

级联双稳系统的随机共振特性*

冷永刚^{1,2)} 王太勇¹⁾ 郭焱²⁾ 汪文津¹⁾ 胡世广¹⁾

¹⁾天津大学机械工程学院,天津 300072)

²⁾山东工商学院信息与电子工程学院,烟台 264005)

(2003 年 12 月 17 日收到,2004 年 5 月 12 日收到修改稿)

研究了两个双稳系统级联的随机共振特性,由于第一级双稳系统的作用是将白噪声转变为色噪声,因此它是整个级联系统中最重要的环节,以后各级系统近似按洛伦兹分布将噪声能量不断向低频区域集中,从而减弱高频抖动,突出波形的基本轮廓.频谱中信号谱峰随噪声强度的变化规律表明,级联双稳系统只在有限的低频范围内,通过一定量的噪声强度来增强信号频率处的谱峰高度,如果前一系统未达到随机共振状态,那么其下一级并不能对前一级的输出进行“优化”而形成随机共振.级联双稳系统级数的增加,会使噪声能量集中的低频区域变窄,信号谱峰易被压缩和受到噪声干扰.虽然可以用二次采样方法进行改善,但其改善程度有限.因此对于信号检测而言,使用单级双稳系统即可.

关键词:级联双稳系统,随机共振,频谱,噪声

PACC: 0630F, 0650

1. 引言

1981 年, Benzi 等人^[1,2]在研究古气象冰川问题时提出了随机共振(SR)概念,之后随机共振现象成为很多领域广泛研究的课题^[3],如噪声背景下的弱信号检测^[4]、神经元信息编码^[5,6]等,所涉及的物理系统有单稳或多稳系统^[7,8]、阈值系统^[9]等.随机共振理论认为,在某些非线性动力学系统中,当输入信号不变而改变输入噪声强度时,输出的信噪比将会出现峰值,产生类似于动力学中的共振现象,故称之为随机共振.从频谱观点来看,系统发生随机共振意味着:一个包含简谐激励和噪声输入的系统,随噪声强度的改变,在其输出频谱的信号频率处将出现谱峰值.

目前,随机共振在信号处理方面的研究很多^[4,8,10,11],特别是利用双稳系统研究弱信号的放大识别^[10-13]、传输还原^[14,15]等更显示出了其独特的优势.对于小参数信号(幅度、频率和噪声强度均小于 1)根据绝热近似或线性响应理论^[3],双稳系统的输出在时域和频域中有着明显的随机共振表现形式,而对于大参数信号(至少幅度、频率或噪声强度之一

大于 1)通过二次采样^[12,13]方法,在系统输出的信号频率处也可获得随机共振谱峰.无论是大参数还是小参数信号,人们总是希望最大限度地从双稳系统的输出中获取系统输入的信息量,并尽可能提高输出的信噪比.利用一个双稳系统进行这方面的研究已有很多报道,然而,利用两个或更多个双稳系统的级联来研究随机共振问题还不多见.本文将以两级双稳系统为研究对象,探讨级联双稳系统的随机共振的特性,为其实际中诸如信号检测等方面的应用提供一定的研究基础.

2. 小参数级联双稳系统的随机共振

最简单的双稳系统是 $dx/dt = \mu x - x^3$ ($\mu > 0$), 对应的势函数为 $U(x) = -1/2\mu x^2 + 1/4x^4$. 若将两个这样的系统进行串联相接(级联),如图 1,则当系统输入为单频正弦信号 $s(t) = a \sin(2\pi f_0 t)$ 和高斯白噪声 $n(t)$ 时,第一级和第二级双稳系统所对应的 Langevin 方程分别为

$$dx_1/dt = \mu_1 x_1 - x_1^3 + a \sin(2\pi f_0 t) + n(t), \quad (1a)$$

$$dx_2/dt = \mu_2 x_2 - x_2^3 + x_1(t), \quad (1b)$$

* 国家自然科学基金(批准号:50475117)及上海交通大学振动、冲击、噪声国家重点实验室基金(批准号:VSN-2004-05)资助的课题.

† 通讯联系人. E-mail: zeyangang@yt-public.sd.cninfo.net

其中 $x_1(t)$ 既是第一级双稳系统的输出, 又是第二级双稳系统的输入. 在小参数条件下, 且 $t \rightarrow \infty$ 时, $x_1(t)$ 的均值行为将成为一个周期函数, 于是方程 (1b) 解 $x_2(t)$ 的均值行为也可近似为一个周期函数. 这两个周期函数都可表示成

$$E[x(t)] = \bar{x} \sin(2\pi f_0 t - \bar{\varphi}), \quad (2)$$

其中幅值 \bar{x} 和相位 $\bar{\varphi}$ 近似表示为

$$\bar{x} = \frac{aE[x^2]}{D} \frac{r_K}{\sqrt{r_K^2 + \pi^2 f_0^2}}, \quad (3a)$$

$$\bar{\varphi} = \arctan\left(\frac{\pi f_0}{r_K}\right), \quad (3b)$$

$$r_K = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{\Delta U}{D}\right), \quad (3c)$$

r_K 是 Kramers 逃逸速率^[3] $\Delta U = \mu^2/4$ 是双稳系统的势垒高度, 势垒的最低点位于 $x_m = \pm\sqrt{\mu}$, $E[x^2]$ 是静态系统 ($a=0$) 依赖于噪声强度 D 的方差, 在两态情况下有近似关系 $E[x^2] = x_m^2$. (3a) 式的幅值 \bar{x} 取决于噪声强度 D , 即系统的响应受噪声强度的控制, 它首先随 D 增大到一个极大值, 然后再减小, 这就是著名的随机共振现象. 为直观比较两级系统输出 $x_1(t)$ 和 $x_2(t)$ 的随机共振行为, 令 $n(t) = \sqrt{2D}g(t)$, $g(t)$ 是均值为零方差为 1 的白噪声, 并取方程 (1) 无量纲的各参数为: $\mu_1 = \mu_2 = 1$, $a = 0.3$, $f_0 = 0.01$, D

$= 0.31$, 采样频率 $f_s = 5$, 方程 (1) 采用四阶 Runge-Kutta 法数值计算(以下同), 计算步长 $\Delta t = 1/f_s = 0.2$. 取数据长度为 1024 点进行快速傅里叶变换 (FFT) 运算, 并为清楚起见, 时域显示长度取 4000 点, 于是得到两级双稳系统输入输出的时域波形和频域谱图, 如图 2 所示. 图 2 示出典型的随机共振现象. 从频谱上看, 在信号频率 f_0 处, 两级双稳系统的输出谱峰均高出输入谱峰很多, 而第二级的输出谱峰又比第一级的高. 从时域波形来看, 系统输入端的信号已几乎淹没于噪声中而不能辨识, 但在两级双稳系统的输出端, 频率为 f_0 的信号都被共振显现出来, 而且第二级的输出波形又比第一级的光滑. 这种频谱峰值进一步增高和时域波形变光滑的特性表明, 双稳系统的级联是可以提高随机共振效果的, 这种特性机理可以从双稳系统输出的功率谱来加以解释.

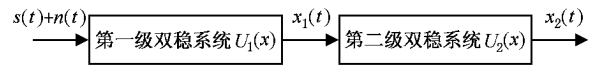


图 1 两级双稳随机共振系统

根据绝热近似理论, 一个双稳系统输出的功率谱中包含两部分内容, 一部分是由输入正弦信号引起的 $S_1(f)$, 它与输入信号同频, 另一部分是由噪声

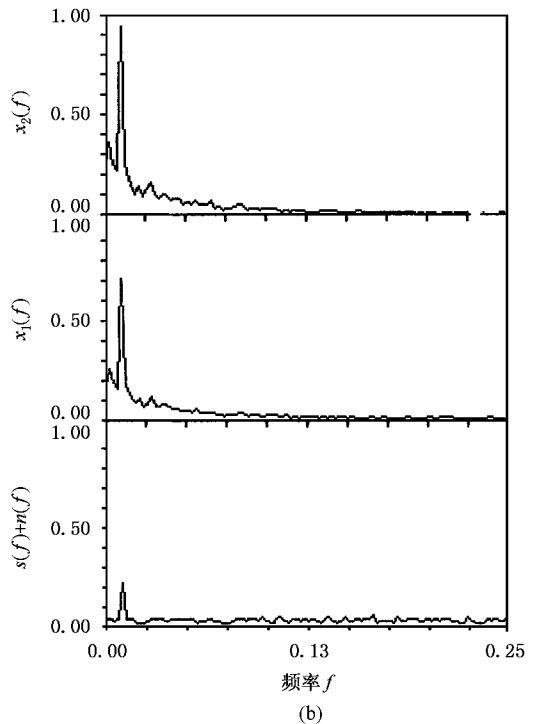
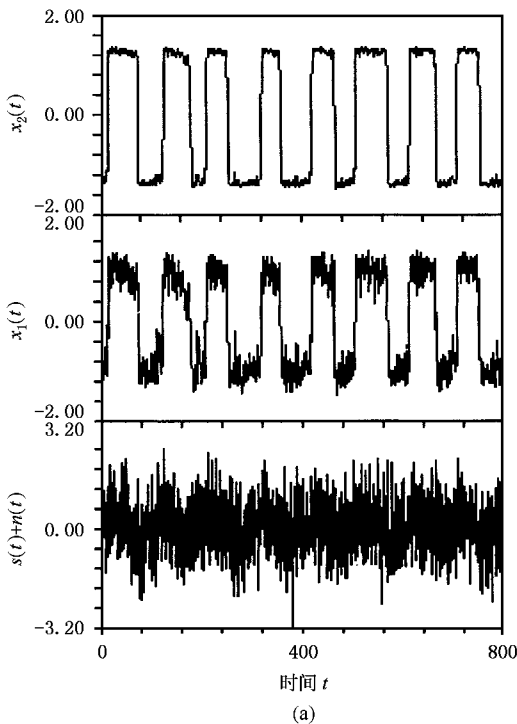


图 2 两个双稳系统级联的输入输出时域波形 (a) 和频域谱图 (b)

引起的 $S_2(f)$,它具有洛伦兹分布形式.其中

$$S_1(f) = \frac{2\mu^4 a^2 \exp(-\mu^2/2D)(\pi D^2)}{(2\mu^2 \exp(-\mu^2/2D)\pi^2) + (2\pi f_0)^2} \delta(f_0 - f), \quad (4a)$$

$$S_2(f) = \left[1 - \frac{\mu^3 a^2 \exp(-\mu^2/2D)(\pi^2 D^2)}{(2\mu^2 \exp(-\mu^2/2D)\pi^2) + (2\pi f_0)^2} \right] \times \left[\frac{4\sqrt{2}\mu^2 \exp(-\mu^2/4D)\pi}{(2\mu^2 \exp(-\mu^2/2D)\pi^2) + (2\pi f)^2} \right]. \quad (4b)$$

由方程(4)可知,第一级双稳系统的输出 $x_1(t)$ 仍然是由周期信号和噪声构成,但这种信号构成不同于输入 $s(t) + n(t)$.一方面, $x_1(t)$ 的周期信号 $p(t)$ 不再是正弦波信号,其波形不仅因非线性双稳系统的作用而近似变为矩形波,含有丰富的高频分量,而且因随机共振其基频信号幅值比 $s(t)$ 的幅值 a 大得多.另一方面, $x_1(t)$ 中的噪声也不再是白噪声 $n(t)$,而是具有洛伦兹分布的色噪声 $Q(t)$.对(4b)式进行傅里叶反变换,可求得 $Q(t)$ 的相关函数近似为

$$E[Q(t)Q(t+\tau)] = \frac{2D'}{\tau_0} \exp\left(-\frac{|\tau|}{\tau_0}\right). \quad (5)$$

显然 $Q(t)$ 是一个噪声强度 $D' \neq D$ 相关时间 $\tau_0 \neq 0$ 的指数型色噪声, D' 和 τ_0 与输入信号的各项参数和系统参数有关.当这样的噪声 $Q(t)$ 作用于第二级双稳系统后,其相应的 Langevin 方程为

$$dx_2/dt = \mu_2 x_2 - x_2^3 + Q(t). \quad (6)$$

由于(6)式中的色噪声 $Q(t)$ 具有非零相关时间, $Q(t)$ 包含了对历史的记忆,所以(6)式过程不再是马尔可夫的,于是随机变量 x_2 随时间 t 的演化概率 $\rho(x_2, t)$ 不再遵循 Fokker-Planck 方程(FPE),而成为一个很复杂的无穷阶偏微分方程^[16,17],即

$$D \frac{\partial \rho(x_2, t)}{\partial t} = \sum_{n=1}^{\infty} \prod_{m=1}^n \left[-D \frac{\partial}{\partial x} K_m^{(n)}(x) \right]. \quad (7)$$

(7)式求解非常困难,尽管可以用各种近似截断方法,得到有效的 FPE 来进行求解,但由于长的相关时间 τ_0 仍然引起诸如负扩散系数和各种发散问题,因此要想用一维有效 FPE 来获得精确的解析式仍然具有相当难度.如果用二维^[18]马尔可夫过程来等效代替方程(6),即

$$dx_2/dt = \mu_2 x_2 - x_2^3 + y, \quad (8a)$$

$$dy/dt = -\frac{1}{\tau_0} y + \frac{1}{\tau_0} n(t), \quad (8b)$$

对应的 FPE 为

$$\frac{\partial \rho(x_2, y, t)}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial x} \{ (\mu_2 x_2 - x_2^3 + y) \rho(x_2, y, t) \}$$

$$+ \frac{\partial}{\partial y} \left[\frac{1}{\tau_0} y \rho(x_2, y, t) \right] + \frac{D}{\tau_0^2} \frac{\partial^2}{\partial y^2} \rho(x_2, y, t), \quad (9)$$

那么,由于方程(9)中不存在细致平衡,因此其精确解的推导仍然十分困难.对方程(9)定态解的深入研究表明^[18,19] 概率交换的通道和机理已发生了变化,主要的概率交换已不在两稳态区域之间的交界线上,交界线上的概率极大值移到了别的地方.因此色噪声双稳系统的首通时间和 Kramers 逃逸速率也就无法获得.当方程(6)等号右端加上周期信号 $p(t)$,即 $x_1(t)$ 作用于第二级双稳系统时,为得到第二级双稳系统的输出功率谱,原则上可以先根据双时联合概率分布得到随机变量 $x_2(t)$ 的相关函数 $E[x_2(t)x_2(t+\tau)]$,再对这一相关函数进行傅里叶变换即可.然而因为得不到概率分布 $\rho(x_2, t)$ 的精确解析式,以及相应的跃迁概率,所以 $x_2(t)$ 的相关函数无法解析算出,进而功率谱也无法得到.

对于第二级双稳系统,尽管不能给出输出功率谱的解析式,但定性分析可以想象,这一功率谱在形式上与方程(4)非常接近,所不同的是:由于输入噪声本质地从白谱变化到色谱,也就是噪声强度从 D 变化为 D' ,故而噪声成为引导功率谱改变的主要因素;周期信号 $s(t)$ 变化到 $p(t)$,虽然引起信号的形状和幅值发生大的改变,但它不是引起功率谱改变的主要因素,因为它仍然保持周期信号的频率特征,只影响功率谱中信号频率处的谱值,这是由双稳系统对周期信号的幅值敏感性所决定的.所以方程(4)中的几个常数项将根据噪声的变化以积分形式出现,而不再是简单的系数.根据方程(4)的形式,可以确定,当噪声通过两级双稳系统后,系统在低频区域将噪声逐级加大,噪声在此低频区域所聚集的能量也逐级增多,于是布朗粒子更容易在此低频区域越过势垒形成以信号频率为切换跃迁运动的随机共振现象.因此当第一级双稳系统发生随机共振时,其输出 $x_1(t)$ 的行为呈现很强的周期形式,即具有很高的信噪比,而 $x_1(t)$ 在第二级双稳系统的进一步作用下,自然能在信号频率 f_0 处得到一个比前一级系统输出谱峰更高的随机共振谱峰,图2中能看到一个更好的随机共振效果.

另外,对于一定量的噪声输入,无论级联双稳系统如何改变噪声频谱的分布形式,噪声在任意一级系统中的总能量均保持恒定不变.因此当两级双稳系统将大部分噪声能量集中于低频区域后,噪声频谱高频区域的能量必然减小,导致高频幅值进一步

降低.于是从时域波形上看,级联双稳系统像是一个波形整形器,它将超过一定幅度的变化锐化成矩形波的边缘,并将波顶和波底的高频小幅抖动滤除,所以由图 2 能看到一个更加光滑、去掉高频毛刺的二级输出随机共振矩形时域波形.

图 2 反映了各参数配合最佳时两级双稳系统产生“最优”随机共振的情况,即它首先是第一级双稳系统产生随机共振,然后第二级双稳系统进一步优化.如果参数的变化使第一级双稳系统未达到随机共振状态,那么通过第二级双稳系统的优化能否得到“最优”的随机共振,这一点有着重要的实际意义.为此,我们通过改变参数来进一步数值研究这一问题.

首先考察系统的频谱性能.取不同的噪声强度 D 并将信号频率 f_0 从 0.01 增大到 0.40,其他参数同图 2.对方程(1)数值计算,在两级双稳系统的输

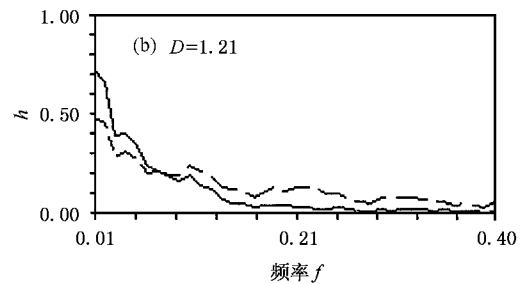
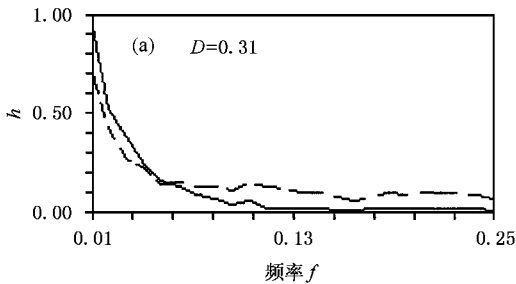


图 3 图 2 参数不同噪声强度下,两级双稳系统的信号谱高 h 与信号频率 f_0 的关系 - - - 为 h_1-f_0 关系, — 为 h_2-f_0 关系

另一种描述系统频率特性的方法是分别取不同的信号频率 f_0 ,考察 f_0 处的谱高随噪声强度的变化规律.设噪声强度 D 从 0.01 增加变化到 2.30,其他参数同图 2.数值计算方程(1),用图 2 同样的方法,可分别得到对应于第一和第二级双稳系统 f_0 处的输出的谱峰高度 h 随噪声强度 D 变化的 h_1-D 和 h_2-D 关系曲线,如图 4 所示.由图 4 看出,对任意信号频率 f_0 ,两条曲线 h_1-D 和 h_2-D 的共同特点是二者都有一个极大峰值,即随机共振谱峰.这一谱峰值随 f_0 的增大,不仅变得低而平缓,而且需要更大的噪声强度 D 来共振产生.这种特性与方程(3a)的随机共振性质相一致.这里我们感兴趣的是两条曲线 h_1-D 和 h_2-D 之间的关系.由图 4 可知,频率 f_0 较低时(如 $f_0 = 0.01$ 和 0.04),在噪声强度大于某个值 D' (即两条曲线的相交处)后,无论第一级双稳系统输出是否达到随机共振,第二级双稳系统的输出谱

出中,分别得到包含频率 f_0 信号的各自谱图.在各自的每一谱图中度量频率 f_0 处的谱峰高度 h ,可分别得到对应第一和第二级双稳系统输出的谱峰高度 h 随信号频率 f_0 变化的 h_1-f_0 和 h_2-f_0 关系曲线,如图 3 所示.由图 3 看到,对于任意噪声强度 D ,两条曲线随 f_0 的增大将在某个低频 f'_0 处相交,而且相交前第二级双稳系统输出的谱高大于第一级的,而相交后第二级双稳系统的谱高小于第一级的,且比第一级的谱高衰减迅速.这种现象表明,级联双稳系统并非总像图 2 那样能够提高信号频率 f_0 处的谱高,无论第一级双稳系统输出是否达到随机共振,第二级双稳系统将在有限的低频范围($f_0 < f'_0$)内来增强 f_0 处的谱高,此低频范围取决于噪声强度 D . D 大,则 f'_0 也大,于是可增强 f_0 处谱高的低频范围就宽一些.这说明 D 的增大使两条曲线相交的频率 f'_0 向高频移动.

高始终大于第一级的输出谱高.当 f_0 增大到某个值时(如 $f_0 = 0.07$),两条曲线于某一再稍大一点的噪声强度处相交,并几乎重合下去.若继续再增大 f_0 (如 $f_0 = 0.10$)则对任意噪声强度,第二级双稳系统的输出谱高将始终小于第一级的输出谱高.这种现象与图 3 对照进一步表明,第二级双稳系统可以在频率 $f_0 < f'_0 = 0.07$ (对于图 2 的参数)范围内来增强 f_0 处的谱高,但能否确实在此低频范围提高 f_0 处的谱峰,还要看噪声强度和信号频率间的关系.如果 f_0 小,则只需要不大的噪声强度就可以使级联双稳系统 f_0 处的输出谱峰提高.反之 f_0 大,则需要较大的噪声强度来提高这一谱峰.这实际上与图 3 的结论相一致,即反之 D 的增大可以使信号频率 f_0 向高频移动,并保持级联双稳系统 f_0 处的谱峰始终提高.但 f_0 越增大接近 f'_0 ,则级联双稳系统输出的谱高增量越小.

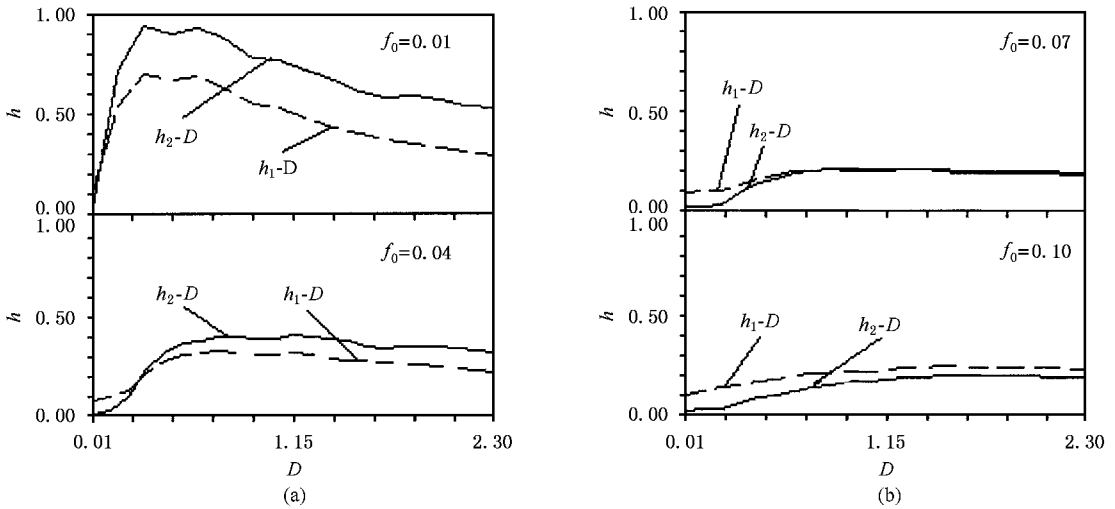


图 4 图 2 参数不同信号频率下, 两级双稳系统的信号谱高 h 与噪声强度 D 的关系

至于级联双稳系统的时域特性, 为便于说明, 取图 3 噪声强度 $D = 0.31$ 所对应的 $f'_0 \approx 0.051$ 作为信号频率 f_0 , 其他参数同图 2, 数值计算方程(1)得到图 5 结果. 可以看到, 两级系统在 f_0 处的输出谱峰值几乎相等, 这与上面的频谱分析结果一致. 而从图 5 的时域波形来看, 其情形与图 2 有较大差别, 这种差别一方面是波形不一样, 另一方面是图 5 中 $x_2(t)$ 的高频小幅度毛刺不像图 2 那样滤除得干净. 前者的原因是由非随机共振点造成的, 后者的原因是由于非线性的双稳系统使噪声能量非线性地从高频向低频聚集, 其趋势是频率越高, 幅值衰减越快, 因此第二级双稳系统的作用是根据各频率成分非线性不等幅地滤掉了第一级双稳系统输出波形的高频小

幅毛刺, 即它对高频成分幅度压缩得多一些, 而对靠近低频区域的“中频”分量压缩得则少一些, 特别是进入低频区域后, 它不仅不压缩反而增大信号分量的幅度. 于是当前级双稳系统输出波形中包含较大幅度的中频成分时, 后级双稳系统因其幅值压缩滤除不够而在时域波形中将它部分地保留下来, 显得高频成分滤除得不太干净. 因此, 第二级双稳系统的作用只是从外观上进一步整形, 突出了第一级输出波形的基本轮廓, 它不会产生像图 2 那样疏密较均匀的更强的周期波形. 所以就时域波形而言, 若第一级双稳系统未达到随机共振, 则第二级双稳系统也不会“优化”产生随机共振, 它仅仅是对第一级的输出波形进行适当整形光滑而已.

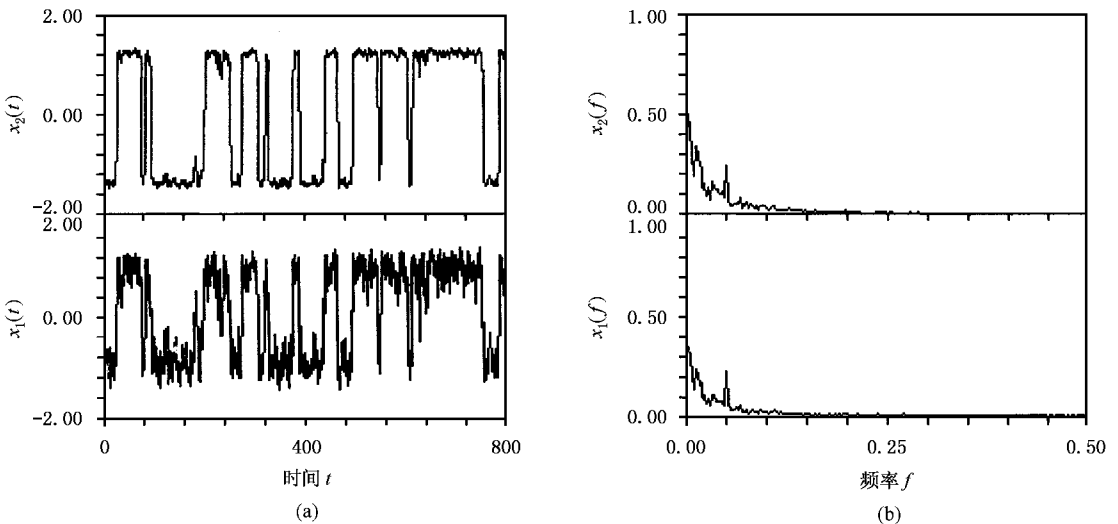


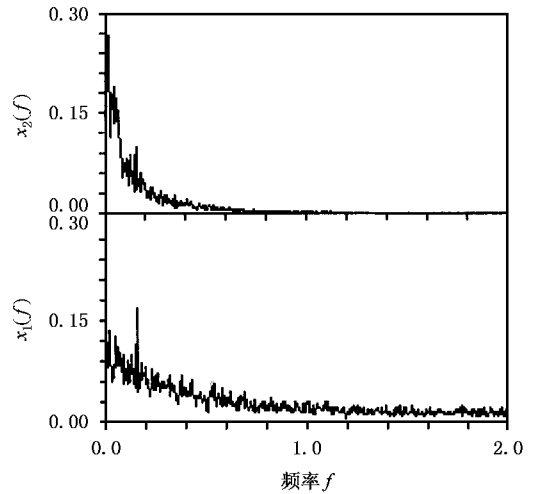
图 5 $D = 0.31$ 图 3 两条曲线交叉信号频率处, 两级双稳系统输出的时域波形 (a) 和频域谱图 (b)

3. 二次采样大参数级联双稳系统的随机共振

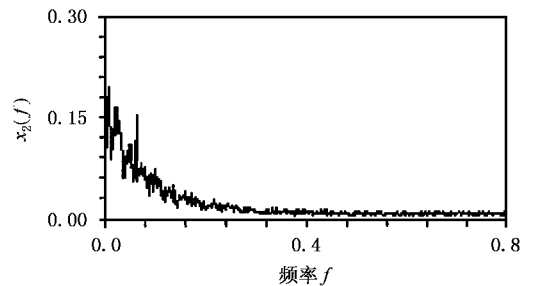
以上讨论的是小参数的情况,而更具有工程应用价值的是实际工作中经常遇到大参数情况.关于大参数随机共振的实现方法,文献[12,13]已进行了论述,这里主要根据工程实际情况来探讨级联双稳系统对大参数随机共振的频谱影响.设有一组实测信号,采样点数为4000点,对应方程(1)的各参数分别取 $\mu_1 = \mu_2 = 1$, $a = 0.3$, $f_0 = 40$, $D = 9.1$, 采样频率 $f_s = 2000$, 二次采样频率取 $f_{sr1} = f_{sr2} = 8$, 即数值计算步长 $\Delta t = 1/f_{sr} = 0.125$. 方程(1)的两级输出功率谱以1024点计算,则两级双稳系统的输出频谱见图6(a)所示.由图6(a)看到,两级双稳系统输出谱中的噪声基本按方程(4b)以近似的洛伦兹形式分布,噪声都被集中于低频区域,但是第二级双稳系统噪声能量集中的低频区域似乎比第一级的窄且高,以至于信号频率($f_0 = 0.16$)被“排斥”到了易产生共振的低频区以外,其结果是第二级双稳系统进一步提高了噪声极低频率成分的谱高,同时把信号频率当作高频成分进行了滤除,致使低频噪声谱值大大超出信号频率处的谱峰,因此信号谱峰变得模糊不可识别.然而如果降低第二级双稳系统的二次采样频率 f_{sr2} ,那么信号谱峰还会渐渐地显露出来.图6(b)是取最小值 $f_{sr2} = 3$,并保持第一级的二次采样频率 $f_{sr1} = 8$ 不变所得到的结果,存在最小 f_{sr2} 的原因[13]同样是数值运算溢出的缘故.可以看到,通过二次采样频率的调节,图6(b)中 $x_2(f)$ 的噪声谱分布比图6(a)中 $x_2(t)$ 的噪声谱分布相对变缓,低频能量区域随之相对展宽,信号频率 f_0 又被“纳入”回到易产生共振的低频区域,于是第二级双稳系统在信号频率 f_0 处的谱峰得到恢复,因此图6(b)中 $x_2(f)$ 的信号谱峰比图6(a)中 $x_2(f)$ 的信号谱峰要清晰一些.

虽然二次采样频率的调节能使信号频率处的谱峰得以恢复,但这种恢复是不完全不充分的,因为信号频率处的谱峰未能恢复成为方程(1)的 $x_1(f)$ 样子,或至少未能使信号谱峰值恢复成整个谱图的最大值,而这一点在信号检测中非常重要.因此二次采样频率调节方法是有限度的,这种限制源于噪声强度 D 对二次采样频率 f_{sr} 的选择特性[13],它不允许二次采样频率 f_{sr2} 无限制地减小,因为只要有噪声,且无论噪声大小,都将存在一个最小二次采样频率与

之对应.对图6第一级双稳系统的输出进行噪声估计,得到估计值 $\hat{D} = 0.445$,显然由于部分噪声能量转化到信号身上用于产生随机共振,使得输出的噪声 \hat{D} 比原始输入的噪声 $D = 9.1$ 小得多,因此下一级双稳系统的二次采样频率可从 $f_{sr2} = 8$ 大大降低到对应 \hat{D} 的最小二次采样频率 $f_{sr2} = 3$.



(a) $f_{sr1} = f_{sr2} = 8$



(b) $f_{sr1} = 8, f_{sr2} = 3$

图6 二次采样频率相同和不同时,两级双稳系统输出的频谱图

4. 结 论

本文以两个双稳系统的级联为研究对象,讨论了白噪声和信号通过级联双稳系统所产生的一些物理现象.研究表明,由于第一级双稳系统将白噪声改变为色噪声,使噪声性质发生了本质的变化,结果后级双稳系统对色噪声的处理变得比第一级双稳系统对白噪声的处理要复杂得多,几乎得不到后级系统随机变量随时间演化概率的精确解析式,因此噪声成为影响双稳系统输出时频特性的主要因素.具体表现为,噪声在每一级双稳系统输出的频谱结构中

都近似以洛伦兹形式分布,这种分布形式会使噪声将大部分能量集中于低频范围,导致高频分量幅值被压缩降低,因此从时域波形上看,级联双稳系统从外观上对第一级双稳系统输出的矩形波进行了整形突出,它非线性不等幅地滤掉了波顶和波底的高频小幅抖动,使得系统最终输出的波形基本轮廓变得更加光滑.另一方面,由信号频率处的谱峰随噪声强度的变化规律可知,级联双稳系统只在有限的低频范围内,通过一定量的噪声强度来进一步提高信号频率处的谱峰高度.这表明,如果级联双稳系统的前一级未达到随机共振状态,那么后一级系统并不能

对前一级的输出进行“优化”而形成随机共振.此外,由于噪声能量所聚集的低频区域随系统级数的增加变得越来越窄,那么总会有一级系统最终把信号频率排斥到这一低频能量区以外,致使信号通过双稳系统后,其频率点处的谱峰被消减,造成信号频率点处的谱峰被噪声干扰或淹没而无法识别.对此虽然可以用二次采样方法进行谱峰恢复,但恢复程度非常有限.因此,就信号的检测而言,特别是在大参数情况下,一级双稳系统的使用效果要好于两级以上双稳系统的级联效果.

- [1] Benzi R, Sutera A and Vulpiana A 1981 *Physica A* **14** L453
- [2] Benzi R, Parisi G, Sutera A and Vulpiana A 1982 *Tellus* **34** 11
- [3] Gammaitoni L, Hänggi P, Jung P and Marchesoni F 1998 *Rev. Mod. Phys.* **70** 223
- [4] Hu G *et al* 1992 *Chin. Phys. Lett.* **9** 69
- [5] Nicolis C *et al* 1998 *Phys. Lett. A* **249** 8444
- [6] Gong Y F *et al* 1998 *Phys. Lett. A* **243** 351
- [7] Berdichevsky V and Gitterman M 1999 *Phys. Rev. E* **60** 1494
- [8] Jia Y and Yu S N 2000 *Phys. Rev. E* **62** 1869
- [9] Gong P L and Xu J X 2001 *Phys. Rev. E* **63** 31906
- [10] Qin G R *et al* 1992 *Acta Phys. Sin.* **41** 360 (in Chinese) [秦光戎等 1992 物理学报 **41** 360]
- [11] Jung P and Hanggi P 1991 *Phys. Rev. A* **44** 8032
- [12] Leng Y G and Wang T Y 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 2432 (in Chinese) [冷永刚、王太勇 2003 物理学报 **52** 2432]
- [13] Leng Y G *et al* 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 717 (in Chinese) [冷永刚等 2004 物理学报 **53** 717]
- [14] Hauptmann C, Kaiser F and Eichwald C 1999 *Int. J. Bifur. Chaos* **9** 1159
- [15] Xu B H *et al* 2002 *Chaos, Solitons & Fractals* **13** 633
- [16] Jung P and Hanggi P 1988 *Phys. Rev. Lett.* **61** 11
- [17] Wu D J and Gao L 1990 *J. Phys. B* **81** 131
- [18] Hu G and Lu Z H 1991 *Phys. Rev. A* **44** 8027
- [19] Debnath G *et al* 1990 *Phys. Rev. A* **42** 703

Stochastic resonance behaviors of bistable systems connected in series^{*}

Leng Yong-Gang^{1,2)†} Wang Tai-Yong¹⁾ Guo Yan²⁾ Wang Wen-Jin¹⁾ Hu Shi-Guang¹⁾

¹⁾(School of Mechanical Engineering , Tianjin University , Tianjin 300072 , China)

²⁾(School of Information and Electronic Engineering , Shandong Institute of Business and Technology , Yantai 264005 , China)

(Received 17 December 2003 ; revised manuscript received 12 May 2004)

Abstract

The stochastic resonance (SR) characteristics of two bistable systems connected in series have been investigated. It is deduced that the first bistable system of the cascaded system is most important because of its converting a white noise into a color one, and the subsequent bistable systems continuously concentrate noise energy into low-frequency area in terms of Lorentzian distribution, which weakens the high-frequency dithering of the last output waveform and outlines the basic shape of the wave. The law of the signal spectral amplitude varying with noise intensity indicates that within a limited low-frequency band, the cascaded system is able to promote the height of the signal spectral spike by a certain amount of noise. If the former of the cascaded system does not stay in SR, the latter could not optimize the former output to become a SR state. With the increase of the number of the bistable systems in the cascaded system, the low-frequency area where most of the noise energy is collected will be narrowed gradually, and hence the signal peak is easily reduced and submerged in noise. For this case, in spite of using the twice-sampling technique to improve the signal spectral spike, the improvement is limited. Therefore, a single bistable system is effective for signal detection.

Keywords : cascaded bistable system , stochastic resonance , power spectrum , noise

PACC : 0630F , 0650

^{*} Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 50475117), and the Foundation of State Key Laboratory of Vibration , Shock & Noise , Shanghai Jiaotong University , China (Grant No. VSN-2004-05).

[†] Corresponding author. E-mail : zeyangang@yt-public.sd.cninfo.net