z 轴方向运动 ,则初始能量 大小对电子辐射脉冲的脉宽的影响不是很大.对于 某一观测点(除非此观测点在坐标轴上)得到的辐射 功率随时间的变化图各个峰中 ,最高峰的脉宽最窄.

表 1 电子初始运动方向和能量,对电子散射的脉冲(在 $\phi = 0$, $\theta = \theta_M$ 处观测到的)的最小脉宽、最大辐射功率和 θ_M 的影响. 三个小表的入射激光是线偏振,入射激光强度依次是 0.5,3,6.8

电子初始能量/eV	-1×10^{6}	-1×10^{5}	-1×10^{4}	-1×10^{3}	0	1×10^{3}	1×10^5	1×10^{6}
最小脉宽 τ_0	0.0024	0.044	0.107	0.141	0.244	0.244	0.244	0.244
最高峰的双峰距离 τ_0	0.0084	0.155	0.379	0.497	0.498	0.497	0.497	0.498
最大辐射功率/103	2972.1	0.47	0.0324	0.0144	0.0099	0.0112	0.0358	0.6615
θ_M (°)	180	180	180	180	0	0	0	0
$a_0 = 3$								
电子初始能量/eV	-1×10^{6}	-3×10^{5}	-1×10^{5}	-1×10^{3}	0	1×10^3	1×10^5	1×10^{6}
最小脉宽 $ au_0$	0.0005	0.0030	0.0052	0.0068	0.0069	0.0070	0.0075	0.0079
最高峰的双峰距离 τ_0	0.0411	0.03169	0.02670	0.02712	0.02685	0.02606	0.02666	0.03049
最大辐射功率/105	1017.49	7.69	2.92	3.32	3.56	3.88	9.24	138.80
θ_M (°)	180	117	76.5	45.0	42.3	39.6	22.5	5.4
$a_0 = 6.8$								
电子初始能量/eV	-1×10^{6}	-3×10^{5}	-1×10^{5}	-1×10^{3}	0	1×10^3	1×10^5	1×10^{6}
最小脉宽 τ_0	0.00022	0.00061	0.00071	0.00077	0.00076	0.00077	0.00079	
最高峰的双峰距离 $_{ au_0}$	0.02661	0.00737	0.00832	0.00745	0.00867	0.00644	0.00536	
最大辐射功率/10 ⁸	7.86	1.78	2.57	6.59	7.02	8.55	26.43	
θ_M (°)	133.2	58.5	36.9	20.7	19.8	16.2	9.9	

$$a_0 = 0.5$$



图 13 入射激光是线偏振,入射激光强度 a = 3 观测方位角 $\phi = 0$, θ 等于各自的 θ_M ,电子单位立体角内的辐射功率(单位同图 4)随时间的 变化及其频谱图 电子初始能量依次是 -1, -0.3和 0.1MeV 电子初始状态同图 2

5.2. 电子初始速度方向沿 y 轴

当电子初始状态静止、入射激光为线偏振时,电 子辐射能量集中在激光偏振平面($\phi = 0$ 和 $\phi = \pi$)的 某个 θ_M 角上.但是当电子有沿 y轴的初始能量时, 随初始能量的增大,这两个 ϕ 值逐渐靠近 $3\pi/2$ (当 电子初始速度沿 – y轴)或 $\pi/2$ (当电子初始速度沿 + y轴),同时 θ 也逐渐靠近 $\pi/2$ (不管电子初始速度 Harrow Harrow



图 14 入射激光是线偏振(a)(b)(c)(d)]和圆偏振(e)(f)(g)(h)]清况下不同电子初始能量的电子辐射能量角分布(单位同图 3) 其他入射激光参数同图 9 电子初始能量是(a)(e)0.1MeV(b)(f)DeV(c)(g) = 0.1MeV(d)(h) = 1MeV(数字前的负号代表电子初始速度向 = y 轴 没有负号代表电子初始速度向 + y 轴)

他 ϕ 角更大些.同时 θ 也逐渐靠近 π/χ 不管电子初 始速度沿 – y 轴还是 + y 轴),如图 14(e)--(h)所 示.上述结果表明在偏振平面内电子沿 + y 轴和 – y轴运动产生的辐射能量分布是对称的.

图 15(a)和(b)给出 ,入射激光为线偏振 ,观测 方位角 $\phi = 0$,不同入射激光强度和电子初始能量 下 ,电子辐射能量角分布随 θ 的变化 .图 15(c)给出 电子初始速度方向沿 + y 轴 ,且观测方位角 $\phi = \pi/2$ 的电子辐射能量随 θ 的分布情况 . 它与初始速度沿 - y 轴方向的电子在 $\phi = 3\pi/2$ 的辐射能量随 θ 的分 布情况一样 .电子初始能量越高 ,其最大辐射能量越 高.图 16 给出不同电子初始速度,分别在其辐射能 量最大的观测方位角 θ_M 和 ϕ_M 上得到的电子辐射功 率随时间的变化及其频谱.可见电子初始能量越高, 电子辐射最高功率越高,脉宽越窄,谐波次数也越 高.当其他条件相同,只是电子初始速度的方向相反 时,电子辐射能量最大的观测角 θ_M 不变, ϕ_M 和反方 向初始速度时的 ϕ_M 关于*x*轴对称,电子辐射能量的 角分布一样,辐射功率随时间的变化及其频谱也一 样.当入射激光为圆偏振时,除了电子辐射能量比线 偏振时要低些,以上规律仍然适合.



图 15 不同电子初始能量的电子辐射能量角分布(单位同图 3) 入射激光是线偏振,电子初始能量前的负号代表电子初始速 度向 – y轴,没有负号代表电子初始速度向 + y轴.入射激光强 度和观测方位角 ϕ 分别是(a) $a_0 = 0.5$, $\phi = 0$ (b) $a_0 = 3$, $\phi = 0$; (c) $a_0 = 3$, $\phi = \pi/2$



图 16 不同电子初始能量分别在其辐射能量最大的观测方位角上得到的电子辐射功率角分布(单位同图 4)随时间的变化及其频谱图 入 射激光是线偏振 ,含 10 个激光周期 ,入射激光强度 $a_0 = 3$,电子初始速度向 + y 轴 ,电子初始能量和观测方位角分别是(a) 1 MeV , $\phi = 90^{\circ}$, $\theta = 89.1^{\circ}$ (b) 0.1 MeV , $\phi = 9^{\circ}$, $\theta = 49.5^{\circ}$

5.3. 电子初始速度方向沿 x 轴

电子初始状态静止、入射激光为线偏振时,电子 辐射能量集中在 $\phi = 0$ 和 $\phi = \pi$ 的某个 θ 角上.当电 子有沿 x 轴的初始能量时,电子辐射能量仍然主要 在偏振平面 xz 里.随电子初始能量的增大,辐射能 量逐渐都集中到 $\phi = \pi$ (当电子初始速度沿 - x 轴) 或 $\phi = 0$ (当电子初始速度沿 + x 轴)上,同时 θ 也逐 渐靠近 $\pi/2$ (不管电子初始速度沿 - x 轴还是 + x轴),如图 17(a)—(d)所示.当入射激光为圆偏振 时,随电子沿 x 轴的初始能量的增大,靠近 $\phi = \pi$ (当 电子初始速度沿 - x 轴)或 $\phi = 0$ (当电子初始速度 沿 + x 轴),角度的辐射能量相对其他 ϕ 角更大,同时 θ_M 也逐渐靠近 $\pi/2$ (不管电子初始速度沿 - x 轴还 是 + x 轴),如图 17(e)—(h)所示.上述结果也表明 辐射趋向于出现在靠近电子运动方向的角度区域.

图 18 给出入射激光为线偏振,观测方位角 ∮=

0,不同入射激光强度和电子初始能量下,电子辐射 能量角分布随 θ 的变化.当其他条件相同,只是电 子初始速度的方向相反时,电子辐射能量最大的观 测角 θ_M 不变,而 $\phi = 180^\circ$;电子辐射功率随时间的 变化关于某个时间点呈对称(见图 18(c)).电子初 始能量越大,最大辐射能量也越大,脉宽越窄.入射 激光为圆偏振时,电子辐射能量比线偏振时要低,规 律一样.

上述计算表明,如果电子具有初始的横向速度 或初始速度与激光传播方向相反时,电子初始能量 越大,其辐射功率的最大值越大,脉宽越窄.随电子 初始能量的增大,电子的辐射峰值趋向于出现在靠 近电子运动方向的角度区域.

需要指出的是,本文计算中入射激光采用的是 平面电磁场的形式,电磁场只有在其传播的 z 方向 有数值的变化,在 xy 平面没有变化.所以电子初始 位置在 xy 平面的变化不影响随后电子的速度、加速



图 17 入射激光是线偏振(a)(b)(c)(d)]和圆偏振(e)(f)(g)(h) 猜况下不同电子初始能量的电子辐射能量角分布(单位同图 3) 其他入射激光参数同图 9 电子初始能量是(a)0.1MeV(e)1MeV(b)(f)0eV(c)(g)-0.1MeV(d)(h)-1MeV(数字前的负号代表电子 初始速度向 - *x* 轴 没有负号代表电子初始速度向 + *x* 轴)





图 18 不同电子初始能量的电子辐射能量角分布(单位同图 3) 入射激光是线偏振,图例所示数字是电子初始能量,单位是 eV(数字前的负号代表电子初始速度向 – x轴,没有负号代表电 子初始速度向 + x轴).入射激光强度和观测方位角 ϕ 分别是 (a) $a_0 = 3, \phi = 0$ (b) $a_0 = 0.5, \phi = 0$ (c)是电子辐射功率角分布 (单位同图 4)的时间函数.其中 $a_0 = 3$,实线是电子初始能量 1MeV,向 – x轴方向运动,观测方位角 $\phi = 0$,虚线是电子初始能 量 1MeV,向 + x轴方向运动,观测方位角 $\phi = \pi$

度的变化,而由此引起的电子位置随时间变化的差 别也始终等于初始位置的差别.所以由辐射功率角 分布公式可知,辐射功率角分布随时间的变化曲线 图只是在时间轴上有个平移,平移量为($\Delta xn_x + \Delta yn_y$)c.所以电子辐射能量角分布并不随电子初始 位置在 xy 平面上的变化而变化.电子在 z 轴上的初 始位置的改变对各个物理量的影响只是时间上的平 移.这些规律由数值模拟的结果也可以看出来.

6.总 结

本文应用一个电子在强激光场作用下的非线性 汤姆孙散射的经典理论,忽略散射场对电子的反作 用,从理论和计算机模拟上,分析了电子在只具有时 间宽度的超短超强激光脉冲作用下,产生辐射脉冲 的性质.讨论了影响辐射脉冲的几种情况,包括激光 场情况(激光强度、脉宽、初相位和偏振态)电子初 始状态(初始位置和速度)和不同的观测方位.

入射激光的强度是决定电子汤姆孙散射的根本 因素.对于相对论光强,激光越强,电子辐射越强,脉 宽越窄,并且方向性越好.激光的偏振态对电子汤姆 孙散射也有重要影响.在线偏振入射激光下电子产 生的辐射比在圆偏振下更强,谐波次数也更高.激光 偏振态和观测点的方向都直接影响得到的辐射的偏

- [1] Yang H, Zhang T Q, Wang S F and Gong Q H 2000 Acta Phys. Sin. 49 1292(in Chinese) 杨 宏、张铁桥、王树峰、龚旗煌 2000 物理学报 49 1292]
- [2] Sarachik E S and Schappert G T 1970 Phys. Rev. D 1 2738
- [3] Castillo-Herrera C I and Johnston T W 1993 IEEE Trans. Plasma Sci. 21 125
- [4] Shen B F , Yu W , Zeng G H and Xu Z Z 1997 Opt. Commun. 136 239
- [5] Yu W , Yu M Y , Ma J X and Xu Z 1998 Phys. Plasmas 5 406
- [6] Esarey E, Ride S K and Sprangle P 1993 Phys. Rev. E 48 3003
- [7] Lau Y Y, He F, Umstadter D P and Kowalczyk R 2003 Phys. Plasmas 10 2155

振情况.电子在激光场作用下产生的辐射是一定的, 但是在不同观测点得到的辐射脉冲的情况差别很 大.总有一个或几个观测方向得到的脉冲最强,脉宽 最窄.这些最佳观测方向,除了与激光有直接关系 外,还与电子初始状态有关.当电子初始能量越大, 这些最佳观测方向就越接近电子的运动方向.掌握这 些规律对产生和观测阿秒超短 x 射线脉冲是有用的.

- [8] Chen S Y, Maksimchuk A and Umstadter D 1998 Nature 396 653
- [9] Ta Phuoc K et al 2003 Phys. Rev. Lett. 91 195001
- [10] Lee K, Cha Y H, Shin M S, Kim B H and Kim D 2003 Phys. Rev. E 67 26502
- [11] Lee K, Cha Y H, Shin M S, Kim B H and Kim D 2003 Opt. Express 11 309
- [12] Hartemann F V et al 1995 Phys. Rev. E 51 4833
- [13] Meyer-ter-Vehn J, Pukhov A and Sheng Z M 2001 Atoms, Solids, and Plasmas in Super-Intense Laser Fields (New York: Kluwer) p167
- [14] Jackson J D 1998 Classical Electrodynamics 3rd ed(New York: Wiley)p661

Parameters that influence the nonlinear Thomson scattering of single electrons in high-intensity laser fields *

Zheng Jun¹) Sheng Zheng-Ming¹) Zhang Jie¹) Wei Zhi-Yi¹) Yu Wei²)

¹⁾ (Laboratory of Optical Physics, Institute of Physics, Chinese Acdemy of Sciences, Beijing 100080, China)

² (Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, Chinese Acdemy of Sciences, Shanghai 201800, China)

(Received 21 May 2004; revised manuscript received 25 June 2004)

Abstract

The scattering of ultra-short and ultra-intensie laser pulses by single electrons has been investigated theoretically and numerically by use of the classical theory of Thomson scattering by free electrons. The results indicate that attosecond pulse trains are emitted during the interaction. The temporal and spatial characteristics of the radiation are presented for different laser parameters (including intensity, pulse duration, initial phases and polarizations) and initial states of the electron (including different initial velocities and positions). Usually, with the increase of the incident laser intensity, the radiation becomes more powerful, its central frequency becomes higher, its duration becomes shorter, and its angular distribution becomes smaller. The radiation produced by the electron under a linearly polarized laser has a higher amplitude than under a circularly polarized laser pulse with the same intensity. In both cases, the polarization state of the radiation produced by relativistic energetic electrons tends to be predominantly along the moving direction of the electron.

Keywords : nonlinear Thomson scattering , ultra-short high-intensity laser pulses , attosecond pulses PACC : 0330 , 0350 , 3130J , 6180C

^{*} Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos.10335020, 10105014 and 10390160), the National High Technology Inertial Confinement Fousion Foundation of China, and the Major Project of Knowledge Innovation Program of Chinese Academy of Sciences.