

# 硬 x 射线同轴相衬成像的相位恢复

于 斌<sup>1)†</sup> 彭 翔<sup>1)‡</sup> 田劲东<sup>1)</sup> 牛憨笨<sup>1)</sup>

<sup>1)</sup> (深圳大学光电子学研究所, 光电子器件与系统教育部重点实验室, 深圳 518060)

<sup>2)</sup> (天津大学精密测试技术及仪器国家重点实验室, 天津 300072)

(2004 年 9 月 10 日收到, 2004 年 11 月 4 日收到修改稿)

基于角谱的概念, 分析了硬 x 射线同轴相衬成像过程, 在传统相位恢复算法 GS 算法的基础上, 提出了基于角谱传播的相位恢复算法——迭代角谱法 (IASA), 并利用数值法模拟研究了相衬成像和相位恢复过程, 从理论上验证了这一相位恢复算法.

关键词: 相位恢复, 相位衬度, 角谱, 硬 x 射线

PACC: 4230, 0785

## 1. 引 言

自从 1895 年伦琴发现 x 射线开始, x 射线成像系统都是基于物体不同部位对 x 射线的吸收不同的原理, 即所谓的吸收反衬成像, 该方法在众多领域特别是临床医学领域获得了巨大的成功. 然而, 受原理的限制, 它很难对密度相差不大的低 Z 材料、软组织如血管、肿瘤等成清晰像. 但在硬 x 射线波段, 物体的吸收极小, 产生的对比度也很小, 而相位的变化却很大, 若能对相位成像, 将得到较好的对比度, 从而推断物体的性质.

x 射线相衬成像 (XPCI) 是利用 x 射线透过样品后携带的相位信息对样品内部结构成清晰像, 这是近几年发展起来的一种新的 x 射线成像方法. 随着高亮度同步辐射光源及 x 射线激光的发展, XPCI 越来越受到人们的重视, 提出了许多种 XPCI 技术<sup>[1-9]</sup>, 其中, Wilkins 等人<sup>[5,6]</sup>最近提出了一种非常简单的、基于菲涅耳衍射的 x 射线相衬成像方法——硬 x 射线同轴轮廓相衬成像, 特别引人注目, 被认为是极具应用潜力的 XPCI 技术.

在硬 x 射线同轴相衬成像技术中, 由强度测量来恢复物体相位信息问题即相位恢复问题成为关键的技术问题, 因此也成为人们研究的热点. Nugent 等人<sup>[7-11]</sup>提出基于强度传播方程 (TIE) 的多种方法, 获得了成功的应用. 本文从平面波角谱传播的概念角

度出发, 详细研究了硬 x 射线同轴相衬成像方法, 讨论了基于角谱传播的相位恢复算法, 并利用数值法模拟研究了相衬成像过程, 验证了此种相位恢复方法的可行性.

## 2. 相位恢复理论模型

对于自由空间衍射的硬 x 射线同轴相衬成像的机理可由菲涅耳衍射来描述, 在单色平面波入射的情形下, 其成像模型如图 1 所示. 图中像面与物面的距离为  $z$ , 直接衍射相位成像是指像面上记录到的 x 射线强度分布.

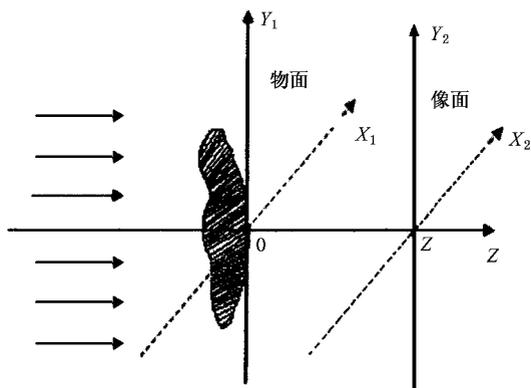


图 1 硬 x 射线同轴相衬成像示意图

根据平面波角谱传播理论<sup>[12]</sup>, 在像平面上的复振幅分布

<sup>†</sup>E-mail: yubin@szu.edu.cn

$$U_2(x_2, y_2) = \rho_2(x_2, y_2) \exp[i\phi_2(x_2, y_2)],$$

可由物面上的复振幅分布

$$U_1(x_1, y_1) = \rho_1(x_1, y_1) \exp[i\phi_1(x_1, y_1)]$$

经过下列变换得出：

$$H = \frac{A(\alpha, \beta, z)}{A(\alpha, \beta, 0)} = \exp\{ikz(1 - \alpha^2 - \beta^2)^{1/2}\}, \quad (1a)$$

$$A(\alpha, \beta, 0) = \iint_{-\infty}^{\infty} U_1(x_1, y_1, 0) \times \exp\{-ik(\alpha x + \beta y)\} dx_1 dy_1 \quad (1b)$$

$$U_2(x_2, y_2, z) = \iint_{-\infty}^{\infty} A(\alpha, \beta, 0) \cdot H \cdot \exp[ik(\alpha x + \beta y)] d\alpha d\beta, \quad (1c)$$

其中  $\alpha, \beta$  为波矢量在  $x$  和  $y$  方向的方向余弦。从而，像平面上的强度分布为

$$I_2(x_2, y_2) = |U_2(x_2, y_2)|^2. \quad (2)$$

因此，x 射线同轴相衬成像中的相位恢复问题的一般描述是，如果已知像平面上的强度信息  $I_2(x_2, y_2)$  和物平面上的振幅信息  $\rho_1$ ，如何去恢复物面上的相位信息  $\phi_1$ ，使其能高精度的满足方程(1)。方程(1)表明了物波和衍射波在菲涅耳近似下的对称关系，这样在传统的相位恢复算法 Gerchberg-Saxton (GS)<sup>[13-15]</sup>的基础上，可利用物波和衍射波的前向和后向角谱传播进行反复迭代来恢复物波的相位信息。我们称此相位恢复算法为迭代角谱法(IASA)。在自由空间平面波角谱传播的计算中，可采用快速傅里叶变换(FFT)来计算，如图2所示。

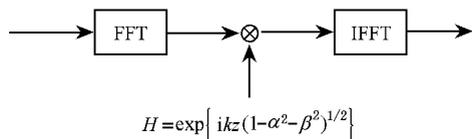


图2 自由空间角谱传播的计算

IASA 算法的计算流程图如图3所示，其运算过程如下，首先，以计算机产生的随机相位作为物波的初始相位分布，和已知的复振幅分布作为初始波前函数，然后通过前向的角谱传播，获得了像面上的波前函数，引入像面上的限制条件，即保持相位不变，但振幅变为预先探测到的像面的振幅分布，其次，把此新的像面的波函数进行后向角谱传播，获得物面上的波前函数，再引入物面上的限制条件，即保持相位不变，振幅变为预先已知的物面的振幅分布，作为下一次迭代的初始物波函数，这样反复进行算法迭代，直到定义的误差均方差之和(SSE)达到设计精

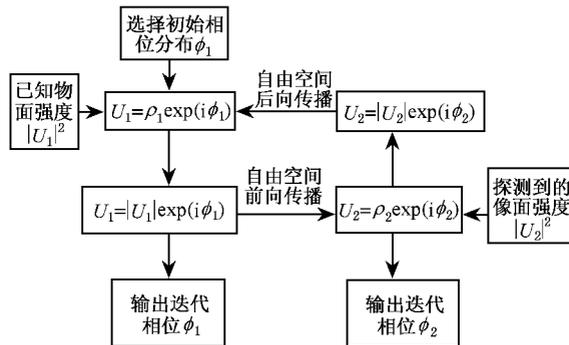


图3 基于迭代角谱法的相位恢复方法框图

度或者达到设置的最大迭代次数为止。SSE 定义为

$$SSE = \sum [ \rho_2 - \rho_2^n ]^2 / \sum \rho_2^2, \quad (3)$$

式中  $\rho_2$  代表探测器接收到的像面的振幅分布， $\rho_2^n$  代表第  $n$  次迭代结束时，像面的振幅分布。IASA 算法编程简单，计算方便，下面将对这一算法进行计算机数值模拟。

### 3. 数值模拟

利用 FFT 算法，可以模拟出二维平面相位物体的硬 x 射线同轴相衬成像及相位恢复过程。我们以图像“Lena”作为假想的相位物体的相位，因为此图像含有丰富的不同分辨率的图像细节，对于从视觉层面上评估图像重建精度是非常有益的。相位物体如图4所示，像元数为  $512 \times 512$ ，物理尺寸为  $512 \mu\text{m} \times 512 \mu\text{m}$ ，波长  $\lambda = 0.1 \text{ nm}$ ，相应于硬 x 射线波段，相位值在  $[-1, 0]$  弧度之间变化，这些条件对于定量硬 x 射线同轴相衬成像来说是非常实际的，假定物平面上的强度分布是均匀的，即  $I_1(x_1, y_1) = 1$ ，对应于单色平面波照明下的非吸收相位物体的特例。



图4 物平面的模拟相位分布

根据前面的讨论，利用方程(1)计算了不同传播距离  $z = 0.1, 1$  和  $10 \text{ m}$  处的像面上的强度分布

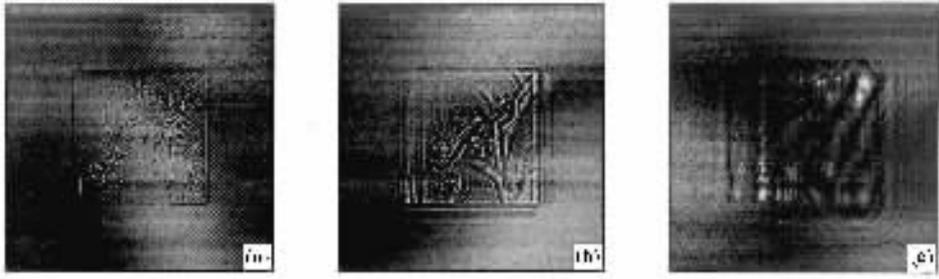


图 5 对于不同传播距离的像平面强度分布 (a)  $z = 0.1\text{m}$ ; (b)  $z = 1\text{m}$ ; (c)  $z = 10\text{m}$

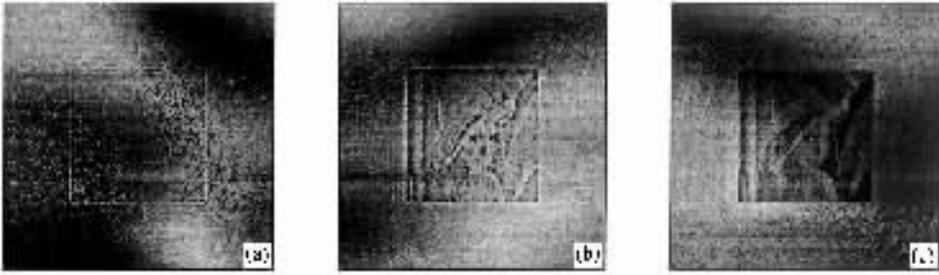


图 6 相位恢复的结果 (a)  $z = 0.1\text{m}$ ; (b)  $z = 1\text{m}$ ; (c)  $z = 10\text{m}$

$I_2(x_2, y_2)$  如图 5 所示. 从图中可以看到显著的边缘增强效应, 即对相位的变化成像. 根据上述强度分布, 可利用 IASA 相位恢复算法来恢复模拟物体的相位分布, 计算迭代 20 次之后, 恢复的相位物体如图 6 所示. 从图 6 可以看到, 和原相位物体图 4 有一定的差别, 主要是对比度不高, 但亦能清楚地说明问题. 相位恢复精度可利用相对均方根(RMS)误差  $E$  来评估,  $E$  定义为

$$E = \left( \frac{\sum_{i,j} |\phi_{ij}^{\text{rec}} - \phi_{ij}^{\text{true}}|^2}{\sum_{i,j} |\phi_{ij}^{\text{true}}|^2} \right)^{1/2} \times 100\% , \quad (4)$$

式中  $\phi_{ij}^{\text{true}}$  代表相位物体某个像元  $(i, j)$  的实际相位值,  $\phi_{ij}^{\text{rec}}$  代表利用 IASA 算法恢复的相位物体同一个像元  $(i, j)$  的相位值.

表 1 给出了不同传播距离下的相位恢复精度, 从表中可知对于远场成像, IASA 相位恢复精度较高, 这和图 6 所表现出图像效果相一致.

表 1 对于不同传播距离的相位恢复精度  $E$

$z/\text{m}$	$E/\%$
0.1	52.24
1.0	46.23
10.0	44.95

以  $z = 1\text{m}$  为例, 我们还计算了 IASA 算法中 SSE 和迭代次数  $N$  的关系, 如图 7 所示, 次数越高精度越高, 从图中还可以看出, 当迭代次数  $N$  为 20 时, SSE 下降为  $1.68 \times 10^{-4}$ , IASA 算法的收敛速度相当快. 因此, 在实际应用中, 在计算时间允许的情况下, 可选取较高迭代次数, 将能获得更好的试验结果.

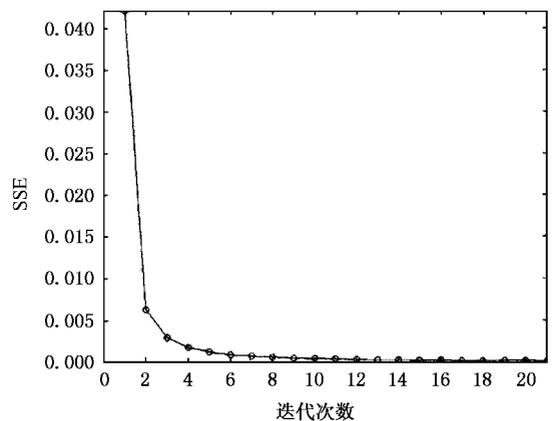


图 7  $z = 1\text{m}$  时 SSE 随迭代次数的收敛情况

## 4. 结 论

计算机模拟验证了迭代角谱法是硬 x 射线相衬成像技术中行之有效的相位恢复算法, 从上面的分

析可知,迭代角谱法更适用于远场的相位恢复,在进一步的研究中,可将此算法与其他相位恢复算法相结合,将能获得质量较高的相位衬度像。

- [ 1 ] Fitzgerald R 2000 *Phys. Today*. **53** 23
- [ 2 ] Gao D C *et al* 2000 *Acta Phys. Sin.* **49** 2357 ( in Chinese ) [ 高大超 等 2000 物理学报 **49** 2357 ]
- [ 3 ] Chen M *et al* 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 2953 ( in Chinese ) [ 陈 敏 等 2004 物理学报 **53** 2953 ]
- [ 4 ] Huang W X *et al* 2002 *Acta Phys. Sin.* **51** 1040 ( in Chinese ) [ 黄 万霞 等 2002 物理学报 **51** 1040 ]
- [ 5 ] Wilkins S W *et al* 1996 *Nature* **384** 335
- [ 6 ] Pogany A , Gao D and Wilkins S W 1997 *Rev. Sci. Instrum.* **68** 2774
- [ 7 ] Nugent K A *et al* 1996 *Phys. Rev. Lett.* **77** 2961
- [ 8 ] Gureyev T E and Wilkins S W 1998 *J. Opt. Soc. Am. A* **15** 579
- [ 9 ] Gureyev T E 2003 *Optics Communications* **220** 49
- [ 10 ] Gureyev T E and Pogany A 2004 *Optics Communications* **231** 53
- [ 11 ] Gureyev T E and Nugent K A 1997 *Optics Communications* **133** 339
- [ 12 ] Goodman J 1968 *Introduction to Fourier Optics* ( New York :McGraw-Hill ) p54
- [ 13 ] Gerchberg R W and Saxton W O 1972 *Optik ( Stuttgart )* **35** 237
- [ 14 ] Fienup J R 1978 *Opt. Lett.* **3** 27
- [ 15 ] Fienup J R 1982 *Appl. Opt.* **21** 2758

## Phase retrieval for hard x-ray in-line phase contrast imaging

Yu Bin<sup>1,2\*</sup> Peng Xiang<sup>1,2)</sup> Tian Jin-Dong<sup>1)</sup> Niu Han-Ben<sup>1)</sup>

<sup>1)</sup> Institute of Optoelectronics , Shenzhen University , Key Laboratory of Optoelectronic Devices and Systems of Ministry of Education , Shenzhen 518060 , China )

<sup>2)</sup> State Key Laboratory of Precision Measuring Technology and Instruments , Tianjin University , Tianjin 300072 , China )

( Received 10 September 2004 ; revised manuscript received 4 November 2004 )

### Abstract

Since hard x-ray in-line phase-contrast imaging is based on Fresnel diffraction of x-ray , we propose to make phase retrieval calculations between arbitrary planes interrelated through the Fresnel domain. The calculation of the free space propagation is based on the angular spectrum approach , which can be used with Gerchberg-Saxton algorithm for phase retrieval. We call this method the iterative angular spectrum approach. The new method is tested on simulated images in the case of uniform illumination and is demonstrated to be efficient for phase retrieval.

**Keywords :** phase retrieval , angular spectrum , phase-contrast , hard x-ray

**PACC :** 4230 , 0785

\*E-mail : yubin@szu.edu.cn