

# 统计最优平面近场声全息原理与声场分离技术<sup>\*</sup>

李卫兵<sup>†</sup> 陈 剑 于 飞 毕传兴 陈心昭

(合肥工业大学动态测试中心,合肥 230009)

(2004 年 3 月 24 日收到,2004 年 6 月 17 日收到修改稿)

测量孔径尺寸的有限性,在基于空间傅里叶变换的平面近场声全息中会带来窗效应和卷绕误差.为了克服窗效应和卷绕误差,引入了统计最优平面近场声全息技术.运用声场叠加原理,证明了统计最优平面近场声全息的理论公式.通过在空间波数域限定  $k_x, k_y$  的取值范围,并离散其确定的空间波数面的途径,提出了一种确定波数矢量的方法.为了克服常规统计最优平面近场声全息技术的应用局限性——全息面一侧的声场必须为自由声场,提出了适用于统计最优平面近场声全息的、基于双全息面测量的空间声场分离技术.通过实验和数值仿真对理论推导的正确性进行了验证.

关键词:统计最优,平面近场声全息,波数矢量,声场分离

PACC:4320,4363

## 1. 引 言

在平面近场声全息中,根据 Helmholtz 方程和 Kirchhoff 公式知:与源面平行的平面上的复声压,可由源面复声压与 Dirichlet 边界条件下的格林函数二维空间卷积得到.而基于空间傅里叶变换的平面近场声全息(FFT-based planar NAH)是通过空间傅里叶变换来实现解卷积运算的,它把源面复声压与格林函数二维空间卷积转化为空间波数(频率)域的简单乘法,从而使基于空间傅里叶变换的平面近场声全息技术成为解决声学逆问题的一种快速有效的方法<sup>[1-5]</sup>.由于实际全息面复声压是在有限测量孔径(有限的测量面积)上离散进行的,并且在数值重建过程中,是用离散傅里叶变换来实现解卷积运算的,这样就会在全息计算过程中带来窗效应和卷绕误差.在测量孔径面积足够大(至少是声源尺寸的两倍),以至其边缘区域的声压幅值可以近似为零的情况下,可以通过补零的方式来减小窗效应和卷绕误差,否则,测量孔径边缘区域不连续的声压经傅里叶变换后会带来更大的误差<sup>[6]</sup>.对于面积较大的声源,要满足这样的测量孔径要求很困难.

统计最优平面近场声全息(SOPNAH),直接通过

空间域中全息面上复声压的线性叠加,来计算重建面上的复声压和表面粒子振速.不存在卷积运算,所以它可以从根本上解决窗效应和卷绕误差<sup>[7]</sup>.本文运用声场叠加原理,从理论上证明了 SOPNAH 的全息重建与预测公式.以 Nyquist 采样定理为基础,采取在空间波数域限定  $k_x, k_y$  的最大、最小值,并离散其确定的空间波数面的途径,提出了一种确定波数矢量的新方法.为了克服常规 SOPNAH 的应用局限性——全息面一侧的声场必须为自由声场,推导了适用于 SOPNAH 的、基于双全息面测量的空间声场分离公式,并且进行了一系列数值仿真和实验来验证理论推导的正确性.

## 2. 理论模型的推导

设  $p(\mathbf{r}) = p(x, y, z)$  为空间声场中任意点  $(x, y, z)$  处的复声压,其频率为  $f$ ,  $k = 2\pi f/c$  为波数,  $c$  为空气中声波的传播速度.根据基于空间傅里叶变换的平面近场声全息的基本理论可知:当声源全位于  $z \leq 0$  的负半空间,且  $z > 0$  的正半空间为自由声场时,近场范围内  $z > 0$  的任何平面上的声压可以看成是无数个空间波数域的平面传播波和倏逝波的叠加,即有

<sup>\*</sup> 国家自然科学基金(批准号:50275044)和高等学校博士学科点专项科研基金(批准号:20020359005)资助的课题.

<sup>†</sup> 通讯联系人. E-mail: hf\_lwb@sina.com

$$p(x, y, z) = \sum_{k_x} \sum_{k_y} P(k_x, k_y) \times \exp[-i(k_x x + k_y y + k_z z)], \quad (1)$$

其中  $k_x, k_y, k_z$  分别对应直角坐标  $x, y, z$  方向的空间频率(空间波数), 即  $k_x, k_y, k_z$  为波数矢量  $\mathbf{K} = (k_x, k_y, k_z)$  的三个分量, 且

$$k_z = \begin{cases} \sqrt{k^2 - (k_x^2 + k_y^2)}, & k_x^2 + k_y^2 \leq k^2, \\ i\sqrt{k_x^2 + k_y^2 - k^2}, & k_x^2 + k_y^2 > k^2, \end{cases} \quad (2)$$

$P(k_x, k_y)$  为平面声压角谱<sup>[1]</sup>,

$$\Phi_{\mathbf{K}}(\mathbf{r}) = \Phi_{\mathbf{K}}(x, y, z) = \exp[-i(k_x x + k_y y + k_z z)] \quad (3)$$

为单元平面波(这里默认声源面为  $z=0$ ). 当  $k_x^2 + k_y^2 \leq k^2$  时,  $\Phi_{\mathbf{K}}(\mathbf{r})$  为平面传播波; 当  $k_x^2 + k_y^2 > k^2$  时,  $\Phi_{\mathbf{K}}(\mathbf{r})$  为平面倏逝波.

设  $z = z_H, z = z_S$  分别为全息面和重建面( $z_H > z_S$ ), 由(1)式可得全息面和重建面上的声压分别为

$$p(x, y, z_H) = \sum_{k_x} \sum_{k_y} P(k_x, k_y) \times \exp[-i(k_x x + k_y y + k_z z_H)] = \sum_{m=1}^M P(\mathbf{K}_m) \exp[-i(\mathbf{K}_m \cdot \mathbf{r}_H)] \quad (4)$$

$$p(x, y, z_S) = \sum_{k_x} \sum_{k_y} P(k_x, k_y) \times \exp[-i(k_x x + k_y y + k_z z_S)] = \sum_{m=1}^M P(\mathbf{K}_m) \exp[-i(\mathbf{K}_m \cdot \mathbf{r}_S)]. \quad (5)$$

根据波场的叠加原理可知: 相同波数矢量的单元平面波具有可叠加性, 则可以令

$$\exp[-i(\mathbf{K}_m \cdot \mathbf{r}_S)] = \sum_{n=1}^N c_n(\mathbf{r}_S) \exp[-i(\mathbf{K}_m \cdot \mathbf{r}_{Hn})], \quad m = 1, 2, \dots, M, \quad (6)$$

即

$$\Phi_{\mathbf{K}_m}(\mathbf{r}_S) = \sum_{n=1}^N c_n(\mathbf{r}_S) \Phi_{\mathbf{K}_m}(\mathbf{r}_{Hn}), \quad m = 1, 2, \dots, M, \quad (7)$$

其中  $\mathbf{r}_{Hn} (n = 1, 2, \dots, N)$  为全息面上  $N$  个测量点(测量孔径一般为  $x, y$  方向的测量点数, 均为  $\sqrt{N}$  的正方形测量面),  $\mathbf{r}_S$  为重建面上的任意测量点.

将(6)式代入(5)式, 可得

$$p(\mathbf{r}_S) = \sum_{m=1}^M P(\mathbf{K}_m) \sum_{n=1}^N c_n(\mathbf{r}_S) \exp[-i(\mathbf{K}_m \cdot \mathbf{r}_{Hn})]$$

$$= \sum_{n=1}^M c_n(\mathbf{r}_S) \sum_{m=1}^M P(\mathbf{K}_m) \exp[-i(\mathbf{K}_m \cdot \mathbf{r}_{Hn})] = \sum_{n=1}^N c_n(\mathbf{r}_S) p(\mathbf{r}_{Hn}). \quad (8)$$

在由(7)式确定的  $M$  个线性方程所构成的方程组中, 令

$$\mathbf{b} = \begin{bmatrix} \Phi_{\mathbf{K}_1}(\mathbf{r}_S) \\ \vdots \\ \Phi_{\mathbf{K}_M}(\mathbf{r}_S) \end{bmatrix}, \quad (9)$$

$$\mathbf{A}(\mathbf{r}_S) = \begin{bmatrix} c_1(\mathbf{r}_S) \\ \vdots \\ c_N(\mathbf{r}_S) \end{bmatrix}, \quad (10)$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \Phi_{\mathbf{K}_1}(\mathbf{r}_{H1}) & \dots & \dots & \Phi_{\mathbf{K}_1}(\mathbf{r}_{HN}) \\ \vdots & & & \vdots \\ \Phi_{\mathbf{K}_M}(\mathbf{r}_{H1}) & \dots & \dots & \Phi_{\mathbf{K}_M}(\mathbf{r}_{HN}) \end{bmatrix} \quad (11)$$

并且为了保证方程组具有唯一解, 必须要求  $M \geq N$ , 则方程组可以表示为

$$\mathbf{b} = \mathbf{A} \mathbf{c}(\mathbf{r}_S). \quad (12)$$

(12)式的正则化解为

$$\mathbf{c}(\mathbf{r}_S) = (\mathbf{A}^+ \mathbf{A} + \theta^2 \mathbf{I})^{-1} \mathbf{A}^+ \mathbf{b}, \quad (13)$$

其中  $\mathbf{A}^+$  为矩阵  $\mathbf{A}$  的共轭转置矩阵,  $\theta$  为正则化参数, 起滤波作用,  $\mathbf{I}$  为单位矩阵,  $(\mathbf{A}^+ \mathbf{A} + \theta^2 \mathbf{I})^{-1}$  为矩阵  $(\mathbf{A}^+ \mathbf{A} + \theta^2 \mathbf{I})$  的逆矩阵.

将(13)式代入(8)式, 可得

$$p(\mathbf{r}_S) = \sum_{n=1}^N c_n(\mathbf{r}_S) p(\mathbf{r}_{Hn}) = \mathbf{p}^T \mathbf{c}(\mathbf{r}_S) = \mathbf{p}^T (\mathbf{A}^+ \mathbf{A} + \theta^2 \mathbf{I})^{-1} \mathbf{A}^+ \mathbf{b}, \quad (14)$$

其中  $\mathbf{p}^T = [p(\mathbf{r}_{H1}) \dots \dots p(\mathbf{r}_{HN})]$ ,  $\mathbf{p}^T$  为  $\mathbf{p}$  的转置.

又根据波数域的 Euler 公式, 有

$$V_{\mathbf{K}_m}(\mathbf{r}) = \frac{1}{\rho c h} (k_{xm} \hat{i} + k_{ym} \hat{j} + k_{zm} \hat{k}) \Phi_{\mathbf{K}_m}(\mathbf{r}). \quad (15)$$

(15)式中令  $\mathbf{r} = \mathbf{r}_S$  后代入(7)式等号左端, 并且作类似于(8)~(14)式的处理, 可得

$$\mathbf{u}(\mathbf{r}_S) = \sum_{n=1}^N c'_n(\mathbf{r}_S) p(\mathbf{r}_{Hn}) = \mathbf{p}^T \mathbf{c}'(\mathbf{r}) = \mathbf{P}^T (\mathbf{A}^+ \mathbf{A} + \theta^2 \mathbf{I})^{-1} \mathbf{A}^+ \mathbf{b}(\mathbf{r}_S), \quad (16)$$

且

$$\mathbf{p}(\mathbf{r}_s) = [V_{k1}(\mathbf{r}_s) \dots V_{kM}(\mathbf{r}_s)]^T, \quad (17)$$

$$V_{k_m}(\mathbf{r}) = \hat{U}\hat{i} + \hat{V}\hat{j} + \hat{W}\hat{k}, \quad (18)$$

$$\mathbf{u}(\mathbf{r}_s) = \hat{u}\hat{i} + \hat{v}\hat{j} + \hat{w}\hat{k}, \quad (19)$$

其中  $V_{k_m}(\mathbf{r})$  为空间波数域中平面波单元  $\Phi_{k_m}(\mathbf{r})$  对应的粒子振速,  $\hat{U}, \hat{V}, \hat{W}$  为其在  $k_x, k_y, k_z$  三个方向上的分量,  $\mathbf{u}(\mathbf{r}_s)$  为空间域中重建面上任意点的粒子振速,  $\hat{u}, \hat{v}, \hat{w}$  为其在  $x, y, z$  三个方向上的分量,  $(\hat{i}, \hat{j}, \hat{k})$  为点  $\mathbf{r}$  处的单位矢量,  $\rho$  为空气密度。

(8)和(16)式可实现用空间域中全息面上复声压的线性叠加来计算重建面上的复声压和粒子振速, 亦即(8)和(16)式为 SOPNAH 的重建公式。当然, 当  $z_H < z_S$  时, 运用(8)和(16)式也可以实现空间声场的预测, 即(8)和(16)式为 SOPNAH 的全息重建与预测理论公式。

由(8)和(16)式重建声压和粒子振速后, 重建面上的三维矢量声强  $\mathbf{I}(\mathbf{r}_s)$  可通过下式计算:

$$\mathbf{I}(\mathbf{r}_s) = \frac{1}{2} \rho(\mathbf{r}_s) [\mathbf{u}(\mathbf{r}_s)]^H, \quad (20)$$

其中 H 表示取复共轭。

### 3. 波数矢量的确定

根据 Nyquist 采样定理, 若全息面最小测量间距为  $a$ , 则有  $|k_x| \leq \pi/a$  和  $|k_y| \leq \pi/a$ , 所以  $k_x, k_y$  方向的最大波数(包括正负两个方向)  $k_{\max} = \pi/a$ , 且由于  $x, y$  方向的采样点数均为  $\sqrt{N}$ , 则

$$\Delta k = \Delta k_x = \Delta k_y = 2\pi/a [\alpha(\sqrt{N} - 1)]. \quad (21)$$

理论上讲, 波数矢量  $(k_x, k_y, k_z)$  中  $k_x, k_y$  的上限  $k_1$  必须满足(一般令它们相等)

$$k_1 \geq k_{\max}, \quad (22)$$

下限  $k_2$  必须满足(也令它们相等)

$$k_2 \leq -k_{\max}, \quad (23)$$

为方便处理, 一般令  $|k_1| = |k_2|$ 。

在声辐射过程中, 倏逝波成分随距离的增大成指数倍衰减, 而且波数越大, 衰减的速度越快。声场重构时, 这些高波数声压成分将会被指数倍放大<sup>[1]</sup>。而实际应用过程中, 受环境因素、测量系统的动态范围的影响, 即使在近场范围内测量, 波数太大的倏逝波也很难被检测到。而噪声、随机误差的存在是必然的。如果  $|k_1|, |k_2|$  的取值太大, SOPNAH 的重建过程就会把全息面上的噪声、随机误差连同实际上并没有检测到, 或者检测到但幅值比噪声、随机误差

的幅值还小的倏逝波成分一起放大。这样全息面上的微小噪声、误差也会严重影响重建的结果, 这也就是声学逆问题的不适定性<sup>[7,8]</sup>。如果所采取的正则化滤波方法也不能抑制这种噪声、随机误差对重建的影响, 将会导致重建精度的急剧降低, 甚至是重建过程的失败。

所以一般取  $|k_1| = |k_2| = k_{\max}$ 。实验和大量数值仿真结果也与以上理论分析十分符合。

对于  $M$  和波数矢量  $\mathbf{K}_m$  的确定, 采取在  $k_1, k_2$  限定的空间波数平面的  $k_x, k_y$  方向上以相同的间距  $\Delta k' = |k_2 - k_1| / (\sqrt{M} - 1)$  划分网格的方法。  $M$  为网格节点数,  $\mathbf{K}_m$  为节点处的波数矢量  $(k_{x_l}, k_{y_g}, k_{z_m})$   $0 \leq l, g \leq \sqrt{M} - 1, 1 \leq m \leq M$ 。

$$k_{x_l} = k_2 + l\Delta k',$$

$$k_{y_g} = k_2 + g\Delta k'. \quad (24)$$

理论上讲,  $M$  越大, 重建效果越好。但实际过程中,  $M$  的取值也要权衡计算精度和计算时间。通过大量的仿真和实验, 得出一般测试条件下其较合适的取值为

$$M = \left( \frac{k_2 - k_1}{0.5\Delta k} \right)^2. \quad (25)$$

文献 9 给出一定条件下, 根据信噪比确定正则化参数  $\theta$  的公式为

$$\theta^2 = \left( 1 + \frac{1}{(2kd)^2} \right) \times 10^{-\frac{\text{SNR}}{10}}, \quad (26)$$

其中  $d$  为全息面与重建面间的距离, SNR 为包含所有随机误差和噪声的信噪比。(26)式只能作为参考, 实际过程中正则化参数要根据实际情况合理选择。

### 4. 双全息面声场分离技术原理

图 1 为全息面与声源面(重建面)之间的空间位置关系, 图中各有两个全息面和两个声源面, 全息面 1 与坐标平面  $x-y$  重合, 其余三个平面与该平面平行。两个声源面上的声源可以是真正的平面声源或点源, 也可能是虚构的声源。  $Z_{h1}, D_h, Z_{h2}$  表示各平面之间的距离。

对于稳态的单频声场, 设全息面 1 上任意点  $\mathbf{r} = (x, y)$  处的声压为  $p_1(\mathbf{r})$ ; 声源 1 在该点处产生的声压为  $p_{11}(\mathbf{r})$ ; 声源 2 在该点处产生的声压为  $p_{21}(\mathbf{r})$ , 则根据声场的叠加原理, 有

$$p_1(\mathbf{r}) = p_{11}(\mathbf{r}) + p_{21}(\mathbf{r}). \quad (27)$$

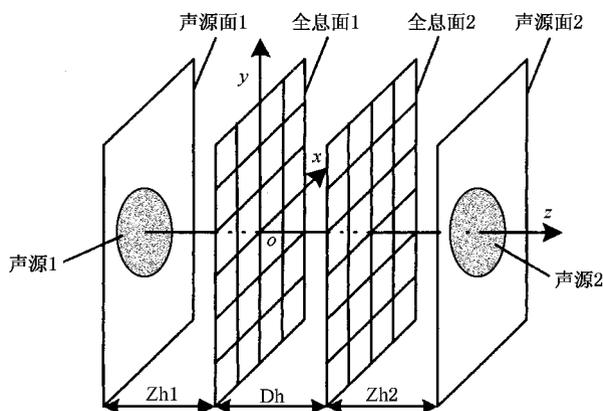


图 1 双全息面测量系统中各平面间的位置关系

同理,对于全息面 2 上任意点  $\mathbf{r}' = (x', y')$  处的声压,也有

$$p_2(\mathbf{r}') = p_{12}(\mathbf{r}') + p_{22}(\mathbf{r}'), \quad (28)$$

其中  $p_{12}(\mathbf{r}')$ ,  $p_{22}(\mathbf{r}')$  分别为声源 1, 2 在点  $\mathbf{r}'(x', y')$  处产生的声压.

根据 SOPNAH 的声压重建公式(8),有

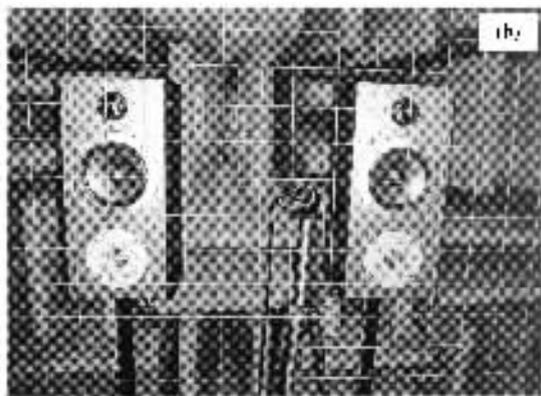
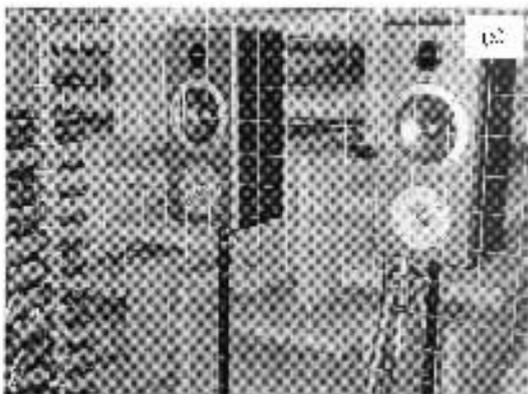


图 2 声源、传声器和辅助测量网格空间位置关系 (a)为整个测量系统 (b)为参考传声器、声源和辅助测量网格

$$p_{11}(\mathbf{r}) = \sum_{n=1}^N c_n(\mathbf{r}) p_{12}(\mathbf{r}'_n), \quad (29)$$

$$p_{22}(\mathbf{r}') = \sum_{l=1}^N d_l(\mathbf{r}') p_{21}(\mathbf{r}_l), \quad (30)$$

其中  $c_n(\mathbf{r})$ ,  $d_l(\mathbf{r}')$  可由上述 SOPNAH 理论模型中的方法确定.

联立(27)–(30)式,可得

$$\begin{aligned} \sum_{n=1}^N c_n(\mathbf{r}) p_2(\mathbf{r}') - \sum_{n=1}^N c_n(\mathbf{r}) \sum_{l=1}^N d_l(\mathbf{r}'_n) p_{21}(\mathbf{r}_l) \\ = p_1(\mathbf{r}) - p_{21}(\mathbf{r}). \end{aligned} \quad (31)$$

由于  $\mathbf{r} = (x, y)$  为全息面 1 上任意一点,所以对于全息面上  $N$  个不同的测量点,可以由(31)式列出  $N$  个线性无关的方程,且这  $N$  个线性无关的方程构成的方程组中只包含  $N$  个独立的未知量  $p_{21}(\mathbf{r}_1)$ ,  $p_{21}(\mathbf{r}_2) \dots p_{21}(\mathbf{r}_N)$ , 则这  $N$  个未知量是唯一确定的、可求的. 所以(31)式即是适用于 SOPNAH 的、基于双全息面测量的空间声场分离公式.

运用(31)式,求出声源 2 在全息面 1 上产生的声压后,再根据(27)式可求出声源 1 在全息面 1 上产生的声压. 同理可求出声源 1 在全息面 2 和声源 2 在全息面 2 上产生的声压. 分别求出每个声源各自在不同全息面上产生的声压后,再运用 SOPNAH 重建原理就可以实现各个声源辐射声场的重建与预测.

## 5. 实验与数值仿真

### 5.1. 实验验证

本文提出的确定波数矢量的方法并未进行严格的理论证明,下面通过实验方法验证其在实际全息重建中的有效性及 SOPNAH 的重建效果.

为了减小声学逆问题的不适应性对重建结果的影响,要获得信噪比尽可能高的全息声压. 根据现有的条件,将该实验安排在半消声室进行. 声源是两个尺寸为  $0.14\text{m} \times 0.152\text{m} \times 0.32\text{m}$  的相同音箱,实验中每个音箱只有中间部分的纸盆发声,其产生的单频稳态声场的频率为  $630\text{Hz}$ .

图 2(a)为整个测量系统,音箱、传声器(包括扫描和参考传声器)和辅助测量网格间的空间位置关系,图中的辅助测量网格用于扫描传声器的辅助定位. 图 2(b)为两个音箱与参考传声器以及辅助测量网格间的位置关系. 两个音箱前端面在同一平面

内,在此定义为  $x-y$  平面(平面原点距地面 1.2m)。两个音箱的纸盆中心在  $x-y$  平面上的投影坐标分别为  $(-0.2\text{m}, 0, 0)$  和  $(0.2\text{m}, 0, 0)$ ,重建面  $z = 0.05\text{m}$ ,全息面为  $1\text{m} \times 1\text{m}$  的平面,距重建面  $0.15\text{m}$ ,测量间隔沿水平方向( $x$  轴方向) 竖直方向( $y$  轴方向)均为  $0.05\text{m}$ 。

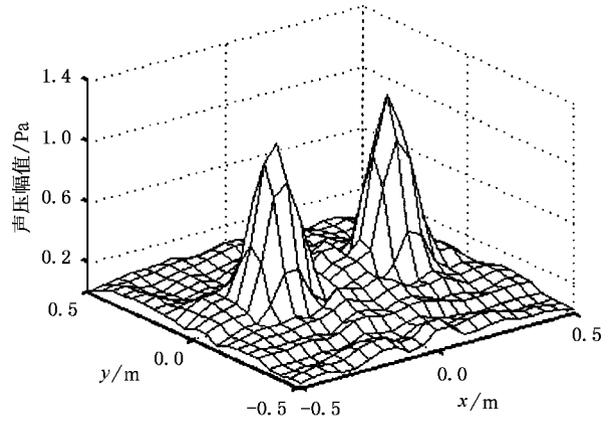
时域声压信号由一只相对音箱固定不动的参考传声器(以获得全息面上声压的相位信息)与在全息面移动的扫描传声器测量。下面介绍由参考传声器与扫描传声器测量的时域信号获得全息面上复声压的原理。重建面上复声压的获取原理也一样。

设参考传声器测量的时域声压为  $p_r(t)$ ,扫描传声器测量的全息面时域声压为  $p_h(t)$ 。则全息面上复声压的相位可以采用参考传声器互谱法计算,

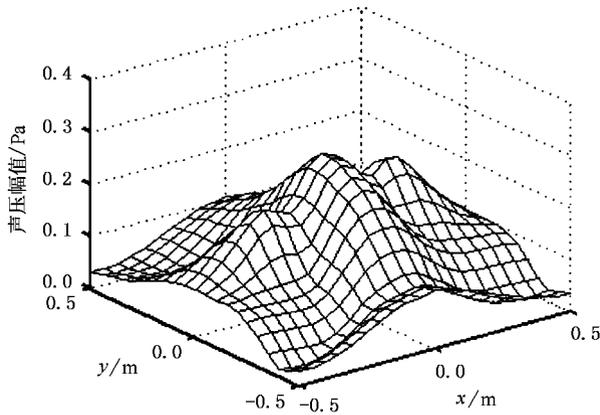
$$\theta(\omega) = \arg \left[ \frac{S_{r,h}(\omega)}{S_{r,r}(\omega)} \right], \quad (32)$$

相位  $\omega$  为声波的角频率,全息面上的声压幅值可以由扫描声压  $p_h(t)$  的自谱  $S_{h,h}(\omega)$  获得,

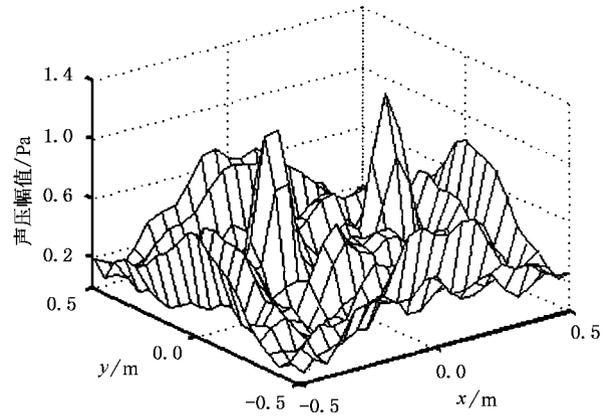
$$p(\omega) = \sqrt{S_{h,h}(\omega)}. \quad (33)$$



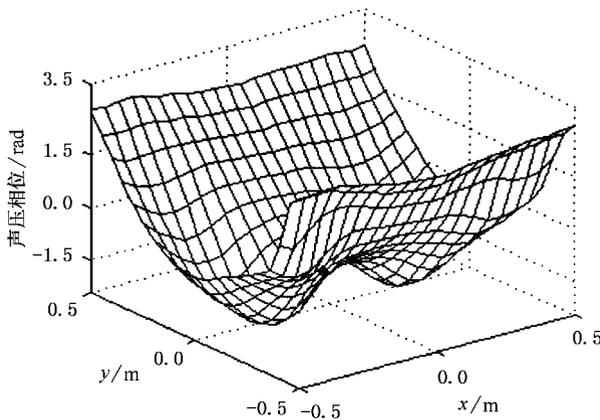
(a) SOPNAH 重建的重建面声压幅值



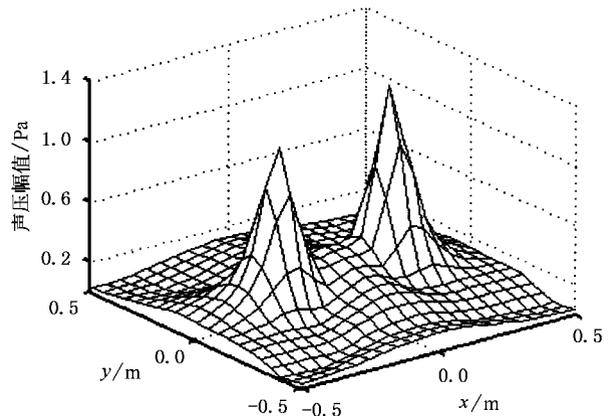
(a) 全息面上的声压幅值分布



(b) 基于空间傅里叶变换的平面近场声全息重建的重建面声压幅值



(b) 全息面上的声压相位分布



(c) 重建面测量声压幅值

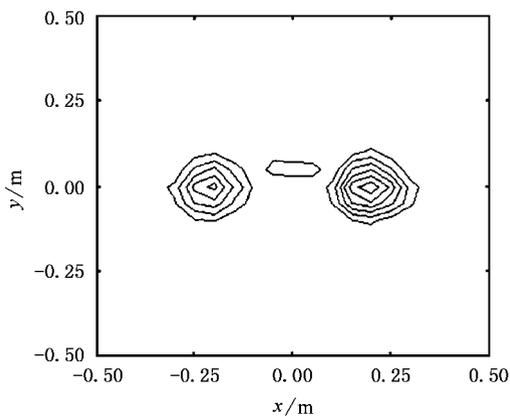
图 3 全息面测量声压分布

图 4 重建面声压幅值分布

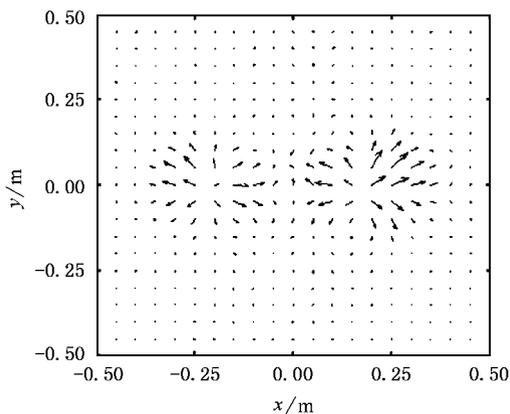
其中  $S_{r,h}(\omega)$  为参考声压  $p_r(t)$  与扫描声压  $p_h(t)$  的互谱,  $S_{r,r}(\omega)$  为参考声压  $p_r(t)$  的自谱,  $\arg$  表示取

根据(32)和(33)式,最终获得全息面上复声压的幅值与相位分布,如图3所示.从图3声压幅值分布情况无法对声源的个数、大概的空间位置作出判断.在实际工程应用中,为了更好地研究声源特性及其辐射声场,通常采取平面近场声全息技术,计算更靠近声源的重建面上的各种声学量.

图4(a)(b)和(c)分别为SOPNAH重建的、基于空间傅里叶变换的平面近场声全息重建的和重建面上测量(理论)声压幅值.可见,在相同的测量孔径下(相对基于空间傅里叶变换的平面近场声全息要求的要小,且测量孔径边缘的声压不连续性很严重),SOPNAH重建的声压误差小很多,从其重建的声压幅值分布情况上可以清晰地分辨出两个声源,并且可以实现声源精确定位.相比之下,基于空间傅里叶变换的平面近场声全息由于受到卷绕误差及测量孔径边缘不连续的声压经傅里叶变换以后所产生的误差影响,其重建的声压误差很大,基本上很难分辨两个音箱,更谈不上实现声源的定位.



(a)法向声强等值图



(b)切向声强矢量图

图5 SOPNAH重建的重建面三维声强

通过(8)和(16)式获得重建面的复声压与三维粒子矢量振速后,再运用(20)式即可计算重建面上的三维矢量声强.将其分解为垂直于重建面的法向声强与重建面内的平面切向声强,其分布如图5所示.声强作为描述声场中能量流动情况的矢量,它可以实现声源的精确定位.图5(a)和(b)分别为重建面上法向声强等值图和切向声强矢量图,从两者反映的能量流动情况可以确定两个音箱纸盆中心在 $x-y$ 平面上的投影坐标分别为 $(-0.2\text{m}, 0, 0)$ 和 $(0.2\text{m}, 0, 0)$ (其中 $z$ 坐标已知),这与实际情况是精确符合.

采用本文提出的确定波数矢量的方法,SOPNAH的重建效果十分理想,并且由于SOPNAH从理论上克服了窗效应和卷绕误差,所以其要求的最小测量孔径比基于空间傅里叶变换的平面近场声全息小很多.

## 5.2. 数值仿真

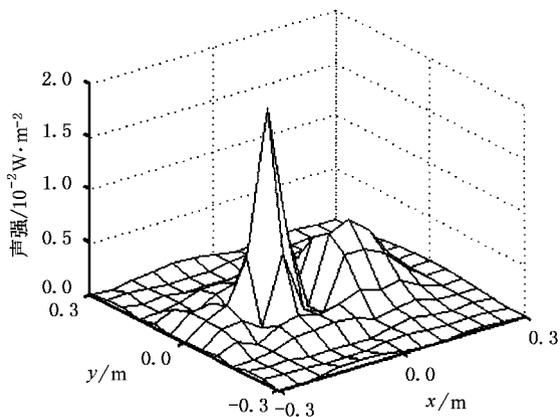
下面采用数值仿真的形式验证本文提出的基于双全息面测量的声场分离技术.

在图1的声源面1上点 $(-0.1\text{m}, 0)$ 处和声源面2上点 $(0.1\text{m}, 0)$ 处各有一个振动频率同为 $250\text{Hz}$ 、表面振速分别为 $0.01$ 和 $0.05\text{m/s}$ 、半径同为 $0.05\text{m}$ 的脉动球源;全息面1和2的长宽均为 $0.6\text{m}$ ;在 $x, y$ 方向上的测量间隔均为 $0.05\text{m}$ ;各平面间的间隔 $\Delta z_1, \Delta z_2$ 均为 $0.1\text{m}$ .

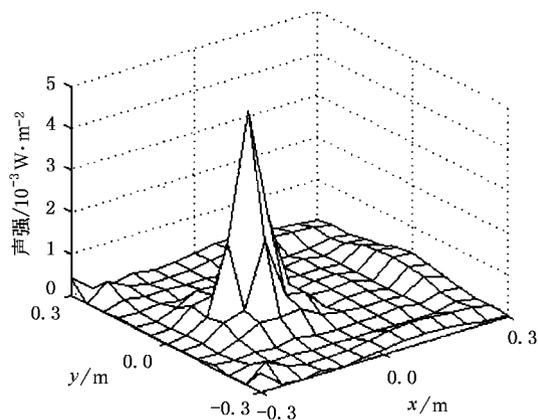
图6(a)为直接采用全息面1上的、测量声压重建的声源面1上的法向有功声强.可见除了在点 $(-0.1\text{m}, 0)$ 处有一个明显的、集中作用的声源外,在点 $(0.1\text{m}, 0)$ 处还有一个强度较小、作用分散的伪声源,这与实际的声源布置情况不符合.

经过理论分析以及考虑实际声源的布置情况,不难解释伪声源产生的原因是:全息面1上测量的声压是声源1和2在其上产生的声压叠加;由于声压是标量,声源2在全息面1上产生的声压,相当于将声源2放置在其关于全息面1的对称位置上时,它在全息面1上产生的声压;当直接用全息面1上的测量声压来重建声源面1上的法向有功声强时,常规SOPNAH全息过程认为所有的声压都来自全息面一侧,即所有的声源位于全息面一侧,最终结果就导致了在点 $(0.1\text{m}, 0)$ 处产生了一个伪声源.

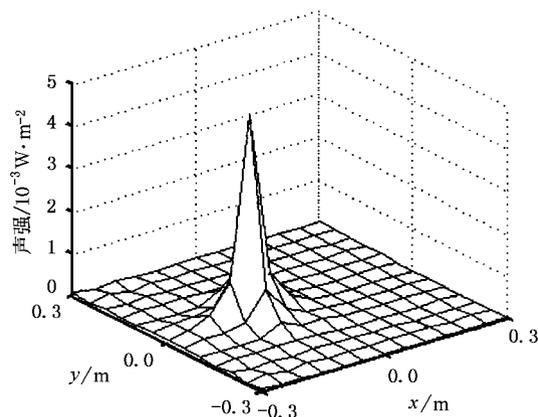
为了重现声场中真实的声源布置情况,采取本文提出的声场分离技术,将各个声源单独在每个全息面上产生的声压分离出来,然后再采用分离后的



(a)直接测量声压重建的法向有功声强



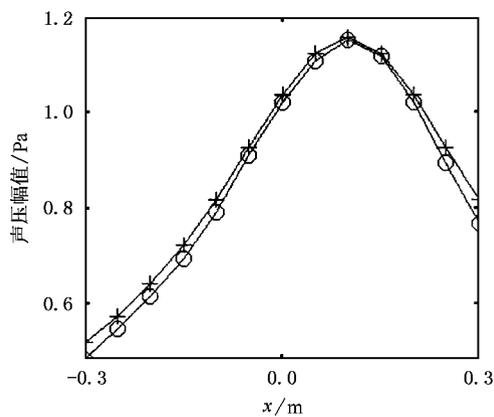
(b)分离声压重建的法向有功声强



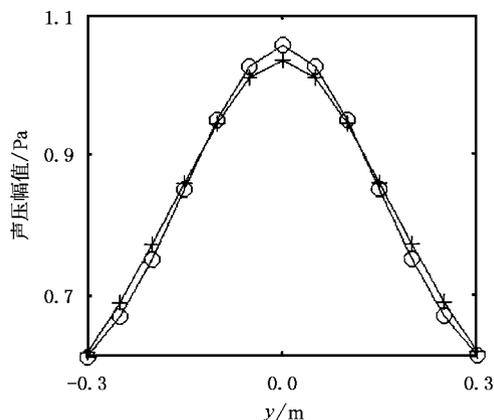
(c)理论声压重建的法向有功声强

图6 声源1上的法向有功声强

分离声压来实现声场的重构。图7为声源2在全息面1上所产生的理论声压值,以及采用本文提出的声场分离技术进行声场分离后的分离声压值。可见,该技术对于全息面两侧均有声源时所产生的声场的分离效果还是很好的。



(a) x轴上声压分布



(b) y轴上声压分布

图7 声源2在全息面1上产生的声压 +为理论值 O为实验值

图(a)为用声场分离后的分离声压重建声源面1上的法向有功声强,由于采用了声场分离技术,消除了重建过程中声源2的影响,所以从法向有功声强的分布情况来看,在全息面1的左侧只在声源面1上点(-0.1m,0)处有一个声源,同样的方法也可以判断在声源面2上点(0.1m,0)处也有一个声源,这与实际的声源布置情况精确符合。

### 6. 结 论

本文从理论上证明了 SOPNAH 的基本原理,并且对其实现过程中重要参数的确定做了深入的研究,提出了一种确定波数矢量的简单、有效的方法。为了使该技术在工程实际中得到更广泛应用,提出了基于双全息面测量的声场分离技术。通过理论分析、实验验证和数值仿真,得出以下结论:

1. SOPNAH 可以从理论上克服窗效应、卷绕误

差,并且它要求的测量孔径可以比基于空间傅里叶变换的平面近场声全息小,在实际声源的定位中更容易实现.

2. 本文提出的确定波数矢量的方法可以有效地保证 SOPNAH 重建精度.

3. 适用于 SOPNAH 的、基于双全息面测量的声

场分离技术,可以准确地分离出全息面两侧声源各自在每个全息面上产生的声压,进而通过分离声压来重建声源面上的各种声学量,从而可以实现全息面两侧均有声源的声场重建与预测,扩大了常规平面全息技术的应用范围,使其要求的测试环境与实际的应用环境更加接近,有利于该技术的应用推广.

- [ 1 ] Maynard J D , Williams E G and Lee Y 1985 *J. Acoust. Soc. Am.* **78** 1395
- [ 2 ] Veronesi W A and Maynard J D 1987 *J. Acoust. Soc. Am.* **81** 1307
- [ 3 ] He Z Y 1996 *Prog. Phys.* **16** 600 ( in Chinese ) [ 何祚镛 1996 物理学进展 **16** 600 ]
- [ 4 ] Yu F *et al* 2003 *J. Vibrat. Eng.* **16** 229 ( in Chinese ) [ 于 飞 等 2003 振动工程学报 **16** 229 ]

- [ 5 ] Yang D G , Zheng S F and Li Y K 2001 *Acta Acoust.* **26** 156 ( in Chinese ) [ 杨殿阁、郑四法、李愈康 2001 声学学报 **26** 156 ]
- [ 6 ] Saijyou K and Yoshikawa S 2001 *J. Acoust. Soc. Am.* **110** 2007
- [ 7 ] You Y X and Miao G P 2002 *Acta Phys. Sin.* **51** 2038 ( in Chinese ) [ 尤云祥、缪国平 2002 物理学报 **51** 2038 ]
- [ 8 ] You Y X , Miao G P and Liu Y Z 2001 *Acta Phys. Sin.* **50** 1103 ( in Chinese ) [ 尤云祥、缪国平、刘应中 2001 物理学报 **50** 1103 ]
- [ 9 ] Steiner R and Hald J 2001 *Int. J. Acoust. Vibrat.* **6** 83

## The principle of statistically optimal planar near-field acoustical holography and the sound field separation technique \*

Li Wei-Bing Chen Jian Yu Fei Bi Chuan-Xing Chen Xin-Zhao  
( *Dynamic Measuring Center , Hefei University of Technology , Hefei 230009 , China* )

( Received 24 March 2004 ; revised manuscript received 17 June 2004 )

### Abstract

Since the sound pressures are measured on the holographic plane with a finite size , there are windowing effects and wraparound errors in the planar near-field acoustical holography ( NAH ) based on spatial fast Fouries transform ( FFT )-based planar NAH ). In order to overcome the windowing effects and wraparound errors , statistically optimal planar near-field acoustical holography ( SOPNAH ) is used. The sound field superposition theory is used to prove the formulas for the SOPNAH. A simple and effective method for choosing the wave number vector is proposed by means of limiting the spatial wavenumber in the  $k_x$  ,  $k_y$  directions and discretizing the wavenumber space plane demarcated by the maximum and minimum of  $k_x$  ,  $k_y$  . To overcome the limitation , that sound field on one side of the holographic plane must be free , in the application of the normal SOPNAH , the sound field separation technique with double holographic planes is proposed. Some results of experiment and numerical simulation are presented to demonstrate the validity of the formulas.

**Keywords** statistically optimal , planar near-field acoustical holography , wave number vector , sound field separation

**PACC** : 4320 , 4363

\* Project supported by the National Natural Science Foundation of China ( Grant No. 50275044 ) , and the Doctoral Program Foundation of Institution of Higher Education of China ( Grant No. 20020359005 ) .