第 54 卷 第 4 期 2005 年 4 月
1000-3290/2005/54(04)/1468-08

物　理　学　报
ACTA PHYSICA SINICA

Vol.54,No.4,April,2005

(2+1)维 Boiti-Leon-Pempinelle 系统的钟状和峰状圈孤子*

郑春龙[1)2)]　方建平[1)]　陈立群[2)]

[1)] (浙江丽水学院物理系,丽水　323000)

[2)] (上海大学应用数学和力学研究所,上海　200072)

(2004 年 6 月 28 日收到;2004 年 10 月 27 日收到修改稿)

借助于 Painlevé-Bäcklund 变换和多线性变量分离方法,求得了(2+1)维非线性 Boiti-Leon-Pempinelle 系统的一般变量分离解.根据得到的一般解,可以构建出丰富的局域相干结构,如峰状孤子、紧致子等.得到了两种新的局域结构——钟状圈孤子和峰状圈孤子,并简要讨论了这两种圈孤子的一些特殊演化性质.

关键词:Boiti-Leon-Pempinelle 系统,多线性变量分离法,钟状圈孤子,峰状圈孤子

PACC:0340,0365,0200

1.引　　言

在物理学的若干领域中,如流体力学、非线性光学、等离子体物理、凝聚态物理等,现代孤子理论得到了广泛的应用[1—3].高维孤子系统的局域结构理论,现已引起了相关学者的极大关注.例如,由 Boiti 等[4,5]通过 Bäcklund 变换方法发现的 Daver-Stewartson Ⅰ系统的钟状平面相干孤子,使人们对(2+1)维孤子系统产生了新的兴趣.近 10 年来,许多学者对高维非线性物理模型进行了广泛的研究.现在,关于高维系统的圈孤子(在各个方向上发生折叠的多值孤波)的研究,已有一些报道[6,7],但人们研究的范围主要仍局限于单值孤波,如钟状孤子(dromion)和峰状孤子(peakon)等.可是,自然界是丰富多彩的,常会遇到一些半包折叠的、相当复杂的局域结构.如:海面上的波浪会在某个方向上(如 x 轴方向)发生折叠,即以某种多值函数的方式折叠,而在另外一个方向上(如 y 轴方向)又以某种单值函数的方式局域.在文献[8]中,我们已成功构建了这种新的局域相干结构——钟状圈孤子.现在一个令人感兴趣的问题是,这种钟状圈孤子是否会存在于其他物理模型?它的演化特性又如何呢?是否还存在其他新的局域结构?本文将关注下面(2+1)维 Boiti-Leon-Pempinelle(BLP)非线性系统一些新的局域结构及其一些特殊的演化行为[9]:

$$u_{yt}-(u^2)_{xy}+u_{xxy}-2v_{xxx}=0,\tag{1}$$

$$v_t-v_{xx}-2uv_x=0.\tag{2}$$

在文献[9]中,作者已证明了上述 BLP 系统的可积性,文中还证明,通过适当的变换上述 BLP 系统可以从著名的 sine-Gordon 方程或 sinh-Gordon 方程导出.这些方程出现在数学物理的许多分支中[10],并被广泛地应用于原子物理、分子物理、粒子物理和浅水波模型等实际问题中[11,12].文献[13]得到了这个方程的类孤子解和类多孤子解.然而就我们所知,关于上述 BLP 系统的钟状圈孤子和峰状圈孤子的研究仍少有报道.

2.(2+1)维 BLP 系统的变量分离解

对一个给定的非线性物理模型而言,人们可以用不同的方法求解.其中一个有效的方法是最近由 Lou 等[14]提出的多线性变量分离法(MLVSA).这个方法近来被不断发展和完善,并成功地应用于各类(2+1)维非线性模型,如(2+1)维 Ablowitz-Kaup-Newell-Segur 系统,非线性 Schrödinger 方程,以及 Nizhnik-Novikov-Vesselov 模型等[15—18].事实上,MLVSA 方法研究(2+1)维孤子系统的基本理论已

* 国家自然科学基金(批准号:10172056)、浙江省自然科学基金(批准号:Y604106)和浙江丽水学院自然科学基金重点项目(批准号:KZ04008,KZ03005)资助的课题.

经建立. 当然，MLVSA 还在进一步发展，旨在得到非线性系统更广义的精确解(就某种意义而言，所求得的解应包含更多的任意函数).

在本文中，我们将 MLVSA 方法拓展到(2+1)维 BLP 系统. 首先，我们对(1)，(2)式中的 u 和 v 进行下面的 Painlevé-Bäcklund 变换：

$$u = \sum_{j=0}^{\alpha_2} u_j f^{j-\alpha_1},\qquad v = \sum_{j=0}^{\alpha_2} v_j f^{j-\alpha_2}, \tag{3}$$

式中 u_{α_1} 和 v_{α_2} 是 BLP 系统的任意种子解. 根据首项分析得 $\alpha_1=\alpha_2=1$. 把(3)式代入(1)和(2)式，并知函数 u_1 和 v_1 是原 BLP 模型的种子解，得

$$\sum_{i=0}^{3}\psi_{1i} f^{i-4} = 0,\qquad \sum_{i=0}^{2}\psi_{2i} f^{i-3} = 0, \tag{4}$$

式中 ψ_{1i}，ψ_{2i}是关于 $\{u_j, v_j, f\}$及其导数的函数. 由于表达式 ψ_{1i} 和 ψ_{2i} 的复杂性，我们忽略了其具体形式. 消去(4)式中的首项，可以确定函数 $\{u_0, v_0\}$. 将所得结果代入(3)式并改写它的形式，上述 Painlevé-Bäcklund 变换变为

$$u = (\ln f)_x + u_1,\qquad u = (\ln f)_y + u_1. \tag{5}$$

下面为了讨论方便，我们将种子解 u_1 和 v_1 分别取为 $u_1 = u_1(x, t)$，$v_1=0$，其中 $u_1(x, t)$是一个关于(x, t)的任意函数. 把种子解和(5)式代入(1)和(2)式，得到

$$\begin{aligned}&[f_{xyt} - 2(f_{xy}u_1)_x - f_{xxxy}]f^2\\&+[2f_y(f_xu_1)_x + f_yf_{xxx} - (f_xf_y)_t\\&+(f_{xy}f_x)_x + 4u_1f_{xy}f_x - f_{xy}f_t]f\\&+2(f_xf_t - 2u_1f_{xx} - f_{xx}f_x)f_y = 0,\end{aligned} \tag{6}$$

$$\begin{aligned}&f[f_{yt} - f_{xxy} - 2u_1f_{xy}]\\&+(2u_1f_x + f_{xx} - f_t)f_y = 0.\end{aligned} \tag{7}$$

借助于计算机代数并经过仔细计算，(6)和(7)式可以约化为一个线性方程，

$$f_t - f_{xx} - 2u_1f_x = 0. \tag{8}$$

既然(8)式是个线性方程，我们可运用线性迭代原理，如

$$f = Q_0(y) + \sum_{k=1}^{N} P_k(x,t)Q_k(y,t), \tag{9}$$

式中，变量分离函数 $P_k(x, t)\equiv P_k$ 和 $Q_k(y, t)\equiv Q_k(k=1, 2, \cdots, N)$分别是 $\{x, t\}$和 $\{y, t\}$的待定函数，$Q_0(y)\equiv Q_0$ 是 y 的任意函数. 把(9)式代入(8)式可得到下述的变量分离方程组：

$$P_{kt} - P_{kxx} - 2u_1P_{kx} + \sum_{l=1}^{M}C_{kl}(t)P_k = 0, \tag{10}$$

$$Q_{kt} - \sum_{l=1}^{M}C_{kl}(t)Q_k = 0\quad (l=1,2,\cdots,M), \tag{11}$$

式中 $C_{kl}(t)$ $(k=1, 2, \cdots, N; l=1, 2, \cdots, M)$是关于时间 t 的任意函数. 然后可得到 BLP 系统一般形式的变量分离解，

$$u = \frac{\sum_{k=1}^{N}P_{kx}Q_k}{Q_0 + \sum_{k=1}^{N}P_kQ_k} + u_1, \tag{12}$$

$$v = \frac{\sum_{k=1}^{N}P_kQ_{ky}}{Q_0 + \sum_{k=1}^{N}P_kQ_k}. \tag{13}$$

这里的 u_1，P_k 和 Q_k应满足(10)和(11)式.

与变量分离解相对应的 BLP 系统的一般势函数 G $(G\equiv u_y\equiv v_x)$为

$$G = \frac{\sum_{k=1}^{N}P_{kx}Q_{ky}}{Q_0 + \sum_{k=1}^{N}P_kQ_k} - \frac{\sum_{k=1}^{N}P_{kx}Q_k\left(Q_{0y} + \sum_{k=1}^{N}P_kQ_{ky}\right)}{\left(Q_0 + \sum_{k=1}^{N}P_kQ_k\right)^2}. \tag{14}$$

为了讨论一般变量分离解或一般势函数 G 的一些有趣性质，需作进一步简化. 这里我们考虑一种最简单的情况：取 $N=M=1$，$\{P_1, Q_1\}\equiv\{P, Q\}$，$C_{11}(t)\equiv c(t)$，则上述方程(9)，(10)和(11)变为

$$f = Q_0 + PQ, \tag{15}$$

$$P_t - P_{xx} - 2u_1P_x + c(t)P = 0, \tag{16}$$

$$Q_t - c(t)Q = 0, \tag{17}$$

根据方程(16)和(17)，可以得到它们的一般解. 由于 $u_1(x, t)$是关于(x, t)的任意种子解，我们可以认为 P 是(x, t)的任意函数，再由(16)式确定种子解 $u_1(x, t)$，即

$$u_1 = \frac{P_t - P_{xx} + c(t)P}{2P_x}. \tag{18}$$

至于方程(17)，可以直接写出其解

$$Q(y,t) = \varphi(y)\exp\left(\int^t c(t)\mathrm{d}t\right). \tag{19}$$

这里 $\varphi(y) \equiv \varphi$ 是关于 y 的任意函数.

最后我们可以得到该 BLP 系统一组特殊形式的变量分离解

$$u = \frac{P_x\varphi\exp\left(\int^t c(t)\mathrm{d}t\right)}{Q_0 + P\varphi\exp\left(\int^t c(t)\mathrm{d}t\right)} + \frac{P_t - P_{xx} + c(t)P}{2P_x}, \tag{20}$$

$$v = \frac{(a_2 + a_3P)\varphi_y\exp\left(\int^t c(t)\mathrm{d}t\right)}{Q_0 + P\varphi\exp\left(\int^t c(t)\mathrm{d}t\right)}, \tag{21}$$

$$G = \frac{P_x(\varphi_yQ_0 - \varphi Q_{0y})\exp\left(\int^t c(t)\mathrm{d}t\right)}{\left[Q_0 + P\varphi\exp\left(\int^t c(t)\mathrm{d}t\right)\right]^2}, \tag{22}$$

式中 $P(x,t)$，$Q_0(y)$，$\varphi(y)$ 和 $c(t)$是 4 个所示变量的任意函数.

3. BLP 系统的一些特殊局域相干孤子——钟状圈孤子和峰状圈孤子

在这里我们暂不考虑一般势函数(14)式，而只讨论由(22)式描述的势函数 G 所产生的一些局域结构.事实上，即使在这种特殊情形中，也可以得到 BLP 系统的非常丰富的局域相干结构[2,8,16].由于函数 $P(x,t)$，$Q_0(y)$，$\varphi(y)$ 和 $c(t)$在势函数(22)式中的任意性，G 显然具有丰富的局域结构，如钟状孤子和峰孤子等平面局域相干孤子.为了进一步简化下面的讨论，我们在势函数(22)式中暂取 $Q_0(y)=1$，$c(t)=0$.例如，在各个方向上都局域的钟状孤子可以由直线孤子或曲线孤子共振作用后得到.一种简单的方法是考虑选取函数 $P(x,t)$和 $\varphi(y)$为[16]

$$\begin{aligned} P &= 1 + \sum_{i=1}^{M} a_i\tanh[k_i(x + c_it) + x_{0i}], \\ \varphi &= 1 + \sum_{j=1}^{N} b_j\tanh(K_jy + y_{0j}) \end{aligned} \tag{23}$$

时，其中 $a_i, b_j, k_i, K_j, c_i, x_{0i}$ 和 y_{0j} 是任意常量，M 和 N 是正整数，那么我们就可以得到势函数 G 的平面相干钟状孤子.图 1 是势函数(22)式满足条件(23)式和

$$\begin{aligned} &M = 2, \\ &N = k_1 = k_2 = -c_1/2 = c_2 = K_1 = 1, \\ &x_{01} = x_{02} = y_{01} = 0, \\ &2a_1 = 2b_1 = a_2 = 0.2 \end{aligned} \tag{24}$$

时的两个钟状孤子及它们在不同时间的演化图.传统理论一般认为：孤子相互作用后，它们保持原有的波幅、速度和形状[1,2].如在过去的若干研究中[2,8]，也已发现钟状孤子与钟状孤子作用后，其波幅、速度和形状完全保持不变.但是在实际不同物理系统中，孤子碰撞是相当复杂和多样的.根据图 1 的分析，可以发现:这两个钟状孤子相互对碰后，虽然仍保持原来的速度和形状，可是它们的波幅变化了.显然，若 $Q_0(y)\neq 1, c(t)\neq 0$，而是分别取关于 y 和 t 任意函数，势函数 G 必将展现更为复杂的行为.

如果考虑函数 $P(x,t)$和 $\varphi(y)$为一些恰当的分段连续函数时，则可以得到势函数 G 的一些峰状孤子和紧致子(compacton)[2,7].例如取函数 $P(x,t)$和$\varphi(y)$满足下述条件时：

$$P = 1 + \sum_{i=1}^{M}\begin{cases} \psi_i(x + c_it) & (x + c_it \leqslant 0), \\ -\psi_i[-(x + c_it)] + 2\psi_i(0) & (x + c_it > 0), \end{cases} \tag{25}$$

$$\varphi = 1 + \sum_{j=1}^{N}\begin{cases} \chi_j(y) & (y \leqslant 0), \\ -\chi_j(-y) + 2\chi_j(0) & (y > 0), \end{cases} \tag{26}$$

我们可得到如图(2)所示的峰状孤子.

这里,符号“$\sum_{j=1}^{N}\{$”的意思是,对式中求和时每取一个 i 或j 均对应一个分段连续函数(下同),其中的 $\chi_j(y)$ 和 $\psi_i(x + c_it) \equiv \psi_i(\zeta)$ 是所示变量的可微函数，边界约束条件为

$$\chi_j(\pm\infty) = A_{\pm j} \quad (j = 1,2,\cdots,M),$$
$$\psi_i(\pm\infty) = B_{\pm i} \quad (i = 1,2,\cdots,N).$$

这里的 $A_{\pm j}$和$B_{\pm i}$为任意常量甚至无穷.图 2 是势函数(22)式满足条件(25),(26)式和

$$\begin{aligned} &M = 2, \\ &N = 1, \\ &\psi_1 = 0.1\exp(x + t), \\ &\psi_2 = 0.2\exp(x - 2t), \\ &\chi_1 = \exp(y) \end{aligned} \tag{27}$$

时的两个峰状孤子及它们在不同时间的演化图.在文献[2]中，作者报道了两个峰状孤子相互作用后，它们的速度保持不变,而波幅和形状发生相互交换.可是，这里所得的结果与文献[2]的报道不同.根据图 2，进行理论和图形分析可知:两个峰状孤子对碰后，

虽然仍保持原来的速度，但它们的波幅和形状都变化了，而不只是波幅和形状发生交换. 这说明在不同物理系统或是同一系统中，在不同的初始条件或边界条件下孤子的作用会呈现出不同的行为.

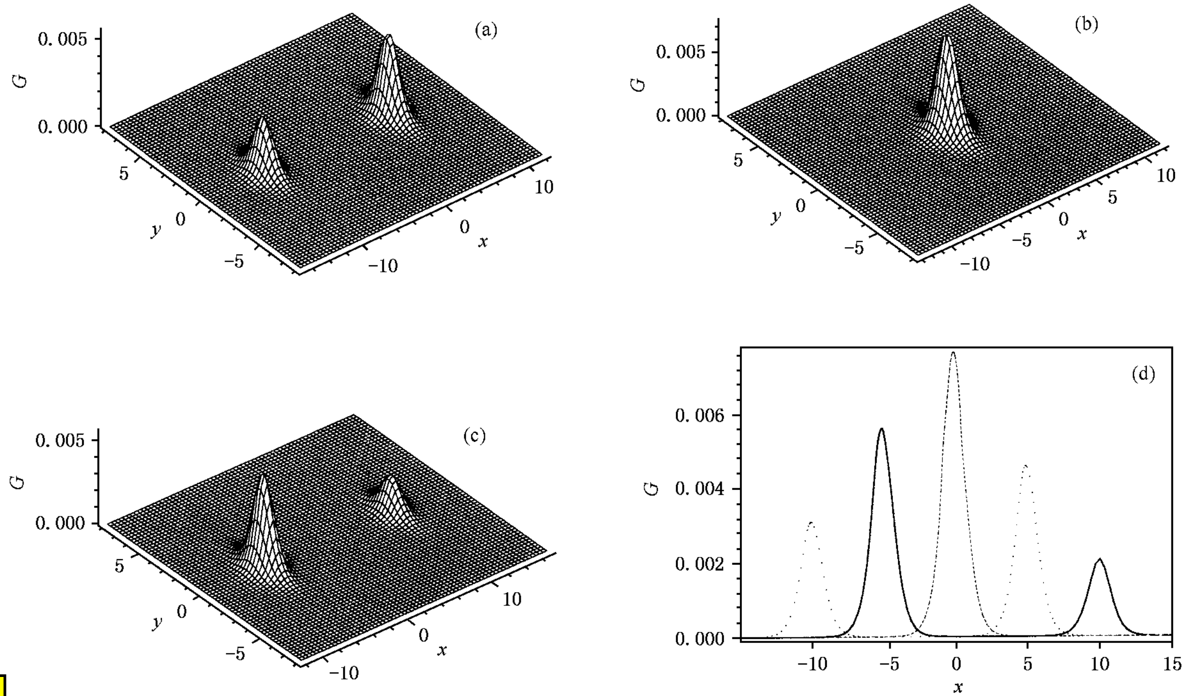

图 1　势函数 G 满足条件(23)和(24)式时的两个钟状孤子和它们在不同时间的演化图　(a) $t=-5$，(b) $t=0$，(c) $t=5$，(d) 为与(a)，(b)，(c) 相对应的势函数 G 在 $y=0$ 处的截面图，点线对应(a)，虚线对应(b)，实线对应(c)

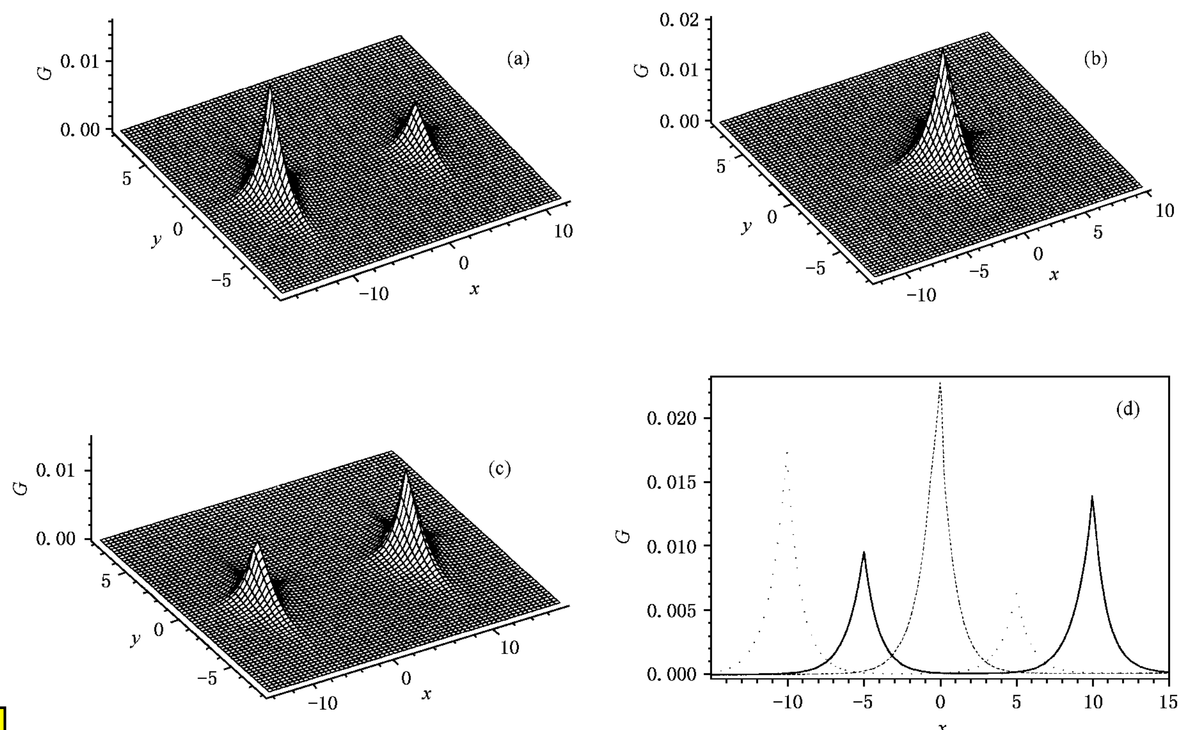

图 2　势函数 G 满足条件(25)，(26)和(27)式时的两个峰状孤子和它们在不同时间的演化图　(a) $t=-5$，(b) $t=0$，(c) $t=5$，(d) 为与图(a)，(b)，(c) 相对应的势函数 G 在 $y=0$ 处的截面图，点线对应(a)，虚线对应(b)，实线对应(c)

现在我们分析势函数 G 在一些特定情形下可能存在的钟状圈孤子. 若取 φ 是关于 y 的单值函数，而 P 由下述关系给定[8]：

$$
\begin{aligned}
P_x &= \sum_{j=1}^{M} h_j(\zeta + c_j t),\\
x &= \zeta + \sum_{j=1}^{M} X_j(\zeta + c_j t),\\
P &= \int^{\zeta} P_x x_\zeta \, \mathrm{d}\zeta,
\end{aligned}
\tag{28}
$$

式中，$c_j\ \{j = 1, 2, \cdots, M\}$ 是任意常量，h_j，X_j 为局域函数，其特性是

$$
h_j(\pm\infty) = 0,\quad X_j(\pm\infty) = \mathrm{const}.
$$

从(28)式知：通过适当选取函数 X_j，在 x 的某些区域上，ζ 可能是一个关于 x 的多值函数. 在这些区域里，P_x 虽然是关于 ζ 的单值函数，但它可以是关于 x 的多值函数. 例如，当

$$
\begin{aligned}
P_x &= \mathrm{sech}^2(\zeta) + 0.5\mathrm{sech}^2(\zeta - 0.5t),\\
x &= \zeta - 1.5\tanh(\zeta) - 1.5\tanh(\zeta - 0.5t),
\end{aligned}
\tag{29}
$$

$$
\begin{aligned}
\varphi &= 1 + \tanh(y),\\
Q_0(y) &= 10,\\
c(t) &= 0
\end{aligned}
\tag{30}
$$

时，我们可以得到一种新的局域结构——钟状圈孤子. 图 3(a)—(d)中描绘了两个钟状圈孤子的演化. 从图 3 可以看出，这两个钟状圈孤子在 x 方向上发生折叠，而在 y 方向上以钟状单值局域. 另外，由理论计算和图形分析知，在这两个圈孤子中，碰撞前一个圈孤子(图中较大的孤子)的速度为零，另

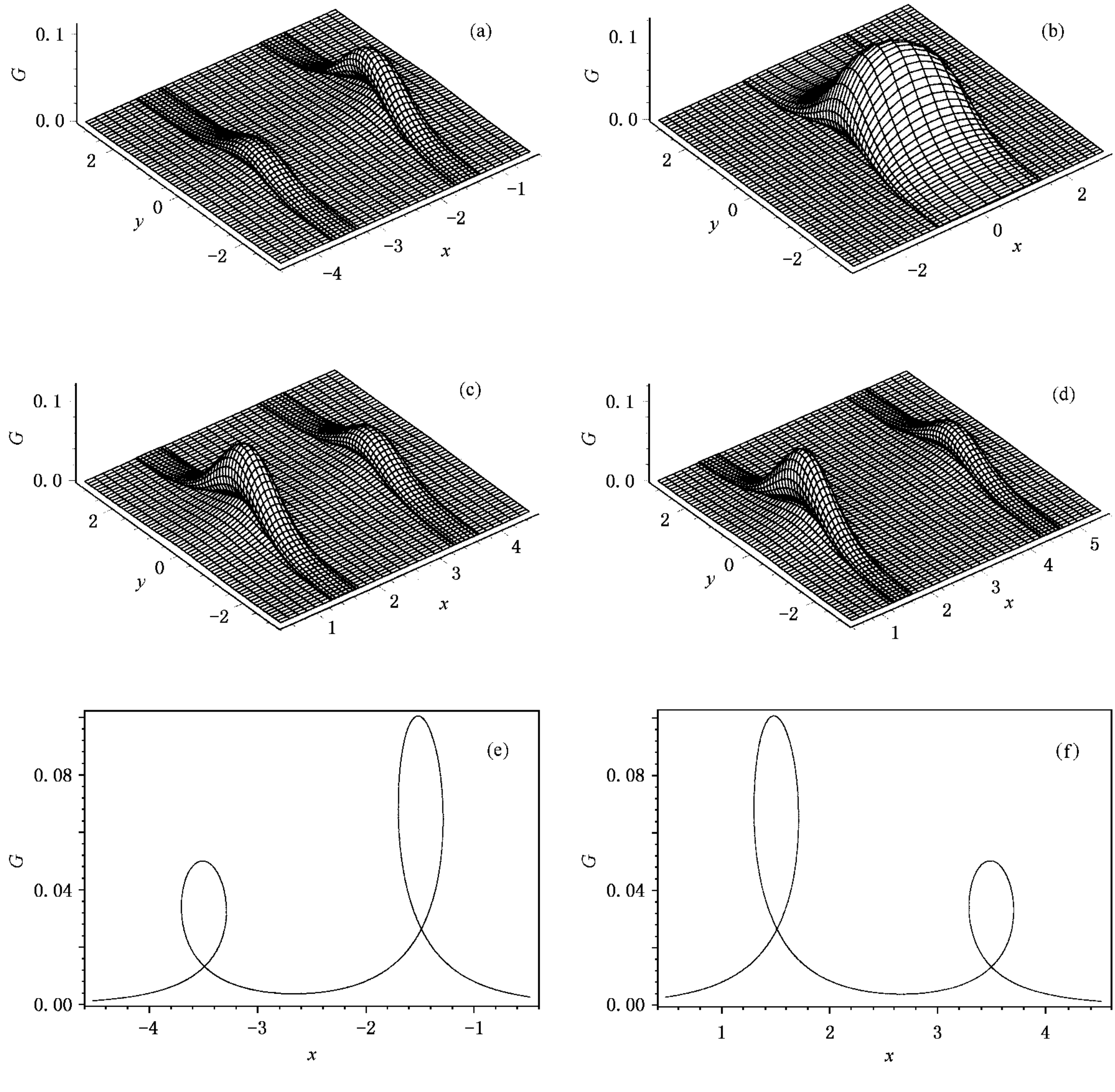

图 3 势函数 G 满足条件(29)和(30)式时的两个钟状圈孤子和它们在不同时间的演化图 (a) $t = -10$，(b) $t = 0$，(c) $t = 10$，(d) $t = 12$，(e) 为与(a)相对应的势函数 G 在 $y = 0$ 处的截面图，(f) 为与(c)相对应的势函数 G 在 $y = 0$ 处的截面图

一个圈孤子以 0.5 的速度沿 x 正方向运动.在小圈孤子追碰大圈孤子过程中，大圈孤子的位置从 $x=-1.5$移到了 $x=1.5$ 处，发生了相移，但碰撞结束后它仍然处于静止状态，而小圈孤子继续以 0.5 的速度沿 x 正方向运动. 与图 1 和图 2 中的孤子演化行为相比较，这两个钟状圈孤子的演化行为呈现出新的特点：它们交汇作用后，完全保持原有的形状、波速和波幅.

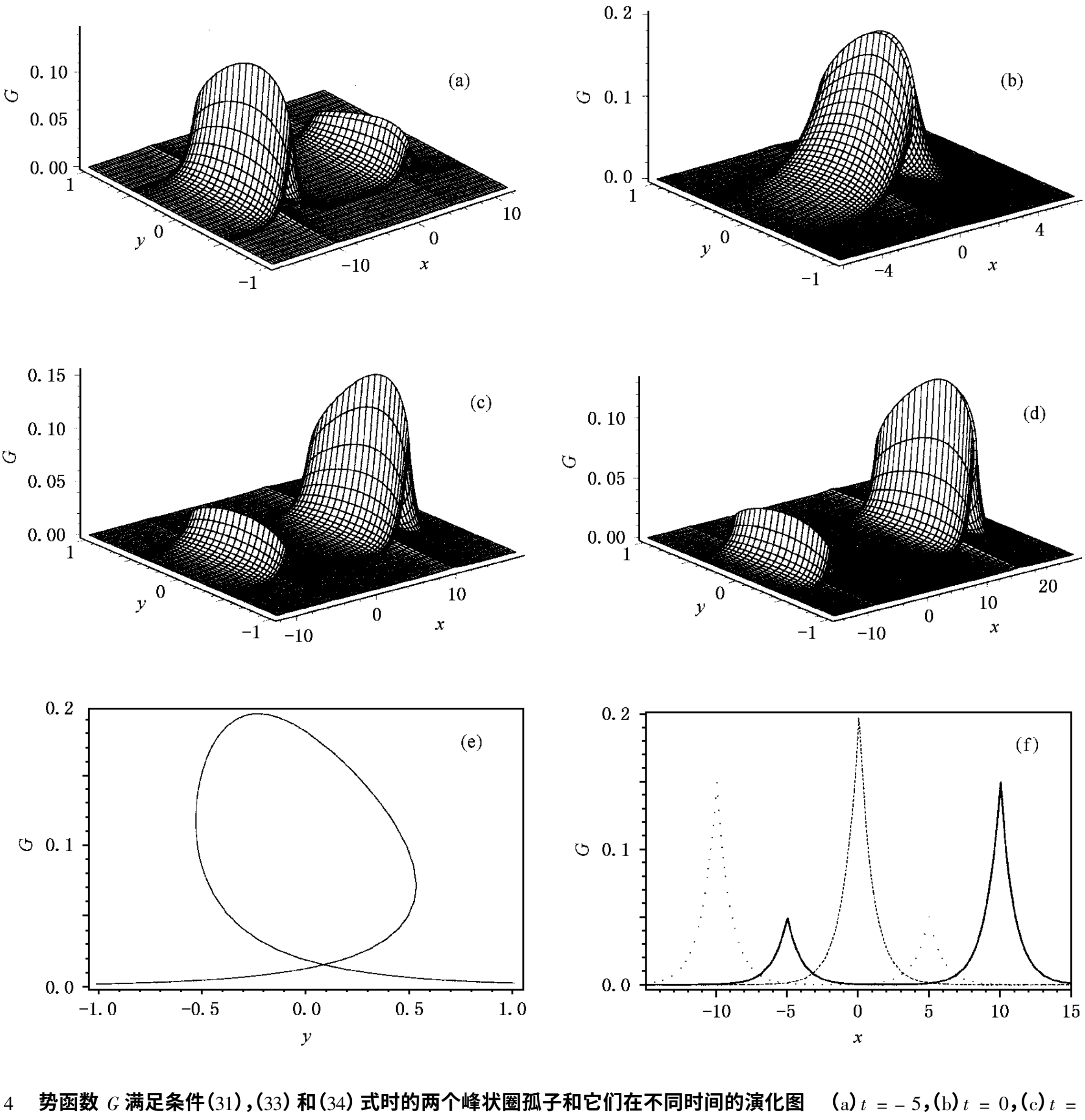

图 4　势函数 G 满足条件(31),(33) 和(34) 式时的两个峰状圈孤子和它们在不同时间的演化图　(a) $t=-5$,(b) $t=0$,(c) $t=5$,(d) $t=6$,(e) 为与(b) 相对应的势函数 G 在 $x=0.1$ 处的截面图,(f) 为与(a),(b),(c) 相对应的势函数 G 在 $y=0$ 处截面图,点线对应(a),虚线对应(b),实线对应(c)

进一步推广上述结果，我们还可以得到势函数(22)式的峰状圈孤子.现在取 P 是关于(x,t)的分段连续单值函数，

$$P=1+\sum_{i=1}^{M}\begin{cases}\psi_i(x+c_it) & (x+c_it\leqslant 0),\\ -\psi_i[-(x+c_it)]+2\psi_i(0) & (x+c_it>0),\end{cases}\tag{31}$$

而 φ 取为多值函数

$$\varphi_y=\sum_{j=1}^{N}f_j(\eta),$$
$$y=\eta+\sum_{j=1}^{N}Y_j(\eta),\tag{32}$$
$$\varphi=\int^{\eta}\varphi_y y_\eta\,\mathrm{d}\eta,$$

式中 f_j，Y_j 也为局域函数. 通过适当选取局域函数 Y_j，在 y 的某些区域上,使 η 是关于 y 的多值函数，从而得到 φ_y 是关于 y 的多值函数.例如，当

$$
\begin{aligned}
\varphi_y &= \operatorname{sech}^2(\eta), \\
y &= \eta - 2\tanh(\eta),
\end{aligned}
\tag{33}
$$

而在(31)式中取

$$
\begin{aligned}
M &= 2, \\
\psi_1 &= \exp(x + t), \\
\psi_2 &= 2\exp(x - 2t),
\end{aligned}
\tag{34}
$$

并在势函数(22)式中取 $Q_0(y) = 20$，$c(t) = 0$ 时，我们可以得到另一种新的局域结构——峰状圈孤子.图4(a)—(d)中描绘了两个峰状圈孤子的演化.从图4可以看出,这两个峰状圈孤子也具有新的性质：它们在 y 方向上发生折叠，而在 x 方向上以峰状单值局域.根据理论和图形分析知，在这两个圈孤子中，碰撞前一个圈孤子(图中较大的孤子)以2的速度沿 x 正方向运动，另一个圈孤子以1的速度沿 x 反方向运动.两个峰状圈孤子相互作用后完全保持原有的形状、波速和波幅. 这与图3的钟状圈孤子演化行为类似.

4. 结 论

本文从 Painlevé-Bäcklund 变换出发，运用多线性变量分离理论研究了(2+1)维非线性 BLP 系统，得到了该系统的具有若干任意变量分离函数的一般局域解.根据所得的局域解，通过选择恰当的任意函数，则可以构造各种各样的局域相干孤子，如钟状孤子、环孤子、团孤子、呼吸子、瞬子、峰状孤子、混沌孤子和分形孤子等.本文得到了两种新的局域相干结构——钟状圈孤子和峰状圈孤子，并简要地讨论了其演化特性. 本文只是初始工作,由于孤子理论广泛的潜在应用，关于高维非线性可积系统的圈孤子及其演化特性值得进一步深入研究.

感谢楼森岳教授和张解放教授的帮助和讨论.

[1] Camassa R，Holm D D 1993 *Phys. Rev. Lett.* **71** 1661

[2] Tang X Y，Lou S Y，Zhang Y 2002 *Phys. Rev.* E **66** 046601

[3] Lou S Y 1998 *Phys. Rev. Lett.* **80** 5027

[4] Boiti M，Leon J J P，Martina L *et al* 1988 *Phys. Lett.* A **132** 432

[5] Fokas A S 1989 *Phys. Rev. Lett.* **63** 1329

[6] Tang X Y，Lou S Y 2003 *J. Math. Phys.* **44** 4000

[7] Zheng C L，Zhang J F，Hunag W H *et al* 2003 *Chin. Phys. Lett.* **20** 783

[8] Zheng C L，Chen L Q 2004 *J. Soc. Phys. Jpn.* **73** 293

[9] Boiti M，Leon J J P，Pempinelli F 1987 *Inverse Problem* **3** 37

[10] Debin H 2003 *Phys. Lett.* A **314** 51

[11] Fokas A S 1995 *Physica* D **87** 145

[12] Matrasulov D U，Ataev S 2003 *J. Phys. A* **36** 10227

[13] Lu Z S，Zhang H Q 2004 *Chaos，Solitons and Fractals* **19** 527

[14] Lou S Y，Lu J Z 1996 *J. Phys. A：Math. Gen.* **29** 4209

[15] Lou S Y，Ruan H Y 2001 *J. Phys. A：Math. Gen.* **34** 305

[16] Zheng C L，Sheng Z M 2003 *Inter. J. Mod. Phys.* B **17** 4407

[17] Zheng C L，Zhang J F 2002 *Chin. Phys. Lett.* **19** 1399

[18] Zheng C L，Zhang J F，Sheng Z M 2003 *Chin. Phys. Lett.* **20** 331

Bell-like and peak-like loop solitons in (2 + 1)-dimensional Boiti-Leon-Pempinelli system *

Zheng Chun-Long[1)2)] Fang Jian-Ping[1)] Chen Li-Qun[2)]

[1)] (*Department of Physics*, *Zhejiang Lishui University*, *Lishui* 323000, *China*)

[2)] (*Institute of Applied Mathematics and Mechanics*, *Shanghai University*, *Shanghai* 200072, *China*)

(Received 28 June 2004; revised manuscript received 27 October 2004)

Abstract

In this work, starting from a Painlevé-Bäcklund transformation and a multilinear variable separation approach, a general variable separation excitation of the three-dimensional Boiti-Leon-Pempinelli system is derived first. Then based on the derived excitation, we can construct many localized structures like peakons and compactons etc. Meanwhile, two new types of solitary waves, i.e., a bell-like loop soliton and a peak-like loop soliton are constructed and their evolution properties of the novel localized structures are briefly discussed.

Keywords: Boiti-Leon-Pempinelli system, multilinear variable separation approach, bell-like loop soliton, peak-like loop soliton

PACC: 0340, 0365, 0200

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 10172056), the Natural Science Foundation of Zhejiang Province, China (Grant No. Y604106), and the Natural Science Foundation of Zhejiang Lishui University, China (Grant Nos. KZ04008, KZ03005).