

# 用腔场 QED 技术实现量子信息转移<sup>\*</sup>

向少华 宋克慧

(怀化学院物理与电子信息科学系, 怀化 418008)  
(2004 年 5 月 19 日收到 2004 年 7 月 2 日收到修改稿)

提出了一种量子信息转移方案,它是基于两个耦合的二能级原子同时与单模腔场发生大失谐相互作用实现的.通过控制腔场与双原子的相互作用时间,量子信息可以从一个原子转移到另一个原子,或从单模腔场转移到双原子纠缠态上,而包含在欲转移量子态上的信息被完全擦除.

关键词:大失谐 Jaynes-Cummings 模型,量子信息转移,偶极-偶极相互作用

PACC:4250

## 1. 引言

量子信息转移是量子信息科学的重要内容和必不可少的环节,可以利用量子态的隐形传输或量子网络技术,实现量子信息从一个地方传递到另一个地方,或一个量子系统转移到另一个量子系统.对于量子态的隐形传输<sup>[1]</sup>,借助量子与经典通道,以及相关量子位的 Bell 联合测量,实现量子信息的传递,而携带量子信息的量子位本身未被移动.量子网络技术<sup>[2]</sup>是将携带量子信息的量子位通过量子通道输送到目的地,实现信息的交流.不管何种技术都需要一种量子器件能实现量子信息的转移、存取、读写及擦除等功能.近年来,人们提出了一些理论方案实现上述逻辑功能的量子器件<sup>[3-6]</sup>.如文献[6]提出了用  $\Lambda$  型三能级原子与双模腔场绝热相互作用实现量子态转移和量子态存储的理论方案.所谓量子转移是指量子信息从一个量子态转移到另一个量子态上,即  $(a|0_i\rangle + b|1_i\rangle)|_2 \rightarrow |_1(a|0_2\rangle + b|1_2\rangle)$  其中脚标代表第  $i$  个量子态,  $|_i$  为任意量子态.

本文提出用耦合双原子同时与单模腔场大失谐 Jaynes-Cummings 模型实现量子信息的转移方案.无论原子制备于何种量子态,还是腔场处于相干态或 Schrödinger 猫态,只要控制腔场与双原子的相互作用时间及量子位的旋转操作角,就能使量子信息从一个原子转移到另一个原子,或从单模腔场转移到双

原子的纠缠态上.

## 2. 理论模型与态矢

考虑两个二能级原子同时与单模腔场相互作用的 Jaynes-Cummings 模型,在旋转波近似并计及原子间的偶极-偶极相互作用,则该系统的哈密顿量为<sup>[7]</sup>

$$\hat{H} = \omega_0 \hat{a}^\dagger \hat{a} + \sum_{i=1}^2 \omega_i \hat{S}_i^z + \sum_{i=1}^2 g_i (\hat{a}^\dagger \hat{S}_i^- + \hat{a} \hat{S}_i^+) + \Omega \sum_{i \neq j} \hat{S}_i^+ \hat{S}_j^- \quad (\hbar = 1), \quad (1)$$

其中  $\hat{a}$  和  $\hat{a}^\dagger$  分别为频率为  $\omega_0$  腔场的湮没和产生算符,  $\hat{S}_i^z$  和  $\hat{S}_i^\pm$  描述第  $i$  个原子行为的赝自旋算符,其本征跃迁频率为  $\omega_i$ ,  $g_i$  为第  $i$  个原子与腔场的耦合系数,  $\Omega$  为描述原子间偶极-偶极相互作用系数.

进一步考虑双原子与腔场大失谐相互作用,即  $|\Delta_i\rangle = |\omega_i - \omega_0\rangle \gg g_i$ .为简单起见,并令  $\omega_1 = \omega_2 = \omega$ ,  $g_1 = g_2 = g$ ,因此,在相互作用绘景中,系统的有效哈密顿量可以表示为

$$\hat{H}_{\text{eff}}^1 = \sum_{i=1}^2 \frac{2g^2}{\Delta} \hat{a}^\dagger \hat{a} \hat{S}_i^z + \Omega \sum_{i \neq j} \hat{S}_i^+ \hat{S}_j^-, \quad (2)$$

整个系统的时间演化规律为

$$|\psi(t)\rangle = \exp(-i\hat{H}_{\text{eff}}^1 t) |\psi(0)\rangle, \quad (3)$$

其中  $|\psi(0)\rangle$  为双原子与腔场的初态.

假设初始时刻双原子与腔场处于如下的态:

\* 湖南省教育厅青年科研项目(批准号 99B27)资助的课题.

$$\begin{aligned}
 |\psi(0)\rangle &= |\psi(0)\rangle_F \otimes |\psi(0)\rangle_{12} \\
 &= \sum_{n=0}^{\infty} C_n |n\rangle \otimes (a_1 |e_1\rangle + b_1 |g_1\rangle) \\
 &\quad \otimes (a_2 |e_2\rangle + b_2 |g_2\rangle), \quad (4)
 \end{aligned}$$

其中  $C_n = \langle n | \psi(0)\rangle_F$ ,  $n$  为粒子数态, 脚标 F 和 1 (2) 分别为腔场和第 1 (2) 个原子.  $a_1, b_1, a_2$  和  $b_2$  为原子叠加系数, 满足  $|a_1|^2 + |b_1|^2 = 1, |a_2|^2 + |b_2|^2 = 1$ , 于是将 (4) 式代入 (3) 式, 得任意时刻  $t$  的系统态矢为

$$\begin{aligned}
 |\psi(t)\rangle &= \sum_{n=0}^{\infty} C_n \exp\left(\frac{-4ng^2 t}{\Delta}\right) a_1 a_2 |een\rangle_{12F} \\
 &+ \sum_{n=0}^{\infty} C_n \exp\left(\frac{4ng^2 t}{\Delta}\right) b_1 b_2 |ggn\rangle_{12F} \\
 &+ \sum_{n=0}^{\infty} C_n |n\rangle [\cos(\Omega t) |eg\rangle_{12} \\
 &- i \sin(\Omega t) |ge\rangle_{12}] a_1 b_2 \\
 &+ \sum_{n=0}^{\infty} C_n |n\rangle [-i \sin(\Omega t) |eg\rangle_{12} \\
 &+ \cos(\Omega t) |ge\rangle_{12}] b_1 a_2. \quad (5)
 \end{aligned}$$

这样, 就确定了系统在相互作用绘景中任意时刻的态矢. 由此出发, 就可以用该 Jaynes-Cummings 模型实现量子信息的转移.

### 3. 量子信息转移方案

#### 3.1. 量子信息从一个原子转移到另一个原子

假设单模腔场初始制备于相干态

$$|\psi(0)\rangle_F = |\alpha\rangle = \exp\left(-\frac{|\alpha|^2}{2}\right) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\alpha^n}{\sqrt{n!}} |n\rangle, \quad (6)$$

而双原子初始时刻分别制备于

$$|\psi(0)\rangle_{12} = (a_1 |e_1\rangle + b_1 |g_1\rangle) |e_2\rangle, \quad (7)$$

其中原子 1 携带欲转移的量子信息, 系数  $a_1, b_1$  为未知, 原子 2 制备于激发态, 则系统的初态为

$$|\psi(0)\rangle = |\alpha\rangle \otimes (a_1 |e_1\rangle + b_1 |g_1\rangle) |e_2\rangle. \quad (8)$$

根据 (5) 式, 经过一段相互作用时间  $t$  后, 系统的态矢演化为

$$\begin{aligned}
 |\psi(t)\rangle &= a_1 \left| \alpha \exp\left(\frac{-i4g^2 t}{\Delta}\right) \right| |ee\rangle_{12} \\
 &+ b_1 |\alpha [-i \sin(\Omega t) |eg\rangle_{12} \\
 &+ \cos(\Omega t) |ge\rangle_{12}]. \quad (9)
 \end{aligned}$$

对于 (9) 式, 可以调节原子的速度来控制双原子与腔

场的相互作用时间  $\tau$ , 使其满足

$$\begin{cases} \frac{g^2 \tau}{\Delta} = j \frac{\pi}{2}, \\ \Omega \tau = (2j - 1) \frac{\pi}{2}, \end{cases} \quad j = 1, 2, \dots, \quad (10)$$

则由 (9) 式得到双原子与腔场的态矢为

$$|\psi(\tau)\rangle^I = |\alpha\rangle |e_1\rangle (a_1 |e_2\rangle - i b_1 |g_2\rangle), \quad (11)$$

$j$  为偶数,

$$|\psi(\tau)\rangle^{II} = |\alpha\rangle |e_1\rangle (a_1 |e_2\rangle + i b_1 |g_2\rangle), \quad (12)$$

$j$  为奇数.

紧接着, 让原子 2 通过一经典场, 经典场对原子 2 实现如下么正变换<sup>[8]</sup>:

$$U = \exp[-i\theta(|e\rangle\langle e| - |g\rangle\langle g|)], \quad (13)$$

其中  $\theta$  为对原子的旋转角度. 若  $j$  为偶数时, 选择  $\theta = \pi/4$ ; 若  $j$  为奇数时, 选择  $\theta = 3\pi/4$ , 则原子 2 的态矢变成为

$$|\psi_2\rangle = a_1 |e_2\rangle + b_1 |g_2\rangle. \quad (14)$$

这样, 在单模腔场和经典场作用下, 实现了量子信息从原子 1 转移到原子 2. 若原子 2 处于基态, 而腔场和原子 1 制备于如上所述的量子态, 在此条件下, 系统的初态为

$$|\psi(0)\rangle = |\alpha\rangle \otimes (a_1 |e_1\rangle + b_1 |g_1\rangle) |g_2\rangle, \quad (15)$$

当双原子离开腔场时, 系统的态矢为

$$\begin{aligned}
 |\psi(t)\rangle &= a_1 |gg\rangle_{12} \left| \alpha \exp\left(\frac{i4g^2 t}{\Delta}\right) \right| \\
 &+ b_1 [\cos(\Omega t) |eg\rangle_{12} \\
 &- i \sin(\Omega t) |ge\rangle_{12}] |\alpha\rangle. \quad (16)
 \end{aligned}$$

控制双原子与腔场的相互作用时间, 并满足与 (10) 式相同的条件, 则双原子与腔场的态矢为

$$|\psi(\tau)\rangle^I = |\alpha\rangle |g_1\rangle (-i a_1 |e_2\rangle + b_1 |g_2\rangle), \quad (17)$$

$j$  为偶数,

$$|\psi(\tau)\rangle^{II} = |\alpha\rangle |g_1\rangle (i a_1 |e_2\rangle + b_1 |g_2\rangle), \quad (18)$$

$j$  为奇数.

让原子 2 经过 (13) 式描述的经典场, 若  $j$  为偶数时, 旋转角  $\theta = 3\pi/4$ ; 若  $j$  为奇数时, 旋转角  $\theta = \pi/4$ . 最后, 原子 2 的态矢为

$$|\psi_2\rangle = a_1 |e_2\rangle + b_1 |g_2\rangle, \quad (19)$$

即当原子 2 处于基态, 量子信息也能从原子 1 转移到原子 2.

若初始时刻腔场制备于 Schrödinger 猫态, 而双原子处于 (7) 式所描述的态, 即

$$|\psi(0)\rangle = |\psi(0)\rangle_F \otimes |\psi(0)\rangle_{12} = \frac{1}{N_\alpha} (|\alpha\rangle + |-\alpha\rangle)$$

$$\otimes (a_1 |e_1\rangle + b_1 |g_1\rangle) |e_2\rangle, \quad (20)$$

其中  $N_\alpha$  为归一化系数,

$$C_n = n |\psi(0)\rangle_F = \frac{1}{\sqrt{n!} N_\alpha} \times \exp\left(-\frac{|\alpha|^2}{2}\right) \alpha^n [1 + (-1)^n].$$

由(5)式可知,双原子离开腔场后,系统的态矢为

$$\begin{aligned} |\psi(t)\rangle = & \frac{1}{N_\alpha} a_1 \left[ \left| \alpha \exp\left(\frac{-i4g^2 t}{\Delta}\right) \right. \right. \\ & \left. \left. + \left| -\alpha \exp\left(\frac{-i4g^2 t}{\Delta}\right) \right. \right] |ee_{12}\rangle \\ & + \frac{1}{N_\alpha} b_1 (|\alpha\rangle + |-\alpha\rangle) [-i \sin(\Omega t)] |eg_{12}\rangle \\ & + \cos(\Omega t) |ge_{12}\rangle. \end{aligned} \quad (21)$$

控制原子在腔场中的运动速度,使相互作用时间满足

$$\begin{cases} \frac{g^2 \tau}{\Delta} = j \frac{\pi}{4}, \\ \Omega \tau = (2j - 1) \frac{\pi}{2}, \end{cases} \quad j = 1, 2, \dots, \quad (22)$$

则系统的态矢可写为

$$\begin{aligned} |\psi(\tau)\rangle^I = & \frac{1}{N_\alpha} (|\alpha\rangle + |-\alpha\rangle) |e_1\rangle \\ & \times (a_1 |e_2\rangle - ib_1 |g_2\rangle), \\ & j \text{ 为偶数}, \end{aligned} \quad (23)$$

$$\begin{aligned} |\psi(\tau)\rangle^II = & \frac{1}{N_\alpha} (|\alpha\rangle + |-\alpha\rangle) |e_1\rangle \\ & \times (a_1 |e_2\rangle + ib_1 |g_2\rangle), \\ & j \text{ 为奇数}, \end{aligned} \quad (24)$$

然后让原子2通过(13)式的经典场,若  $j$  为偶数时,选择  $\theta = \pi/4$ ;若  $j$  为奇数时,选择  $\theta = 3\pi/4$ ,最后原子2的态矢为

$$|\psi(\tau)\rangle_2 = a_1 |e_2\rangle + b_1 |g_2\rangle, \quad (25)$$

即当腔场初始为 Schrödinger 猫态,也能实现量子信息从原子1转移到原子2.

因此,无论原子2处于基态还是激发态,腔场制备于相干态还是 Schrödinger 猫态,均能实现量子信息从一个原子转移到另一个原子.

### 3.2. 量子信息从腔场转移到双原子态

考虑量子信息从腔场态转移到原子态,假设双

原子初始处于纠缠态

$$|\psi(0)\rangle_{12} = \frac{1}{\sqrt{2}} (|ee_{12}\rangle + |gg_{12}\rangle), \quad (26)$$

腔场处于量子态

$$|\psi(0)\rangle_F = \frac{1}{N_\alpha} (a|\alpha\rangle + b|-\alpha\rangle), \quad (27)$$

其中  $N_\alpha$  为归一化系数,  $a, b$  为未知系数,欲转移的量子信息储存于腔场中,于是初始时刻双原子与腔场的态矢为

$$\begin{aligned} |\psi(0)\rangle_F = & \frac{1}{N_\alpha} (a|\alpha\rangle + b|-\alpha\rangle) \\ & \otimes \frac{1}{\sqrt{2}} (|ee_{12}\rangle + |gg_{12}\rangle). \end{aligned} \quad (28)$$

当双原子离开腔场后,系统的态矢为

$$\begin{aligned} |\psi(t)\rangle = & \frac{1}{\sqrt{2} N_\alpha} \left[ a \left| \alpha \exp\left(\frac{-4ig^2 t}{\Delta}\right) \right. \right. \\ & \left. \left. + b \left| -\alpha \exp\left(\frac{4ig^2 t}{\Delta}\right) \right. \right] |ee_{12}\rangle \\ & + |gg_{12}\rangle. \end{aligned} \quad (29)$$

若控制双原子与腔场的相互作用时间,使之成为

$$\frac{g^2 \tau}{\Delta} = (2j - 1) \frac{\pi}{8}, \quad j = 1, 2, \dots, \quad (30)$$

此时,系统的态矢变为

$$|\psi(\tau)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2} N_\alpha} | \pm i\alpha (a|ee_{12}\rangle + b|gg_{12}\rangle). \quad (31)$$

从而,量子信息从腔场转移到双原子纠缠态.

## 4. 结 论

用两个耦合的二能级原子与单模腔场大失谐相互作用模型,提出了量子信息的转移方案.所得结果表明:腔场初始制备于相干态,无论欲接受的原子(或称空态)制备于基态还是激发态,均能成功实现量子信息从一个原子转移到另一个原子;当腔场携带欲转移的量子信息时,向腔场注入一对纠缠的原子,操纵耦合双原子与腔场的相互作用时间,也能实现量子信息转移到双原子纠缠态上.本文提出的方案不需要对原子进行选择测量和腔场探测,只要控制原子在微腔中的速度和对原子进行经典操作,就能实现量子信息的转移.

- [ 1 ] Bennett C H *et al* 1993 *Phys. Rev. Lett.* **70** 1895
- [ 2 ] Cirac J I *et al* 1997 *Phys. Rev. Lett.* **78** 3221
- [ 3 ] Phillips D F *et al* 2001 *Phys. Rev. Lett.* **86** 783
- [ 4 ] Fleischhauer M and Lukin M D 2002 *Phys. Rev. A* **65** 22314
- [ 5 ] Guo G C *et al* 2002 *Phys. Rev. A* **65** 42102
- [ 6 ] Biswas A and Agarwal G S 2003 *arXiv* :quant-ph/0305101
- [ 7 ] Huang C J *et al* 2002 *Acta Phys. Sin.* **51** 805 ( in Chinese [ 黄春佳等 2002 物理学报 **51** 805 ] )
- [ 8 ] Zhou X B , Pahlke K and Mathis W 2003 *Phys. Rev. A* **67** 24304

## Transfer of quantum information via cavity QED technique<sup>\*</sup>

Xiang Shao-Hua Song Ke-Hui

( Department of Physics and Electronic Information Science , Huaihua University , Huaihua 418008 , China )

( Received 19 May 2004 ; revised manuscript received 2 July 2004 )

### Abstract

We present a scheme for transferring quantum information , which is based on the nonresonant interaction of two two-level atoms with a single-mode cavity field. We show that quantum information can be transferred from one atom to another atom , and from cavity mode to two atoms by manipulating the interactions between cavity field and two atoms , and the information contained in the transferred atom or cavity mode is completely erased.

**Keywords** : Jaynes-Cummings model with large detuning , quantum information transfer , dipole-dipole interaction

**PACC** : 4250

<sup>\*</sup> Project supported by the Youth Scientific Research Foundation from the Education Bureau of Hunan Province , China( Grant No. 99B27 ).