

# 与压缩真空库耦合的单模腔内三量子点中激子纠缠\*

谭华堂 甘仲惟 李高翔

(华中师范大学物理科学与技术学院, 武汉 430079)

(2004 年 2 月 25 日收到, 2004 年 8 月 4 日收到修改稿)

研究了与压缩真空库场耦合的单模腔中三个量子点中激子间纠缠的动力学行为. 结果表明: 如果不考虑腔模与激子吸收, 激子演化为纯的纠缠态. 当腔场与一压缩真空库耦合时, 激子间形成混合三模高斯纠缠态; 在长时极限下, 激子态为一稳定的混合三模高斯纠缠态. 通过求解激子的特征函数, 发现激子态的纯度与纠缠不仅依赖于腔场的初态, 并且还还与库的双光子关联强度密切相关.

关键词: 纠缠, 纯度, 压缩真空库, 量子点

PACC: 4250, 0365

## 1. 引 言

量子纠缠是量子力学有别于经典理论的一个重要特征. 纠缠在一些基本的量子理论, 如退相干理论和量子测量过程中扮演重要的角色. 不仅如此, 纠缠在量子信息方面也有重要应用, 如量子计算<sup>[1]</sup>、量子通讯<sup>[2]</sup>及量子加密<sup>[3]</sup>等. 因此, 纠缠态的制备是一个非常重要的实际问题<sup>[4,5]</sup>. 此外, 人们对纠缠态的可分离性和量化也进行了深入的研究, 如基于可分离态的部分转置正定<sup>[6]</sup>, Simon 讨论了三模高斯态的可分离性<sup>[7]</sup>, Cirac 等人提出了三模高斯态的可分离判据<sup>[8]</sup>, Yu 和 Zhang 等人则根据 Bell 不等式, 讨论了 N-Qubit 的纠缠分类<sup>[9]</sup>.

近年来, 半导体量子点的量子特征引起了人们的广泛兴趣. 围绕量子点开展的许多实验与理论研究取得了很快发展. 如单个量子点中激子的纠缠<sup>[10]</sup>、利用量子点作为单光子源<sup>[11]</sup>、单个量子点中激子的 Rabi 振荡的观察<sup>[12]</sup>、单模腔中两个量子点中激子的纠缠<sup>[13]</sup>、弱腔中激子的量子消相干特性<sup>[14]</sup>, 以及耦合量子点的极化<sup>[15]</sup>. 深入研究量子点中激子的纠缠性质是一个既有理论意义, 又有实际价值的重要课题.

本文研究了在置于与压缩宽频库场耦合的单模光腔中三个量子点中激子间纠缠的形成, 以及激子

态纯度的演化. 通过求解激子的特征函数, 发现三个量子点中激子态的纯度与纠缠不仅依赖于腔场的初态, 并且还还与库的双光子关联强度密切相关. 如果不考虑腔模与激子吸收, 激子演化为纯的纠缠态. 当腔场与一压缩真空库耦合时, 激子间形成混合三模高斯纠缠态, 即使在长时极限下, 激子间也会形成一稳定的混合三模高斯纠缠态.

## 2. 模型与三个量子点中激子的特征函数

考虑将三个量子点置于一单模光腔, 腔与一宽频压缩库耦合. 假定每个量子点的半径  $R$  远大于激子的玻尔半径  $r_B$ , 但远小于腔场的波长  $\lambda$ , 即  $r_B \ll R \ll \lambda$ . 如对于物质 CdS, 有  $r_B = 3\text{nm}$ ,  $R = 20\text{nm}$ ,  $\lambda \approx 500\text{nm}$ ; 对于 GaAs, 有  $r_B = 10\text{nm}$ ,  $R = 50\text{nm}$ ,  $\lambda \approx 800\text{nm}$ <sup>[16]</sup>. 而且假定每个量子点中只有少量的电子从价带激发到导带, 这样, 每个量子点中处于基态的激子数很少. 又因为两个激子间的平均距离远大于每个激子的玻尔半径, 这时, 每个量子点中的激子可视为稀薄的玻色子气体, 由玻色算符来描述<sup>[17,18]</sup>. 在这种情况下, 激子与激子间的非线性相互作用可以不予考虑. 又由于假定激子间的距离很大, 所以激子与激子间的线性相互作用可以忽略. 在激子与腔共振的情况下, 利用旋波近似, 则体系的哈密顿量为

\* 国家自然科学基金(批准号: 10204009)和国家教育部优秀青年教师基金资助的课题.

$$H = H_0 + H_{\text{int}} = \omega a^\dagger a + \omega \sum_{j=1}^3 b_j^\dagger b_j + \sum_{j=1}^3 \sqrt{3} g_j (b_j^\dagger a + a^\dagger b_j), \quad (1)$$

式中  $a^\dagger$  和  $a$  为频率为  $\omega$  的腔场的产生和湮没算符,  $b_j^\dagger$  和  $b_j$  为第  $j$  个量子点的激子的产生和湮没算符,  $g_j$  为第  $j$  个量子点与腔场的耦合常数. 为了计算方便, 设  $g_1 = g_2 = g_3 = g$ , 在相互作用绘景中, 描述激子与场相互作用体系的密度算符  $\rho(t)$  的运动方程为

$$\frac{d}{dt} \rho(t) = - [H_{\text{int}}, \rho] + L_a \rho + L_b \rho, \quad (2)$$

$$L_a \rho = \gamma_a (N + 1) (2a \rho a^\dagger - a^\dagger a \rho - \rho a^\dagger a) + \gamma_a M (2a^\dagger \rho a - a a^\dagger \rho - \rho a a^\dagger) - \gamma_a M (2a^\dagger \rho a^\dagger - a^{\dagger 2} \rho - \rho a^{\dagger 2}) - \gamma_a M^* (2a \rho a - a^2 \rho - \rho a^2),$$

$$L_b \rho = \gamma_e (N_e + 1) \sum_{j=1}^3 (2b_j \rho b_j^\dagger - b_j^\dagger b_j \rho - \rho b_j^\dagger b_j) + \gamma_e N_e \sum_{j=1}^3 (2b_j^\dagger \rho b_j - b_j b_j^\dagger \rho - \rho b_j b_j^\dagger),$$

$L_b \rho$  和  $L_a \rho$  各自描述了激子与腔场的吸收, 参数  $\gamma_e$  和  $\gamma_a$  分别为激子与腔场的衰变系数.  $N$  和  $M = |M|e^{i\theta}$  描述压缩真空库的性质,  $N$  为压缩真空库场的平均光子数,  $M$  为描述压缩真空库场的双光子关联强度, 它们满足  $|M|^2 \leq N(N+1)$ .

为了求解, 引入新玻色算符  $c_1, c_2, c_3$ , 其定义如下:

$$c_1 = \frac{1}{\sqrt{3}}(b_1 + b_2 + b_3), \\ c_2 = \frac{1}{\sqrt{3}}\left(b_1 + \exp\left(i\frac{2}{3}\pi\right)b_2 + \exp\left(i\frac{4}{3}\pi\right)b_3\right), \\ c_3 = \frac{1}{\sqrt{3}}\left(b_1 + \exp\left(i\frac{4}{3}\pi\right)b_2 + \exp\left(i\frac{2}{3}\pi\right)b_3\right). \quad (3)$$

场与激子耦合系统的特征函数在 Wigner 表象为

$$\chi(\xi_a, \xi_1, \xi_2, \xi_3, it) = \text{Tr} \left[ \rho \exp(-\xi_a^* a + \xi_a a^\dagger) - \sum_{i=1}^3 (\xi_i^* c_i - \xi_i c_i^\dagger) \right]. \quad (4)$$

将(3)和(4)式代入(2)式, 可得

$$\frac{d}{dt} \chi(\xi_a, \xi_1, \xi_2, \xi_3, it) = \left\{ -ig \left( \xi_1^* \frac{\partial}{\partial \xi_a^*} - \xi_a \frac{\partial}{\partial \xi_1} + \xi_a^* \frac{\partial}{\partial \xi_1^*} - \xi_1 \frac{\partial}{\partial \xi_a} \right) - \gamma_e \left[ \xi_1 \frac{\partial}{\partial \xi_1} + \xi_1^* \frac{\partial}{\partial \xi_1^*} + (2N_e + 1) |\xi_1|^2 \right] \right.$$

$$\left. - \gamma_a \left[ \xi_a \frac{\partial}{\partial \xi_a} + \xi_a^* \frac{\partial}{\partial \xi_a^*} + (2N + 1) |\xi_a|^2 - M \xi_a^2 - M^* \xi_a^2 \right] - \gamma_e \sum_{j=2}^3 \left[ \xi_j \frac{\partial}{\partial \xi_j} + \xi_j^* \frac{\partial}{\partial \xi_j^*} + (2N_e + 1) |\xi_j|^2 \right] \right\}. \quad (5)$$

设腔场初态为相干压缩态

$$|\psi_F\rangle = \exp[\alpha_0(a - a^\dagger)] \times \exp\left[\frac{r}{2}(a^2 e^{-i\phi} - a^{\dagger 2} e^{i\phi})\right] |0\rangle,$$

式中已取  $\alpha_0$  为实数, 激子的初态为真空态. 为了简化计算, 设  $\gamma_a = \gamma_e = \gamma$ , 利用等式

$$\exp\left(k\xi \frac{\partial}{\partial \xi}\right) f(\xi) = f(\xi e^k),$$

可求出场与激子耦合系统的特征函数  $\chi(\xi_a, \xi_1, \xi_2, \xi_3, it)$ . 激子的特征函数  $\chi(\xi_1, \xi_2, \xi_3, it) = \chi(\xi_a = 0, \xi_1, \xi_2, \xi_3, it)$ . 再利用(3)式, 最后求出在裸激子表象中的激子特征函数为

$$\chi(\xi, it) = \exp\left(-\frac{1}{2} \xi^\dagger V \xi\right),$$

式中  $\xi = (\xi_1, \xi_1^*, \xi_2, \xi_2^*, \xi_3, \xi_3^*)$ ,

$$V = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} e'_1 & e'_2 & e'_3 & e'_2 & e'_3 & e'_2 \\ e'_2 & e'_1 & e'_2 & e'_3 & e'_2 & e'_3 \\ e'_3 & e'_2 & e'_1 & e'_2 & e'_3 & e'_2 \\ e'_2 & e'_3 & e'_2 & e'_1 & e'_2 & e'_3 \\ e'_3 & e'_2 & e'_3 & e'_2 & e'_1 & e'_2 \\ e'_2 & e'_3 & e'_2 & e'_3 & e'_2 & e'_1 \end{pmatrix}, \quad (6)$$

式中

$$e'_1 = h_1 + 4a_3, \\ e'_2 = -|h_2|, \\ e'_3 = h_1 - 2a_3, \\ a_3 = \frac{1}{2} \left[ N_e (1 - e^{-2\gamma}) + \frac{1}{2} \right], \\ h_1 = (N + N_e + 1) f_1 - (N - N_e) f_2 + \frac{1}{2} e^{-2\gamma} (\cosh 2r \sin^2 gt + \cos^2 gt), \\ h_2 = e^{-i\theta} \left[ |M| (f_2 - f_1) + \frac{1}{2} \sin^2 gt \sinh 2r e^{-2\gamma} e^{i(\theta-\phi)} \right] = |h_2| e^{i2\varphi}, \\ f_1 = \frac{1}{2} (1 - e^{-2\gamma}), \\ f_2 = \text{Re} \left[ \frac{\gamma}{\chi \gamma - ig} \left( 1 - e^{-\chi \gamma - ig} \right) \right].$$

### 3. 三个量子点中激子态的纯度和纠缠随时间的演化

#### 3.1. 纯度的时间演化

对三模高斯态,其纯度为

$$P = \text{Tr}_c(\rho_e^2) = \frac{1}{\pi^3} \int d^2 \xi |\chi(\xi, t)|^2$$

$$= \frac{1}{32a_3^2 \sqrt{h_1^2 - |h_2|^2}}. \quad (7)$$

在不考虑吸收时 ( $\gamma = 0$ ),

$$P = 1/\sqrt{1 + 2\sin^2(gt) \cos^2(gt) [\cosh(2r) - 1]}.$$

当  $gt = n\pi$  或

$$gt = (n + 1/2)\pi \quad (n = 0, 1, 2, 3, \dots)$$

时,纯度  $P = 1$ ,说明激子态为纯态.考虑吸收时,假设  $r = 0$ ,  $\alpha_0 = \alpha$  (即腔场初始处于真空态),若  $N_e = 0$ ,此时有

$$P = 1/\sqrt{-4|M|^2 - N^2(f_1 - f_2)^2 + 4N(f_1 - f_2) + 1}.$$

显然,  $P$  随  $M$  增大而增大,说明增加库的非经典性质,可以有效地抑制系统与环境的退相干作用<sup>[19]</sup>.

当  $t \rightarrow \infty$  时,

$$P_\infty = (g^2 + \gamma^2) \sqrt{[(N + 1)g^2 + \gamma^2] - |M|^2 g^4},$$

即在长时极限下,激子处于一稳定的混合态,而且纯度与腔场初始性质无关,只依赖于库的性质.除此,  $P$  和场与库的相对相位也有关(见图 1).

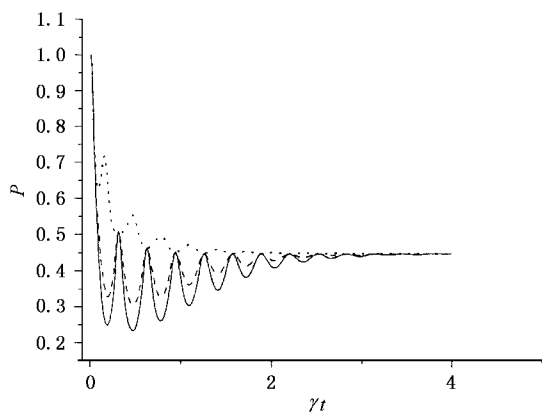


图 1 纯度  $P$  随  $\gamma t$  的演化图 ( $r = 1.0$ ,  $N_e = 0$ ,  $g = 10\gamma$ ,  $N = 4$ ,  $M = 2\sqrt{5}$ ,  $\theta - \varphi = \pi$  (—)  $\pi/2$  (---) 和  $\alpha$  (.....))

#### 3.2. 纠缠的时间演化

根据多粒子纠缠的分类和部分转置正定, Cirac 等人<sup>[8]</sup>提出了三模高斯态的可分离判据.由于三个

量子点的等同性,且处于相同的物理环境,三个量子点中的激子纠缠态只可能处于完全不可分离态和完全可分离态,即当  $V + i\Omega_j \leq \alpha$  ( $j = 1, 2, 3$ ) 时,激子间处于完全不可分离态,其中

$$\Omega = \begin{pmatrix} \sigma & & \\ & \sigma & \\ & & \sigma \end{pmatrix}, \quad \sigma = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

$\Omega_j$  为对第  $j$  ( $j = 1, 2, 3$ ) 模的部分转置,  $V$  为特征函数  $\chi(\xi, t)$  在正交变量  $q, p$  表象中的关联矩阵.为此,利用

$$\xi_j = \frac{1}{\sqrt{2}}(q_j + ip_j) \quad (j = 1, 2, 3),$$

将  $\chi(\xi, t)$  化为

$$\chi(q_1, p_1, q_2, p_2, q_3, p_3) = \exp\left(-\frac{1}{4}xVx^T\right)$$

的形式,其中  $x = (q_1, p_1, q_2, p_2, q_3, p_3)$ ,

$$V = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} e_1 & 0 & e_3 & 0 & e_3 & 0 \\ 0 & e_2 & 0 & e_4 & 0 & e_4 \\ e_3 & 0 & e_1 & 0 & e_3 & 0 \\ 0 & e_4 & 0 & e_2 & 0 & e_4 \\ e_3 & 0 & e_3 & 0 & e_1 & 0 \\ 0 & e_4 & 0 & e_4 & 0 & e_2 \end{pmatrix}, \quad (8)$$

$$e_1 = 8a_3 + 2h_1 - 2|h_2|,$$

$$e_2 = 8a_3 + 2h_1 + 2|h_2|,$$

$$e_3 = 2h_1 - 4a_3 - 2|h_2|,$$

$$e_4 = 2h_1 - 4a_3 + 2|h_2|.$$

由于  $V$  关于三个量子点置换对称,所以当  $j = 1, 2, 3$  时,矩阵  $V + i\Omega_j$  应有相同的负本征值,记为  $\eta$ .

Simon<sup>[7]</sup>和 Wodkiewicz 等人<sup>[20]</sup>用不同方法建立了双模高斯态的可分离判据,即当且仅当  $V' - \frac{1}{2}I \geq 0$  时,双模高斯态在相空间有正的  $P$  函数,此时双模高斯态处于经典完全可分离态.可以证明此判据对三模高斯态同样适合.证明如下:

设三模高斯态的与 Wigner 函数对应的特征函数为

$$\chi_w(\xi, t) = \exp\left(-\frac{1}{2}\xi^+ V' \xi\right),$$

式中  $\xi = (\xi_1, \xi_1^*, \xi_2, \xi_2^*, \xi_3, \xi_3^*)$ , 与  $P$  函数对应的特征函数为  $\chi_P(\xi, t)$ .二者应有如下关系<sup>[21]</sup>:

$$\chi_P(\xi, t) = \chi_w(\xi, t) \exp\left(-\frac{1}{4}\xi^+ \xi\right)$$

$$= \exp\left[-\frac{1}{2}\xi^+ (V' - 1/2I)\xi\right]. \quad (9)$$

由  $P(\xi, t)$  函数与  $\chi(\xi, t)$  的傅里叶变换关系, 有

$$P(\xi, t) = \frac{\sqrt{\det P}}{\pi^3} \exp\left\{-\frac{1}{2} \xi^+ \left[E \left(V' - \frac{1}{2} I\right)^{-1} E\right] \xi\right\},$$

$$E = \text{diag}[1, -1, 1, -1, 1, -1], \quad (10)$$

$$P = E \left(V' - \frac{1}{2} I\right)^{-1} E.$$

若  $V' - \frac{1}{2} I \geq 0$  则  $P > 0$ , 说明三模高斯态为经典完全可分离态. 矩阵  $V' - \frac{1}{2} I$  的本征值为

$$\eta_{1,2,3,4} = \frac{1}{2}(4a_3 - 1),$$

$$\eta_+ = h_1 + |h_2| - \frac{1}{2},$$

$$\eta_- = h_1 - |h_2| - \frac{1}{2}. \quad (11)$$

可以证明, 上述根中除  $\eta_-$  外, 其他根均恒为正. 这样, 通过讨论  $\eta_-$  的非正性来确定三个量子点中激子态的纠缠情况.

图 2 至图 5 为  $\eta$  和  $\eta_-$  在不同情况下随时间的演化图. 通过比较, 发现  $\eta$  和  $\eta_-$  除了在极值和长时极限时的值不同外, 二者演化过程一样. 这说明两判据之间的等价性.

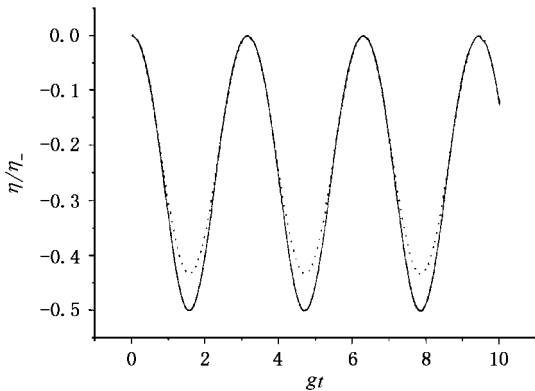


图 2 不考虑吸收 ( $\gamma=0$ ) 时  $\eta$  (.....) 和  $\eta_-$  (——) 随  $gt$  的演化图

结合图 2 至图 5, 根据这些不同情况对  $\eta_-$  作具体分析.

1) 假设量子点与腔场之间的耦合作用很强, 即  $g$  很大 (例如  $g \approx 7.6 \times 10^{11}$  Hz,  $\gamma \approx 10^{11}$ ), 这样, 在  $\gamma$  可以不计的情况下, 有

$$\eta_- = \frac{1}{2}(e^{-2r} - 1) \sin^2 gt. \quad (12)$$

因腔场的初态为压缩态 ( $r \neq 0$ ), 所以除在  $gt = n\pi$  ( $n = 0, 1, 2, \dots$ ) 时, 总有  $\eta_- < 0$ . 这说明量子点中的激

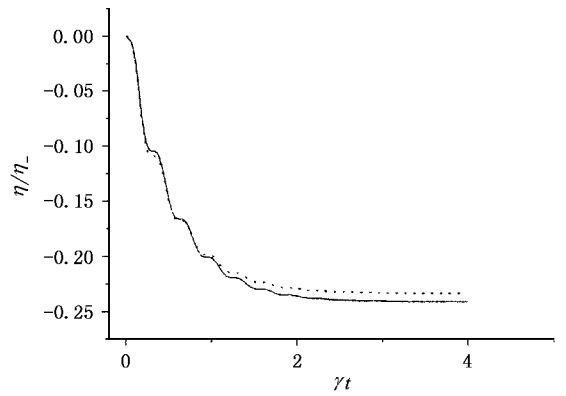


图 3 考虑吸收, 腔场初态为真空态 ( $r=0, \alpha_0=0$ ) 时,  $\eta$  (.....) 和  $\eta_-$  (——) 随  $\gamma t$  的演化图. 其余参数同图 1

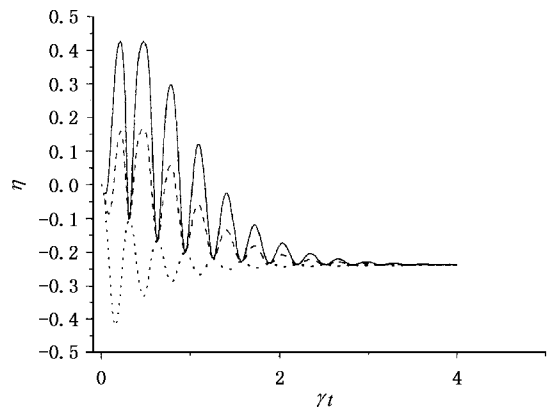


图 4 不同  $\theta - \varphi$  值时,  $\eta$  随  $\gamma t$  的演化图. 参数同图 1

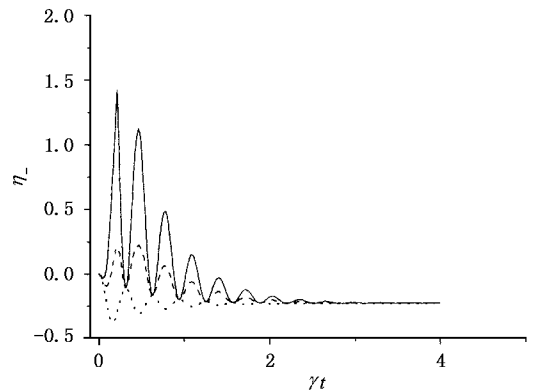


图 5 不同  $\theta - \varphi$  值时,  $\eta_-$  随  $\gamma t$  的演化图. 参数同图 1

子呈周期性地处于纠缠态 (见图 2). 并且当  $gt = (n + 1/2)\pi$  时, 纠缠达到最大. 实际上, 当  $gt = n\pi$  或  $gt = (n + 1/2)\pi$  时, 激子处于纯态. 当  $gt = n\pi$  时, 量子点中的激子处于基态, 而腔场也退化为压缩真空态. 当  $gt = (n + 1/2)\pi$  时, 腔场处于真空态, 而激子处于

纯的纠缠态.同时可以看到,三个量子点中的激子纠缠与腔场初始振幅  $\alpha_0$  无关,但却依赖于腔场的压缩因子  $r$ .随  $r$  增大,纠缠程度也增大.但  $r=0$  时,即腔场初态为相干态,激子间无纠缠.这说明腔场的非经典性质是量子中激子形成纠缠的基本条件<sup>[22]</sup>.

2)考虑腔场初态为真空态( $r=0, \alpha_0=0$ )和腔场耦合的宽频压缩库的作用,这时

$$\eta_- = (N - |M|) \chi (f_1 - f_2) + N_e (f_1 + f_2) \quad (13)$$

式中等号右端第二项恒为正.又因为  $f_1 - f_2 \geq 0$ ,所以只有  $|M| > N$  时,有  $\eta_- < 0$ .因  $|M| = N$  反映了最大的光子经典关联,所以激子间的纠缠的形成则要求库的光子关联为非经典关联.这种非经典关联通过激子和腔场之间的相互作用,使激子间形成纠缠.很显然,当  $|M| = \sqrt{N(N+1)}$  时,即库为压缩真空态时,激子间纠缠最大.如果  $N_e = 0$ ,除  $t=0$  外,若库场呈现非经典的光子关联,则激子间总处于纠缠态.即使在长时极限下,激子也处于稳定的混合纠缠态.此时,

$$\eta_- = \frac{(N - |M|)}{\chi r^2 + g^2}.$$

当  $g$  增大时,纠缠程度也增大.当  $g \rightarrow \infty$  时,有  $\eta_- = (N - |M|) \chi$  (见图 3).

3)三个量子点中激子间的纠缠,除了与上述情况有关外,我们发现纠缠还与腔场与库之间的相对相位有关(见图 5).当腔场与库之间的相对相位  $\theta -$

$\varphi = \pi$  时,若  $N_e = 0$ ,有

$$\eta_- = (N - |M|) \chi (f_1 - f_2) + N_e (f_1 + f_2) + \frac{1}{2} (e^{-2r} - 1) \sin^2 gt. \quad (14)$$

(14) 式为(12)和(13)式的和.这是因为当  $\theta - \varphi = \pi$  时,库和场的非经典性质通过腔场和激子间的线性相互作用,使得激子间的纠缠达到最大.很显然,随  $r$  的增大,  $\eta_-$  在短时区域的值也增大,并且  $\eta_-$  最大值可以大于其长时极限值.当  $\theta - \varphi \neq \pi$  时,激子间的纠缠在短时区域消失,这说明短时区域激子间的纠缠与场与库之间的相对相位密切相关(见图 4 和图 5).

## 4. 结 论

本文研究了与压缩宽频库场耦合的单模腔中三个量子点中激子间纠缠的形成,以及激子态纯度的演化.当腔场初始态为压缩真空态且与一宽频压缩库耦合时,求解出激子的特征函数.如果不考虑腔模与激子吸收,激子演化为纯的纠缠态.当存在吸收时,三个量子点中的激子处于混合纠缠态.即使在长时极限下,激子也呈现为三模高斯纠缠态.但此时激子间纠缠只与库的性质有关.在短时范围内,激子间纠缠不仅与库的性质有关,而且与腔场的初态也密切相关.

- [ 1 ] Divincenzo D P 1995 *Science* **270** 255
- [ 2 ] Bennett C H, Brassard G, Crepeau C, Jozsa R, Peres A and Wootters W K 1993 *Phys. Rev. Lett.* **70** 1895
- [ 3 ] Ekert A K 1991 *Phys. Rev. Lett.* **67** 661
- [ 4 ] Liu X J and Fang M F 2003 *Chin. Phys.* **12** 971
- [ 5 ] Yang X X and Wu Y 2001 *Chin. Phys. Lett.* **18** 476
- [ 6 ] Peres A 1996 *Phys. Rev. Lett.* **77** 1413  
Horodecki M, Horodecki P and Horodecki R 1996 *Phys. Lett. A* **223** 1
- [ 7 ] Simon R 2000 *Phys. Rev. Lett.* **84** 2726
- [ 8 ] Giedke G, Kraus B, Lewenstein M and Cirac J I 2001 *Phys. Rev. A* **64** 52303
- [ 9 ] Yu S X, Chen Z B, Pan J W and Zhang Y D 2003 *Phys. Rev. Lett.* **90** 80401
- [ 10 ] Chen G *et al* 2000 *Science* **289** 1906
- [ 11 ] Santori C, Fattal D, Slolmon G S and Yamamoto Y 2002 *Nature* **419** 594
- [ 12 ] Stievater T H *et al* 2001 *Phys. Rev. Lett.* **87** 133603
- [ 13 ] Li G X *et al* 2004 *Phys. Rev. A* **69** 14301
- [ 14 ] Liu Y X, Sun C P and Yu S X 2001 *Phys. Rev. A* **63** 33816
- [ 15 ] Xu X H *et al* 2000 *Acta Phys. Sin.* **49** 426 (in Chinese) [徐小华等 2000 物理学报 **49** 426]
- [ 16 ] Liu Y X, Miranowicz A, Ozdemir S K, Koashi M and Imoto N 2003 *Phys. Rev. A* **67** 34304
- [ 17 ] Liu Y X, Ozdemir S K, Koashi M and Imoto N 2002 *Phys. Rev. A* **65** 42326
- [ 18 ] Liu Y X *et al* 2002 *Phys. Rev. A* **66** 62309
- [ 19 ] Matteo G A *et al* 2003 *Phys. Rev. A* **68** 12314
- [ 20 ] Englert B G and Wodkiewicz K 2002 *Phys. Rev. A* **65** 54303
- [ 21 ] Barnett S M and Radmore P M 1997 *Methods in Theoretical Quantum Optics* (Oxford: Clarendon Press)
- [ 22 ] Kim M S *et al* 2002 *Phys. Rev. A* **65** 32323

# Entanglement for excitons in three quantum dots in a cavity coupled to a broadband squeezed vacuum<sup>\*</sup>

Tan Hua-Tang Gan Zhong-Wei Li Gao-Xiang

( *Department of Physics , Huazhong Normal University , Wuhan 430079 ,China* )

( Received 25 February 2004 ; revised manuscript received 4 August 2004 )

## Abstract

The dynamical behavior of purity and entanglement for excitons in three quantum dots placed in a cavity driven by a broadband squeezed vacuum is studied in the low exciton density regime. It is found that the excitons in the three quantum dots can evolve into a pure entangled state only when the dissipation of the cavity and excitons is negligible. When the injected field into the cavity is a squeezed vacuum, the excitons will be in a three-mode Gaussian entangled mixed state even in the long time limit. Analytical expressions are derived showing the dependence of the purity and entanglement property of the excitons in the three quantum dots on the squeezing properties of the initial state prepared in the cavity and the strength of two-photon correlations of the squeezed vacuum injected into the cavity.

**Keywords** : entanglement , purity , squeezed vacuum reservoir , quantum dots

**PACC** : 4250 , 0365

---

<sup>\*</sup> Project supported by the National Natural Science Foundation of China ( Grant No. 10204009 ) and the Foundation from the Ministry of Education of China for the Excellent Young Teachers of China.