

# 考虑行车状态的一维元胞自动机交通流模型

花 伟 林柏梁

(北京交通大学交通运输智能技术和系统教育部重点实验室,北京 100044)

(2004 年 6 月 28 日收到,2004 年 10 月 19 日收到修改稿)

在 Nagel-Schreckenberg 单车道元胞自动机交通流模型(简称 NS 模型)的基础上,考虑车辆之间的相对运动薛郁等提出了一种改进的单车道元胞自动机交通流模型(简称改进的 NS 模型).通过两种情况列出了改进的 NS 模型存在不尽周严的地方,随之在新模型中引入了行车状态变量和反馈规则,从而控制车辆出现倒车和刹车过急等现象.通过计算机对新模型进行模拟,发现减速概率和车流密度对车流状态的演化影响很大,当减速概率高(如道路条件差)时,即使车流密度低,车流也会出现局部堵塞状态;而当减速概率一定时,随着车流密度增加,车流的运动相与堵塞相发生了全局性的交替出现,此时类似于波的波峰和波谷的传播.与改进的 NS 模型相比较,新模型模拟的车流量较高,说明新模型减少了车流的总体停滞状态.

关键词:交通流,元胞自动机,行车状态,反馈规则

PACC:0550

## 1. 引 言

对交通流特性的研究一直都是交通领域及有关专家学者重点研究的问题,它涉及到路网规划、流量分配,以及道路能力设计与控制、红绿灯绿信控制等众多交通问题.近年来越来越多的学者利用元胞自动机模型及理论对交通流特性进行研究和模拟,并取得了一系列的研究成果<sup>[1-6]</sup>.元胞自动机模型从计算机创始人、著名数学家 Neumann 在 60 年代提出构想<sup>[7]</sup>,到 Wolfram 设计的第 184 号规则元胞自动机交通流模型<sup>[8]</sup>,再作为第 184 号规则的推广,又先后提出了 FI 元胞自动机交通流模型<sup>[9]</sup>和 NS 元胞自动机交通流模型<sup>[10]</sup>以及二维的 BML<sup>[11]</sup>元胞自动机交通流模型.虽然元胞自动机的理论与模型日趋完善,但限于交通流的复杂性和随机性,元胞自动机的研究工作一直还在进行着,甚至对一维元胞自动机交通流模型的研究. Nagel, Schreckenberg 应用元胞自动机理论对高速公路的一维交通流进行了较深入的研究,但是,NS 模型没有考虑前后车辆的相对运动,即  $t+1$  时刻  $i$  元胞的运动速度只与  $t$  时刻  $i$  元胞与  $i+1$  元胞间的距离有关,而与  $t+1$  时刻  $i+1$  元胞的移动量无关.薛郁等在 NS 模型基础上考虑了前后车辆的相对运动,并给出了新的一维元胞自动机演

化规则,与 NS 模型相比,改进的 NS 模型与实测数据符合度更好<sup>[4]</sup>.但改进的 NS 模型还不尽周严和合理.经分析,主要是没有考虑车辆的行车状态,作者在改进的 NS 模型的基础上提出了考虑行车状态的一维元胞自动机交通流模型,并加入了一条新规则-反馈规则.本文首先在第二部分以两种情况给出改进的 NS 模型可能存在的问题;第三部分给出修正后的一维元胞自动机交通流模型;第四部分通过计算机模拟得到修正后的结果,并加以分析,最后对全文做出总结.

## 2. 改进的 NS 模型及存在问题

改进的 NS 模型通过引入相对运动量  $\Delta X_{i+1}(t)$  对 NS 模型进行了修改,以  $X_i(t)$  表示第  $i$  个车辆在  $t$  时刻的位置; $V_i(t)$  表示第  $i$  个车辆在  $t$  时刻的速度, $V_{\max}$  表示系统设定的最大速度; $\text{gap}_i(t)$  表示第  $i$  个车辆在  $t$  时刻与前方紧邻车辆的间距, $\text{gap}_i(t) = X_{i+1}(t) - X_i(t) - 1$ ;  $P_{\text{noise}}$  表示车辆具有的减速概率; $\Delta X_{i+1}(t)$  表示第  $i+1$  个车辆  $t+1$  时刻与  $t$  时刻的位移量,因为时间间隔为单位时间,所以位移量就等于第  $i+1$  个车辆  $t+1$  时刻的速度, $\Delta X_{i+1}(t) = X_{i+1}(t+1) - X_{i+1}(t) = V_{i+1}(t+1)$ .同样,改进的 NS 模型将初始速度分布为  $0-V_{\max}$  的  $N$  个车辆随机

地分布在长度为  $L$  的一维离散的格点链上,并在考虑周期边界条件下,给出间距的确定规则如下:

(1)确定所有车辆  $i$  在  $t+1$  时刻的速度分布:

IF ( $V_i(t) \geq \text{gap}_i(t) + \Delta X_{i+1}(t)$ ):

$$V_{i(t+1)} = \begin{cases} \text{gap}_i(t) + \Delta X_{i+1}(t) - 1, & \text{以概率 } p_{\text{noise}} \quad (\text{跟车/减速规则}), \\ \text{gap}_i(t) + \Delta X_{i+1}(t), & \text{其他} \end{cases}$$

ELSE IF ( $V_i(t) < V_{\text{max}}$ )

$$V_i(t+1) = \begin{cases} V_i(t), & \text{以概率 } p_{\text{noise}} \quad (\text{加速规则}), \\ V_i(t) + 1, & \text{其他} \end{cases}$$

ELSE IF ( $V_i(t) = V_{\text{max}}$  且  $V_i(t) < \text{gap}_i(t) + \Delta X_{i+1}(t)$ )

$$V_i(t+1) = \begin{cases} V_{\text{max}} - 1, & \text{以概率 } p_{\text{noise}} \quad (\text{自由运动规则}), \\ V_{\text{max}}, & \text{其他} \end{cases}$$

(2)确定所有车辆  $i$  在  $t+1$  时刻的位置:

$$X_i(t+1) = X_i(t) + V_i(t+1)$$

下面用两种情况指出改进的 NS 模型中可能存在的问题:

=4(跟车),当  $V_{i+1}(t+2)=0$ ,则  $\Delta X_{i+1}(t+1)=0$ (停车状态),车辆  $i$  满足条件  $V_i(t+1) \geq \text{gap}_i(t+1) + \Delta X_{i+1}(t+1)$ ,则按跟车/减速规则,得到

$$V_i(t+2) = \begin{cases} -1, & \text{以概率 } p_{\text{noise}}, \\ 0, & \text{其他.} \end{cases}$$

情况 1 在  $t$  时刻,如果  $V_{i+1}(t)=0, V_i(t)=0, \text{gap}_i(t)=0$ ,那么在  $t+1$  时刻,当  $V_{i+1}(t+1)=0$  则  $\Delta X_{i+1}(t)=\alpha$ (停车状态),车辆  $i$  满足条件  $V_i(t) \geq \text{gap}_i(t) + \Delta X_{i+1}(t)$ ,则按跟车/减速规则,得到

这里仍存在  $V_i(t+2) = -1$ ,即倒车现象.另外可以看出,前车在刹车两个时间步后,后车是一步刹车而减为 0,如果在满足刹车条件时先减速,再刹车可能更符合车流特性.

$$V_i(t+1) = \begin{cases} -1, & \text{以概率 } p_{\text{noise}}, \\ 0, & \text{其他.} \end{cases}$$

如何解释  $V_i(t+1)$  以概率  $p_{\text{noise}}$  等于  $-1$ ? 再者理论上  $V_i(t+1)$  必定等于 0,而不是以某一概率等于 0.

从情况 1 和情况 2 可以看出,改进的 NS 模型虽然将车辆间的相对运动量引入了 NS 模型,但没有将前车的行车状态考虑进模型中,所以出现倒车、刹车过急等不尽周严和合理的现象.

情况 2 在  $t$  时刻,如果  $V_{i+1}(t)=1, V_i(t)=4, \text{gap}_i(t)=4$ ,那么在  $t+1$  时刻,当  $V_{i+1}(t+1)=0$  则  $\Delta X_{i+1}(t)=\alpha$ (停车状态),车辆  $i$  满足条件  $V_i(t) \geq \text{gap}_i(t) + \Delta X_{i+1}(t)$ ,则按跟车/减速规则,得到

### 3. 考虑前车行车状态的新模型

$$V_i(t+1) = \begin{cases} 3, & \text{以概率 } p_{\text{noise}}, \\ 4, & \text{其他,} \end{cases}$$

$$\text{gap}_i(t+1) = \begin{cases} 1, & \text{当 } V_i(t+1) = 3, \\ 0, & \text{当 } V_i(t+1) = 4. \end{cases}$$

新的模型将前车的行车状态分成停车状态和行进状态,用  $\delta_{i+1}(t)$  表示前车  $t$  时刻的行车状态:

$$\delta_{i+1}(t) = \begin{cases} 1, & \text{当 } \Delta X_{i+1}(t) = \alpha \text{ (停车状态)}, \\ 0, & \text{当 } \Delta X_{i+1}(t) > \alpha \text{ (行进状态)}, \end{cases}$$

这里可以看到,当前车停车后,后车速度比较快时,后车仍以  $1 - p_{\text{noise}}$  的概率跟车,而没有采取减速措施,虽然模型中的后车不会碰上前车,但这是不符合车流特性的.

其他变量定义同前,在模型中同时还添加了反馈规则,以避免不尽合理的急刹车.在本模型中仍是将初始速度分布为  $0 - V_{\text{max}}$  的  $N$  个车辆随机地分布在长度为  $L$  的一维离散的格点链上,在考虑周期边界条件下,给出间距的确定规则如下:

1)确定所有车辆  $i$  在  $t+1$  时刻的速度分布:

再推进一个时间步,即  $t+2$  时刻,取  $V_i(t+1)$

$$\left. \begin{aligned}
 & \text{IF } (V_i(t) \geq \text{gap}_i(t) + \Delta X_{i+1}(t)) \text{ (减速规则)} \\
 & \quad V_i(t+1) = \begin{cases} 0, & \text{当 } \text{gap}_i(t) = \alpha \text{ (后车必停车)} \\ \text{gap}_i(t) - 1, & \text{当 } \text{gap}_i(t) > \alpha \text{ (后车必减速)} \end{cases} \text{ 当 } \delta_{i+1}(t) = 1 \\
 & \quad V_i(t+1) = \begin{cases} \text{gap}_i(t) + \Delta X_{i+1}(t) - 1, & \text{以概率 } p_{\text{noise}} \\ \text{gap}_i(t) + \Delta X_{i+1}(t), & \text{以概率 } 1 - p_{\text{noise}} \end{cases} \text{ 当 } \delta_{i+1}(t) = 0 \\
 & \text{ELSE-IF } (V_i(t) < V_{\max}) \text{ (加速规则)} \\
 & \quad V_i(t+1) = \begin{cases} V_i(t), & \text{以概率 } p_{\text{noise}} \\ V_i(t) + 1, & \text{以概率 } 1 - p_{\text{noise}} \end{cases} \\
 & \text{ELSE } (V_i(t) = V_{\max}) \text{ (自由运动规则)} \\
 & \quad V_i(t+1) = \begin{cases} V_{\max} - 1, & \text{以概率 } p_{\text{noise}} \\ V_{\max}, & \text{以概率 } 1 - p_{\text{noise}} \end{cases} \\
 & \text{IF } (V_i(t+1) = \text{gap}_i(t) \text{ 且 } \text{gap}_i(t) > 1) : V_i(t+1) = V_i(t+1) - \delta_{i+1}(t) \text{ (反馈规则)}
 \end{aligned}
 \right\}$$

2) 确定所有车辆  $i$  在  $t+1$  时刻的位置:

$$X_i(t+1) = X_i(t) + V_i(t+1).$$

根据上述规则进行模拟,并由一维格点链计算

公式: 车辆密度  $\rho = \frac{N}{L}$ ,  $t$  时刻的平均速度  $\bar{V}(t) = \frac{1}{N}$

$\sum_{i=1}^N V_i(t)$ , 及  $t$  时刻的平均车流量  $\bar{J}(t) = \rho \times \bar{V}(t)$ , 得到车辆密度与平均速度的  $\rho$ - $V$  关系曲线、车流量与车辆密度的  $\rho$ - $J$  关系曲线, 以及平均速度与车流量  $V$ - $J$  关系曲线. 其中  $N$  为分布在格点链  $L$  上的车辆数. 模拟中的道路长度  $L$  为 7.5km, 用 1000 个格点表示, 车辆以初始速度分布为  $0$ - $V_{\max}$  随机地分布在 1000 个一维离散的格点上, 边界为周期边界条件. 如果取单位时间步长为 1s, 则最大速度  $V_{\max} = 5$  相当于 135 km/h. 因为模拟中采取了周期边界条件, 所以对于某次模拟, 格点中的车辆数  $N$  固定不变, 那么车流密度  $\rho$  也是常数. 因此, 通过改变每次模拟中的车流密度和减速概率  $P_{\text{noise}}$ , 可以观察对应车流速度和车流量的变化趋势.

## 4. 计算机模拟及分析

通过计算机模拟结果可知, 减速概率  $P_{\text{noise}}$  对车流速度的影响相当大. 在文献 [4] 中作者给出了减速概率与车辆密度的关系, 但减速概率还同路况、驾驶员等诸多因素有关, 所以本文中并没有沿用文献 [4] 中的关系式, 而取  $P_{\text{noise}}$  为 0.10, 0.25 和 0.50 三种概率进行模拟比较. 每次模拟的总时间步长为 60000 个单位时间步, 所有的平均速度为 50000—55000 时间步内的算术平均值, 这样可以避免初始状态的影响;

每个时间步车辆  $i$  选择规则所需的随机数满足  $0$ — $1$  平均分布, 且相互独立.

图 1 所示为车辆位置随时间推移的演化过程图. 取 400 格点后的车流位置 (a) 部分为车辆密度  $\rho = 0.09$ 、减速概率  $P_{\text{noise}} = 0.09$  条件下的车流演化过程. 可以看出整个车流位置呈线形演化, 基本维持车辆间距不变. (b) 部分为车辆密度  $\rho = 0.09$ 、减速概率  $P_{\text{noise}} = 0.80$  条件下的车流演化过程. 虽然车流密度很低, 但在局部地方还是发生了车辆较长时间的停滞, 并引起后续车辆的停滞. 由此可以看出: 减速概率对车流行进的影响很大, 而且车辆一旦停滞, 由于减速概率大, 加速概率小, 所以车流启动也很缓慢. (c) 部分为车辆密度  $\rho = 0.50$ 、减速概率  $P_{\text{noise}} = 0.50$  条件下的车流演化过程. 图示中存在很明显的“波”传递过程, 竖黑线部分表示车辆停滞状态, 白色断层部分表示车辆行进状态. 由于车辆密度高, 减速概率大, 所以前车的行车状态对后续车辆的行车状态影响很大.

图 2 给出了不同减速概率下的车流密度  $\rho$  与平均速度  $V$  的关系图. 同样看出减速概率对车流速度的影响很明显, 近线性关系. 在车流密度较小时, 车流速度变化不大; 当车流密度达到一定程度时, 车流速度出现了明显的拐点, 车流速度为零, 即发生大面积堵塞时, 车流密度还没有达到 0.90. 从理论上分析, 只要密度不等于 1.00, 车辆间就有空格, 那么个别车辆会爬行, 出现这种结果与计算机的计算精度有关. 图 2 中, 对应  $P_{\text{noise}} = 0.10$  的  $\rho$ - $V$  曲线: 最大的平均速度  $V = 132.32 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ , 当  $\rho = 0.46$  时, 车速出现拐点, 此时平均速度  $V = 130.54 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ ; 当平均速

度  $V$  接近零时,  $\rho = 0.76$ . 对应  $P_{\text{noise}} = 0.25$  的  $\rho$ - $V$  曲线: 最大的平均速度  $V = 128.91 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ ; 当  $\rho = 0.23$  时车速出现拐点, 此时平均速度  $V = 123.60 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ ; 当平均速度  $V$  接近零时,  $\rho = 0.62$ . 对应  $P_{\text{noise}} = 0.50$  的  $\rho$ - $V$  曲线: 最大的平均速度  $V = 121.65 \text{ km} \cdot$

$\text{h}^{-1}$ ; 当  $\rho = 0.11$  时, 车速出现拐点, 此时平均速度  $V = 119.00 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ ; 当平均速度  $V$  接近零时,  $\rho = 0.56$ . 从模拟结果看, 无论密度多小, 减速概率多小, 车速都没有达到最大速度  $135.00 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ , 这说明车辆速度存在波动.

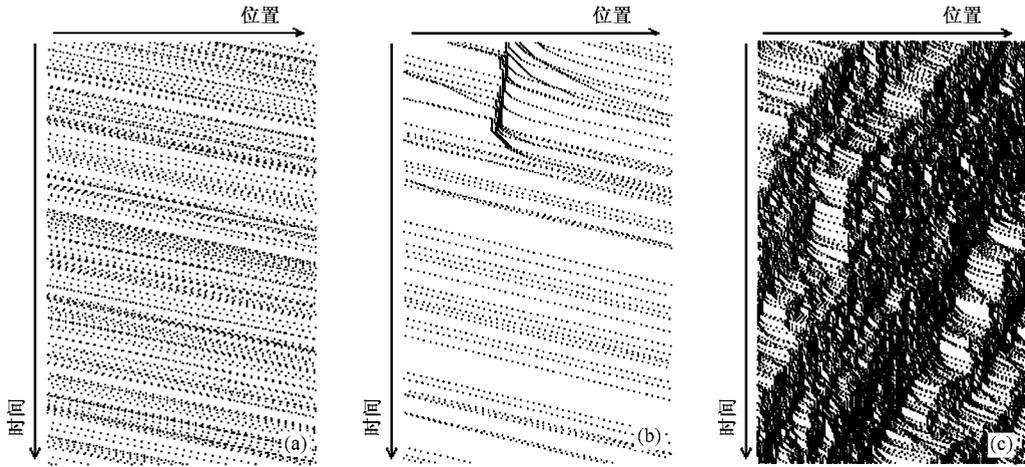


图 1 位置与时间关系图

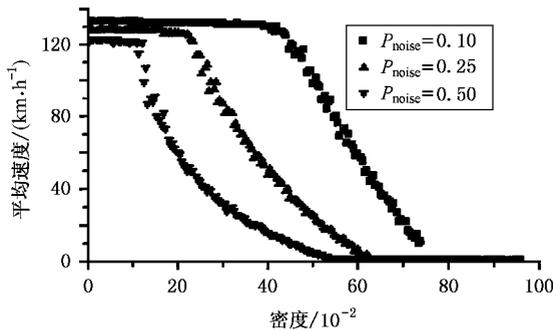


图 2 对应不同  $P_{\text{noise}}$  的平均速度  $V$  与密度  $\rho$  关系图

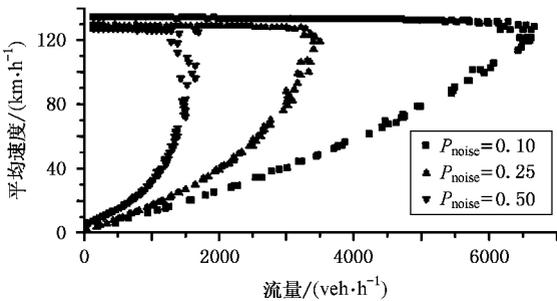


图 3 对应不同  $P_{\text{noise}}$  的平均速度  $V$  与流量  $J$  关系图

性增加, 但车速到达某一速度值后, 车流量反呈非线性递减; 当车速太快(密度小)和太慢时, 流量都很小. 对应  $P_{\text{noise}} = 0.10$  的  $V$ - $J$  曲线: 当车速最大, 即  $V = 132.20 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$  时, 流量  $J = 88.13 \text{ veh} \cdot \text{h}^{-1}$ ; 当车速在  $132.20$ — $130.71 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$  时, 流量呈线性递增; 当车速  $V = 130.00 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$  时, 流量出现拐点, 即达到最大值,  $J_{\text{max}} = 6760.00 \text{ veh} \cdot \text{h}^{-1}$ ; 当车速在  $130.00$ — $0.00 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$  时, 流量呈非线性递减. 对应  $P_{\text{noise}} = 0.25$  的  $V$ - $J$  曲线: 当车速最大, 即  $V = 128.41 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$  时, 流量  $J = 85.60 \text{ veh} \cdot \text{h}^{-1}$ ; 当车速在  $128.41$ — $125.60 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$  时, 流量呈线性递增; 当车速  $V = 123.34 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$  时, 流量出现拐点, 即达到最大值,  $J_{\text{max}} = 3617.97 \text{ veh} \cdot \text{h}^{-1}$ ; 当车速在  $123.34$ — $0.00 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$  时, 流量呈非线性递减. 对应  $P_{\text{noise}} = 0.50$  的  $V$ - $J$  曲线: 当车速最大, 即  $V = 121.52 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$  时, 流量  $J = 81.03 \text{ veh} \cdot \text{h}^{-1}$ ; 当车速在  $121.52$ — $120.52 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$  时, 流量呈线性递增; 当车速  $V = 119.00 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$  时, 流量出现拐点, 即达到最大值,  $J_{\text{max}} = 1904.00 \text{ veh} \cdot \text{h}^{-1}$ ; 当车速在  $119.00$ — $0.00 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$  时, 流量呈非线性递减. 与 NS 模型和改进的 NS 模型相比较, 车流量总体偏大, 说明车流总体停滞次数减少.

### 5. 结 论

本文通过两种情况指出改进的 NS 模型存在着

图 3 给出了不同减速概率下的平均速度  $V$  与流量  $J$  的关系图. 当在一定车速范围内, 车流量呈线

不尽周严的问题,随之引入行车状态变量,在前车停止行进时,后车相应采取减速措施,而不是随机减速;另外,补充了一条全新的车辆运动规则——反馈

规则,进一步控制车辆的急刹车现象.计算机模拟结果显示,车流量相比增大,这是车流总体停滞次数减少的结果,说明改进模型是有效的.

- [ 1 ] Wang B H *et al* 1998 *Acta Phys. Sin.* **47** 906( in Chinese ) 汪秉宏等 1998 物理学报 **47** 906 ]
- [ 2 ] Liu X Y *et al* 1998 *Acta Phys. Sin.* **47** 1761( in Chinese ) 吕晓阳等 1998 物理学报 **47** 1761 ]
- [ 3 ] Huang P H *et al* 2001 *Acta Phys. Sin.* **50** 30( in Chinese ) 黄兵花等 2001 物理学报 **50** 30 ]
- [ 4 ] Xue Y *et al* 2001 *Acta Phys. Sin.* **50** 445( in Chinese ) 薛 郁等 2001 物理学报 **50** 445 ]
- [ 5 ] Tan H L *et al* 2002 *Acta Phys. Sin.* **51** 2713( in Chinese ) 谭惠丽等 2002 物理学报 **51** 2713 ]
- [ 6 ] Xue Y 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 25( in Chinese ) 薛 郁 2004 物理学报 **53** 25 ]
- [ 7 ] Neumann V 1966 *Theory of Self-Reproducing Automata* ( Urbana : University of Illinois Press )
- [ 8 ] Wolfram S 1986 *Theory and Application of Cellular Automata* ( Singapore :World Scientific )
- [ 9 ] Ishibashi Y and Fukui M 1994 *J. Phys. Soc. Japan* , **63** 2882
- [ 10 ] Nagel K and Schreckenberg M 1992 *J. Physique I France* **2** 2221
- [ 11 ] Biham O ,Middleton A A and Levine D 1992 *Phys. Rev. A* **46** R6124

## One-dimensional traffic cellular automaton model with considering the vehicle moving status

Hua Wei Lin Bo-Liang

( Key Laboratory of Intelligent Technologies and Systems of Traffic and Transportation ,Beijing Jiaotong University ,Beijing 100044 ,China )

( Received 28 June 2004 ; revised manuscript received 19 October 2004 )

### Abstract

Based on the single lane traffic cellular automaton( CA ) model introduced by Nagel and Schreckenberg( called NS model ), Xue Yu *et al* proposed an improved single lane traffic CA model by considering the relative motion of vehicles( called improved NS model ). Several faults in the improved NS model using two examples is pointed out and also another single lane traffic CA model by introducing vehicle-moving-status variable and feedback rule is proposed. These methods help to prevent vehicle from moving backward and stopping hurry. Numerical simulations are carried out and the results indicate that the deceleration probability and traffic density have a heavy impact on the evolution process of traffic flow. Under the condition of high deceleration probability, there may happen local traffic jams even with low traffic density. And with a constant deceleration probability, the global free phases and jam phases will appear alternately as the traffic density increases to a certain level. The phenomenon is very similar to the propagation of wave. The traffic flow is higher in the new model than in the improved NS model. This proves that the stop status of the whole traffic flow has been improved.

**Keywords** : traffic flow , cellular automata , vehicle moving status , feedback rule

**PACC** : 0550