

开放边界条件下二维可转向主干道 交通流模型的研究*

黄丘花¹⁾ 谭惠丽^{2)†} 孔令江²⁾ 刘慕仁²⁾

¹⁾广西工学院信息与计算科学系,柳州 545005)

²⁾广西师范大学物理与信息工程学院,桂林 541004)

(2004 年 8 月 22 日收到,2004 年 11 月 3 日收到修改稿)

在开放性边界条件下,利用改进的 Nagel-Schreckenberg 交通流模型,引入过路口车辆的可转向机理,建立二维 n 速主干道元胞自动机交通流模型,研究了转向概率和边界条件对干道交通状况的影响而导致的不同相变特性以及这两个因素对实现改善干道交通的组织作用.

关键词:元胞自动机,交通流,转向概率,相变

PACC:0550

1. 引 言

在城市交通中,各条道路纵横交错而形成交通道路网络,各交叉路口由红绿灯信号控制,不同方向的车辆的交互作用使整个系统的研究十分复杂,但在整个交通道路网络中,主干道占有重要的位置,是城市交通网的主动脉.因此,必须根据城市交通流的特点和规律,建立能反映城市主干道交通的模型.

元胞自动机(CA)模型作为模拟复杂系统的有效工具,人们先后提出了模拟高速公路和城市交通网络的元胞自动机交通流模型^[1].1992年,Biham等人^[2]首先提出了交通流二维CA模型(简称BML模型),该模型以二维网格模拟城市交通中在十字路口有红绿灯控制的车辆交通行为.模拟结果显示,随着车辆密度的增加,系统从车辆皆可行驶的自由运动相转变为车辆受堵的阻塞相的临界相变行为.Nagatani和Scno^[3]提出了存在多交叉口的一条南北向主干道CA模型,得到流量、速度与密度的关系.文献4提出了 $V_{\max}=1$ 的主干道模型,研究刹车概率、转向概率对交通流量、速度的影响.文献5研究了 $V_{\max}=2$ 的二维主干道模型的交通流特性,分析

了由于红绿灯的控制作用形成的交通激波及其传播特性,并研究了红绿灯周期、交叉口间距离对交通流量的影响.在这些主干道模型中采用的是周期性边界条件,本文将在这些模型的研究基础上,采用开放式边界条件^[6],利用改进的NS模型^[7]的车辆运行位置更新规则,建立二维 n 速主干道元胞自动机交通流模型,研究过路口车辆的转向概率和边界条件对干道交通状况的影响而导致的不同相变特性以及这两个因素对改善干道交通的组织作用,为合理管理和控制主干道交通提供参考.

2. 模 型

该模型设计为由一条长为 L_x 的东西向主干道和 M 条长为 L_y 的南北向支道组成,每相邻的两条支道间的距离是相同的.如图1,干道上的车辆由西向东行驶,支道上的车辆由南向北行驶,交叉路口上可为东向车或北向车.道上的车辆速度可取 $0,1,2,\dots,V_{\max}$ 共 $V_{\max}+1$ 种速度,交通灯设置在路口上,各路口上交通灯的转换是同步进行的,整个模型采取开放式边界条件.

定义 $X(i,t),Y(i,j,t)$ 分别表示 t 时刻干道上

* 国家自然科学基金(批准号:10362001,10347001,70371067),教育部科学技术研究重点项目(批准号:02115)和广西自然科学基金(批准号:0447030)资助的课题.

†E-mail: tanhuili_99@163.com

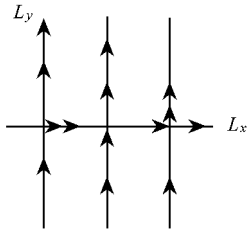


图1 主干道模型示意图

第 i 辆车和第 j 条支道上第 i 辆车的位置坐标. X_c 表示干道上某车前方最近邻路口在干道上的位置坐标, $Y_c(j)$ 表示第 j 条支道的路口在支道上的位置坐标. G_x, G_y 为干、支道上某车与其前方最近邻车辆间的空格数, 则 $G_x = X(i+1, t) - X(i, t) - 1, G_y = Y(i+1, j, t) - Y(i, j, t) - 1$. $\Delta x, \Delta y$ 表示干、支道上某车与其前方最近邻车辆的相对位置(等于其前方最近邻车辆下一步的速度), dx, dy 为干、支道上车辆可移动的距离, 则 $dx = G_x + \Delta x, dy = G_y + \Delta y$ (规则中除另外再对 dx, dy 重新赋值外, 其余均采用此式做计算). $V_x(i, t), V_y(i, j, t)$ 分别表示 t 时刻干道上第 i 辆车和第 j 条支道上第 i 辆车的速度. $V_{yx}(V_{xy})$ 表示干(支)道上的车辆转向成为支(干)道上的车辆后的速度.

干、支道上的车辆按照如下规则演化.

1) 支道北端车(支道上路口以北的车辆的演化)

如果 $dy \leq V_y(i, j, t)$

$$V_y(i, j, t+1) = \begin{cases} \max(dy - 1, 0) & \text{以概率 } P_{by}(\text{刹车}), \\ dy & \text{以概率 } 1 - P_{by}(\text{不刹车}). \end{cases}$$

另外

$$V_y(i, j, t+1) = \begin{cases} \min(V_y(i, j, t) + 1, V_{\max}) & \text{以概率 } P_{ay}(\text{加速}), \\ V_y(i, j, t) & \text{以概率 } 1 - P_{ay}(\text{不加速}), \end{cases}$$

$$Y(i, j, t+1) = Y(i, j, t) + V_y(i, j, t+1).$$

2) 干道东端车(干道上最后一个路口以东的车辆演化)

如果 $dx \leq V_x(i, t)$

$$V_x(i, t+1) = \begin{cases} \max(dx - 1, 0) & \text{以概率 } P_{bx}(\text{刹车}), \\ dx & \text{以概率 } 1 - P_{bx}(\text{不刹车}). \end{cases}$$

另外

$$V_x(i, t+1)$$

$$= \begin{cases} \min(V_x(i, t) + 1, V_{\max}) & \text{以概率 } P_{ax}(\text{加速}), \\ V_x(i, t) & \text{以概率 } 1 - P_{ax}(\text{不加速}), \end{cases}$$

$$X(i, t+1) = X(i, t) + V_x(i, t+1).$$

3) 干道最后一个路口到干道起点

(A) 路口上车辆的演化

① 若路口 t 时刻为绿灯(干道绿灯, 支道红灯), 如果此时路口上的车辆为东向车, 若支道上 $dy > 0$, 则该东向车可以以概率 P_{tx} 选择转向.

如果 $dy > V_x(i, t)$

$$V_{yx} = \min(V_x(i, t) + 1, V_{\max}) \quad (\text{加速转向})$$

则 $V_{yx} = dy$ (转向), 即 $X \rightarrow Y$.

若该东向车不转向, 则按干道东端车的规则继续向东演化.

如果此时路口上的车辆为北向车, 若 $dy > 0$:

如果 $dy > V_y(i, j, t)$

$$V_y(i, j, t+1)$$

$= \min(V_y(i, j, t) + 1, V_{\max})$ (加速离开路口), 则

$$V_y(i, j, t+1) = dy \quad (\text{离开路口}),$$

$$Y(i, j, t+1) = Y(i, j, t) + V_y(i, j, t+1).$$

若 $dy = 0$, 而 $dx > 0$:

如果 $dx > V_y(i, j, t)$

$$V_{xy} = \min(V_y(i, j, t) + 1, V_{\max})$$

(该北向车向东加速离开路口),

则

$$V_{xy} = dx \quad (\text{该北向车向东离开路口}),$$

$$Y \rightarrow X.$$

② 若路口 t 时刻为红灯(干道红灯, 支道绿灯), 如此时路口上的车辆为东向车.

若 $dx > 0$:

如果 $dx > V_x(i, t)$

$$V_x(i, t+1)$$

$= \min(V_x(i, t) + 1, V_{\max})$ (加速离开路口),

则

$$V_x(i, t+1) = dx \quad (\text{离开路口}),$$

$$X(i, t+1) = X(i, t) + V_x(i, t+1).$$

若 $dx = 0$, 而 $dy > 0$:

如果 $dy > V_x(i, t)$

$$V_{yx} = \min(V_x(i, t) + 1, V_{\max})$$

(该东向车向北加速离开路口),

则

$$V_{yx} = dy \quad (\text{该东向车向北离开路口}),$$

$$X \rightarrow Y.$$

如果此时路口上的车辆为北向车,若干道上可移动空格数 $dx > 0$,则该北向车可以以概率 P_{by} 选择转向.

如果 $dx > V_y(i, j, t)$

$$V_{xy} = \min(V_y(i, j, t) + 1, V_{\max}) \text{ (加速转向)},$$

则

$$V_{xy} = dx \text{ (转向)},$$

$$Y \rightarrow X.$$

若该北向车不转向,则按支道北端车规则继续向北演化.

(B)非路口上车辆的演化

①若路口 t 时刻为绿灯(干道绿灯,支道红灯)

计算车子向东可移动空格数 dx .

如果 $dx \leq V_x(i, t)$

$$dx = \begin{cases} \max(dx - 1, 0) & \text{以概率 } P_{bx} \text{ (刹车)}, \\ dx & \text{以概率 } 1 - P_{bx} \text{ (不刹车)}, \end{cases}$$

则

dx

$$= \begin{cases} \min(V_x(i, t) + 1, V_{\max}) & \text{以概率 } P_{ax} \text{ (加速)}, \\ V_x(i, t) & \text{以概率 } 1 - P_{ax} \text{ (不加速)}. \end{cases}$$

计算是否可以转弯:

若某车所在位置加上其可移动空格数已超过其前方最近的路口,即 $X(i, t) + dx > X_c$ (即该车下一步能够过路口),则考虑该车是否选择离开干道而向北转入支道.

定义 $V_{xleft} = V_x(i, t) - (X_c - X(i, t))$ 为该车转向后可在支道上移动的距离.

若该路口北向可移动空格数 $dy > 0$,则该车可选择以概率 P_{lx} 转向.

如果 $dy > V_{xleft}$

$$V_{yx} = \begin{cases} \min(V_x(i, t) + 1, V_{\max}) & \text{以概率 } P_{ax} \text{ (加速)}, \\ V_x(i, t) & \text{以概率 } 1 - P_{ax} \text{ (不加速)}, \end{cases}$$

则

$$V_{yx} = dy + X_c - X(i, t),$$

$$X \rightarrow Y.$$

若该车不转向,则

$$V_x(i, t + 1) = dx,$$

$$X(i, t + 1) = X(i, t) + V_x(i, t + 1).$$

若某车所在位置加上其可移动空格数未超过路口,即 $X(i, t) + dx \leq X_c$ (即该车下步还不能够过路口),则

$$V_x(i, t + 1) = dx,$$

$$X(i, t + 1) = X(i, t) + V_x(i, t + 1).$$

②若路口 t 时刻为红灯(干道红灯,支道绿灯)

$$dx = \min((X_c - X(i, t)) - 1, G_x + \Delta x),$$

车辆按干道东端车的规则演化.

4)每一条支道南端车子的演化

①若路口 t 时刻为绿灯(干道绿灯,支道红灯)

$$dy = \min((Y_c(j) - Y(i, j, t)) - 1, G_y + \Delta y),$$

车辆按支道北端车的规则演化.

②若路口 t 时刻为红灯(干道红灯,支道绿灯)

计算车子向北可移动空格数 dy .

如果 $dy \leq V_y(i, j, t)$

$$dy = \begin{cases} \max(dy - 1, 0) & \text{以概率 } P_{by} \text{ (刹车)}, \\ dy & \text{以概率 } 1 - P_{by} \text{ (不刹车)}, \end{cases}$$

则

dy

$$= \begin{cases} \min(V_y(i, j, t) + 1, V_{\max}) & \text{以概率 } P_{ay} \text{ (加速)}, \\ V_y(i, j, t) & \text{以概率 } 1 - P_{ay} \text{ (不加速)}. \end{cases}$$

计算是否可以转弯.

若某车所在位置加上其可移动空格数已超过该车前方最近的路口,即 $Y(i, j, t) + dy > Y_c(j)$ (即该车下一步能够过路口),则考虑该车是否选择离开支道而向东转入干道.

定义 $V_{yright} = V_y(i, j, t) - (Y_c(j) - Y(i, j, t))$ 为该车转向后可在干道上移动的距离.

若该路口东向可移动空格数 $dx > 0$,则该车可选择以概率 P_{ly} 转向.

如果 $dx > V_{yright}$

$$V_{xy} = \begin{cases} \min(V_y(i, j, t) + 1, V_{\max}) & \text{以概率 } P_{ay} \text{ (加速)}, \\ V_y(i, j, t) & \text{以概率 } 1 - P_{ay} \text{ (不加速)}, \end{cases}$$

则

$$V_{xy} = dx + Y_c(j) - Y(i, j, t),$$

$$Y \rightarrow X.$$

若该车不转向,则

$$V_y(i, j, t + 1) = dy,$$

$$Y(i, j, t + 1) = Y(i, j, t) + V_y(i, j, t + 1).$$

若某车所在位置加上其可移动空格数未超过路口,即 $Y(i, j, t) + dy \leq Y_c(j)$ (即该车下步还不能够过路口),则

$$V_y(i, j, t + 1) = dy,$$

$$Y(i, j, t + 1) = Y(i, j, t) + V_y(i, j, t + 1).$$

本模型采取的是开放性边界条件,即① t 时步

在干(支)道的起点前以概率 P_{inx} (P_{iny}) 注入概率) 产生一速度为 V_{max} 的干(支)道车,该车即按以上规则演化,若 t 时步该车不能前移,则消除该车;② t 时步在干(支)道的出口后,以概率 $1 - P_{outx}$ ($1 - P_{outy}$) 出现一辆速度为 0 的阻塞车,即干(支)道的车辆可以以概率 P_{outx} (P_{outy}) 消失概率) 离开干(支)道。

干、支道车辆的平均速度、平均密度、平均流量的定义为

$$V_x(t) = \frac{1}{N_x(t)} \sum_{i=1}^{N_x(t)} V_x(i, t),$$

$$V_y(t) = \frac{1}{\sum_{j=1}^M N_y(j, t)} \sum_{j=1}^M \sum_{i=1}^{N_y(j, t)} V_y(i, j, t),$$

$$\rho_x(t) = \frac{N_x(t)}{L_x}, \rho_y = \frac{\sum_{j=1}^M N_y(j, t)}{M \times L_y},$$

$$J_x(t) = \rho_x(t) V_x(t), J_y(t) = \rho_y(t) V_y(t),$$

其中 $N_x(t)$ 为 t 时刻干道上的车辆数, $N_y(i, j)$ 为 t 时刻第 j 条支道上的车辆数。

3. 计算机模拟结果和讨论

对上述主干道模型,我们采用计算机对其特性进行模拟,研究干、支道的转向概率及干道的注入、消失概率对干道平均速度、密度、流量的影响。图中所给出的平均速度、密度、流量的计算均是从统计时步 t_1 开始,到总时步 t_2 结束的平均值。即

$$V_{x,y} = \frac{\sum_{t=t_1}^{t_2} V_{x,y}(t)}{t_2 - t_1}, \rho_{x,y} = \frac{\sum_{t=t_1}^{t_2} \rho_{x,y}(t)}{t_2 - t_1},$$

$$J_{x,y} = \frac{\sum_{t=t_1}^{t_2} J_{x,y}(t)}{t_2 - t_1}.$$

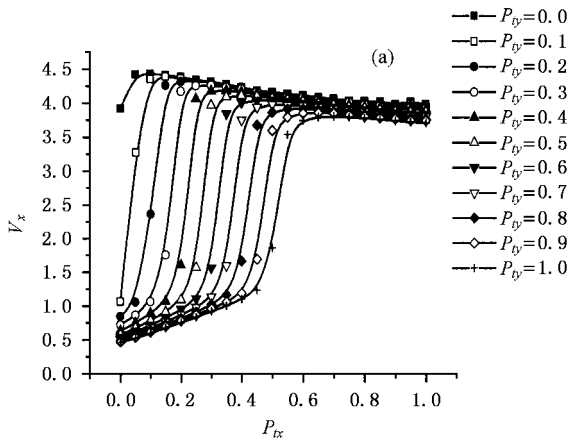
而每一有效值的获得是 20 个样本的平均。

在具体模拟时,取 $L_x = 2000$, $L_y = 800$ 。支道数 $M = 10$, 刹车概率 $P_{bx} = P_{by} = 0.1$, 加速概率 $P_{ax} = P_{ay} = 0.9$, 红绿灯时步之比为 $G : R = 18 : 18$, 演化总时步 $t_2 = 40000$, 统计开始时步 $t_1 = 30000$ 。图 2 为干道平均速度、密度、流量随转向概率的变化关系,图中取干、支道的注入、消失概率分别为 $P_{inx} = P_{outx} = 0.9$, $P_{iny} = P_{outy} = 0.5$ 。图 3 为干道平均速度、密度、流量随干道注入、消失概率的变化关系,图中取 P_{ix}

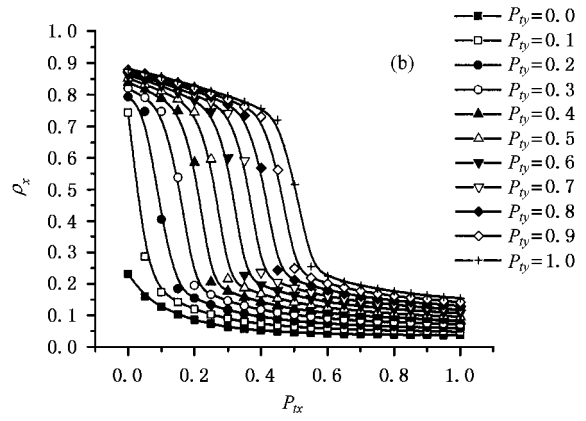
$$= P_{iy} = 0.2, P_{iny} = P_{outy} = 0.5.$$

从图 2 可以看到,在所给出的参数下,当支道的转向概率为某一定值时(如 $P_{iy} = 0.4$)。随着干道转向概率的增加,干道的平均速度和平均密度有很明显的相变情况出现,其平均流量也可看到清晰的峰值。在 $P_{ix} \approx \frac{P_{iy}}{2}$ 处是干道堵塞相向畅通相转变的临界点,在此干道转向概率临界值以下(即 $P_{ix} < \frac{P_{iy}}{2}$)。由于支道有车辆转入干道,而干道的小概率转向使干道上的车少有向支道转出,结果只能使干道上的车辆聚集密度增加(如图 2(d)),从而使干道处于较高密度的堵塞相,道上的车辆以较低的速度移动,而此时干道车辆的小转向概率也不足以缓解道上车辆的堵塞状况。虽然此时干道的流量也可能较高,但这是车辆低速度、高密度形成的,所以道路交通状况是处于拥挤不堪的情形。随着干道转向概率的进一步提高,干道的速度(密度)在缓慢增加(减小),但当 P_{ix} 增加到某一临界值($P_{ix} = \frac{P_{iy}}{2}$)时, V_x 、 ρ_x 发生了很明显的突变, V_x 迅速增加,而 ρ_x 迅速降低,车辆由此进入了畅通状态(如图 2(e))。当干道转向概率大于临界值时(即 $P_{ix} > \frac{P_{iy}}{2}$)。再增加 P_{ix} 也不能增大 V_x ,但此时却造成了 ρ_x 有所减小,从而使干道的流量 J_x 降了下来,使干道的利用率大为降低,所以为了怕道路堵塞,而过多的对车辆进行疏散,并不是预期最好的优化办法。因此,要想提高干道的利用率,又能使车辆运行畅通,无谓的让干道的车辆多转出去,是对道路资源的很大浪费,我们应该采取有效组织手段,在一定的道路条件下找到临界值,在临界值以上一点(如 $P_{iy} = 0.4$, $P_{ix} = 0.25$, $J_x = 0.83$)。就能保证我们理想的高流量,高速度的道路利用率。从图中,还可看出另一方面,即若支道的转向概率越大,其对干道所造成的压力就越大,相应的干道要保证畅通的转向概率临界值就越高,但在不同的条件下,都可找到干道畅通所需的转向概率临界值,从而能有效地实现对道路交通的宏观管理。

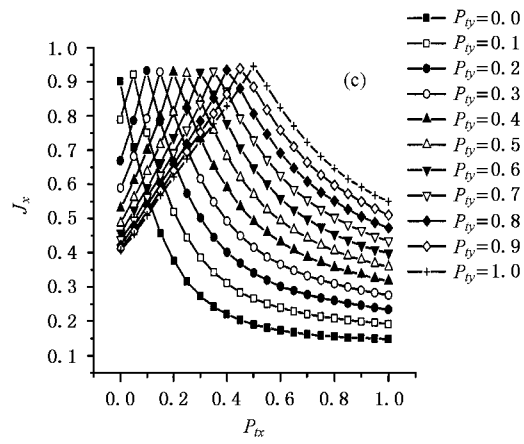
而对图 3,当干道的注入概率 P_{inx} 为某一定值时,对于消失概率 P_{outx} 也存在有临界值,但此临界值造成的结果并不是图 2 的整条干道每个路口前的接近全局堵塞相向畅通相的近全局相变,而是出口处的局域堵塞相向畅通相的局域相变。当 P_{outx} 越小



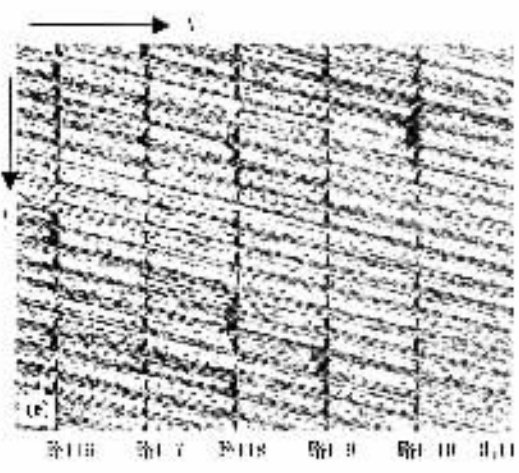
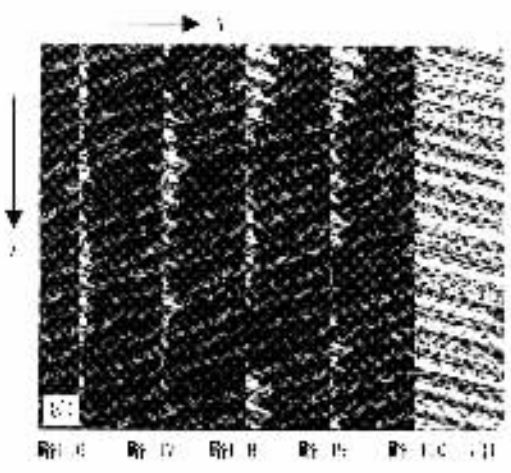
(a) 干道平均速度随转向概率的变化关系



(b) 干道平均密度随转向概率的变化关系

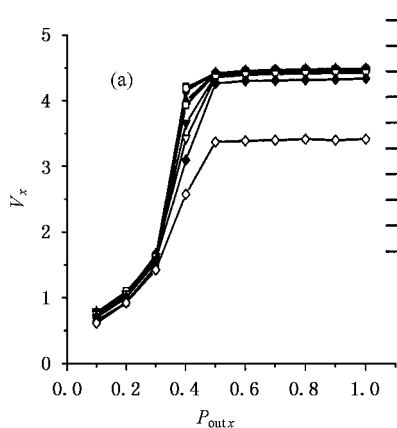


(c) 干道平均流量随转向概率的变化关系

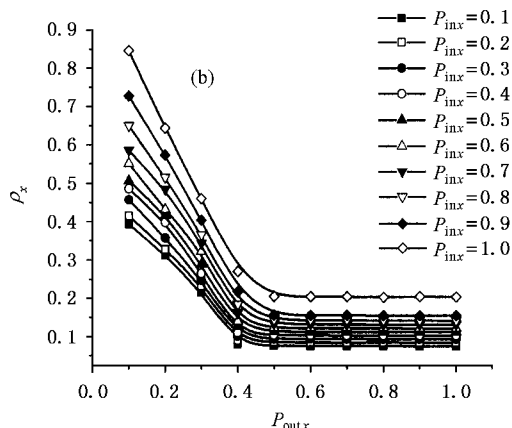


(d) $P_{tx} = 0.15, P_{ty} = 0.4$ 时干道车辆随时间变化位形图 (e) $P_{tx} = 0.25, P_{ty} = 0.4$ 时干道车辆随时间变化位形图

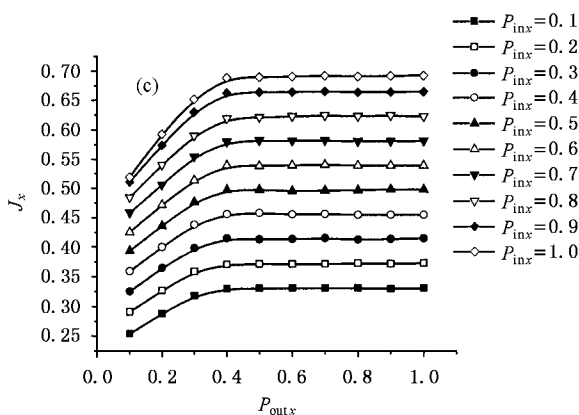
图2 干道平均速度、密度、流量随转向概率的变化



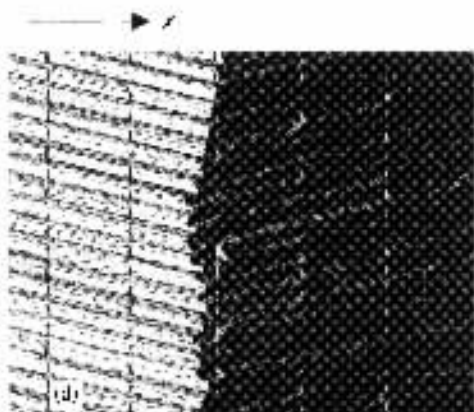
(a) 干道平均速度随注入、消失概率的变化关系



(b) 干道平均密度随注入、消失概率的变化关系



(c) 干道平均流量随注入、消失概率的变化关系



(d) $P_{in,x} = 0.9, P_{out,x} = 0.3$ 时干道车辆随时间变化位形图

(e) $P_{in,x} = 0.9, P_{out,x} = 0.45$ 时干道车辆随时间变化位形图

图 3 干道平均速度、密度、流量随干道注入、消失概率的变化关系图

($P_{out,x} < P_{out,x,临界}$), 对干道出口处所造成的局域堵塞程度就越大 (如图 3(d)), 但当 $P_{out,x}$ 增加到其临界值时, 出口处的局域堵塞行为就会完全消失 (如图 3

(e)), 此时若再提高 $P_{out,x}$, 对干道速度、流量的提高意义已不大. 另一方面, 由于造成的是局域堵塞, 所以干道注入概率越小, 在出口处形成的局域堵塞相

对而言会短一些,因此 $P_{in,x}$ 对整个干道平均速度的影响相差就不大,但 $P_{in,x}$ 越小,干道上的车辆数就会受到影响,从而就会影响干道的流量.因此,为了达到干道的车辆高速度、高流量的理想状态,实现干道资源的有效利用,就没有必要过多限制干道入口车辆的进入.只要保证出口处的相对畅通(如 $P_{in,x} = 0.9$, $P_{out,x} = 0.45$, $J_x = 0.66$)就可实现对干道易堵塞地段的宏观控制.

4. 结 论

本文在开放性边界条件下,建立了通过交通灯

控制的在交叉路口可转向的二维主干道交通模型,通过对模型的计算机模拟,结果表明,由于红绿灯的控制作用,与文献[5]的结果一样,在交叉口前出现车辆时走时停以及形成阻塞激波的现象;并着重研究转向机理和边界条件对干道交通的影响,给出了在一定条件下,怎样通过他组织与自组织地结合实现对干道资源的有效利用,达到对干道交通的宏观控制.但影响干道交通的因素还有很多,如刹车概率、加速概率、干道上的路口数、路口上红绿灯的不同控制等等,都有可能成为改善交通的有效手段,因此,我们还将对模型的完善与各因素的控制作进一步的关注.

- [1] Chowdhury D, Santen L and Schadschneider A 2000 *Physics Reports* **329** 199
 [2] Biham O, Middleton A and Levine D 1992 *Phys. Rev. E* **48** R6124
 [3] Nagatani T and Seno T 1994 *Physica* **207** 574
 [4] Huang P H, Kong L J and Liu M R 2002 *Chin. Phys.* **11** 678
 [5] Tan H L *et al* 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 1127 (in Chinese) [谭惠

- 丽等 2003 物理学报 **52** 1127]
 [6] Cheybani S, Kertész J and Schreckenberg M 2001 *Phys. Rev. E* **63** 0161078
 [7] Xue Y *et al* 2001 *Acta Phys. Sin.* **50** 445 (in Chinese) [薛 郁等 2001 物理学报 **50** 445]

A study of a main-road traffic flow model with turning-probability under open-bound condition *

Huang Ping-Hua¹⁾ Tan Hui-Li²⁾ Kong Ling-Jiang²⁾
 Liu Mu-Ren²⁾

¹⁾ Department of Information and Computation Science, Guangxi University of Technology, Liuzhou 545005, China)

²⁾ College of Physics and Information Engineering, Guangxi Normal University, Guilin 541004, China)

(Received 22 August 2004; revised manuscript received 3 November 2004)

Abstract

A main-road cellular automata traffic flow model with turning-probability in terms of rules of the improved Nagel-Schreckenberg is presented under the open boundary condition. The different characteristics of the phase transition led to by the turning probability and the open boundary condition are studied for the improvement on the traffic flow.

Keywords: cellular automaton, traffic flow, turning probability, phase transition

PACC: 0550

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 10362001; 10347001; 70371067), Key Program of Science and Technology Research, the Ministry of Education, China (Grant No. 02115), and the Natural Science Foundation of Guangxi Zhuang Autonomous Region, China (Grant No. 0447030).