

# 双车道多速车辆混合交通流元胞自动机模型的研究\*

郑容森<sup>1)</sup> 谭惠丽<sup>2)†</sup> 孔令江<sup>2)</sup> 刘慕仁<sup>2)</sup>

<sup>1)</sup> 玉林师范学院物理与信息科学系, 玉林 537000)

<sup>2)</sup> 广西师范大学物理与信息工程学院, 桂林 541004)

(2004 年 6 月 21 日收到, 2005 年 2 月 28 日收到修改稿)

把 NaSch 模型的刹车概率分开为独立的加速和减速概率, 引入转道规则, 建立了双车道多速车辆的混合交通流模型. 通过计算机数值模拟, 得出了不同参数下混合交通的速度和流量与密度关系的基本图. 结果表明, 转道概率、混合比例和加减速概率对混合交通都有重要的影响, 慢车的特性对混合交通起着决定性的作用.

关键词: 元胞自动机, 混合交通流, NaSch 模型

PACC: 0550

## 1. 引 言

随着城市的快速发展, 交通问题越来越受到人们的重视, 交通流的研究已成为近年来一个热门课题. 在交通流理论中, 描述交通现象的模型主要有流体力学模型、动力论模型、跟车模型、元胞自动机模型等. 由于元胞自动机<sup>[1]</sup>(cellular automata, 简称 CA)模型能有效模拟交通流中车辆微观运动状态, 有利于了解车辆间的相互作用机理, 因而在交通流研究中得到广泛的应用和发展<sup>[2]</sup>. 1992 年, Nagel 和 Schreckenberg<sup>[3]</sup>提出了一种描述高速公路交通流的 CA 模型(简称 NaSch 模型), 该模型考虑车距及刹车概率对交通流的影响, 显示了车辆从自由运动相到局部堵塞相的变化. NaSch 模型提出后, 引起了人们广泛的注意和研究<sup>[4-9]</sup>. 但研究实际的高速公路交通, 自然要将单向单车道交通流的 NaSch 模型扩展为多车道的 CA 模型. 文献[10-12]分别提出了单向双车道的 CA 交通流模型. 多车道模型在单车道模型的基础上, 增加了车辆的换道规则, 能研究更为复杂的交通现象, 得出了新的结果, 如流量-密度图出现分支等. 这些模型的数值模拟结果与理论分析的结果符合. 以上这些模型所考虑的车辆同属一种类型, 所能达到的最大速度相同, 运行规则相同. 在

实际交通中, 道路上混合行驶着多种性能或类型的车辆, 形成了更复杂的交通问题.

本文在 NaSch 模型的基础上, 将刹车概率细化为独立的加速和减速概率, 以描述不同的行车环境下的加速、减速概率的差异, 引入转道规则, 建立由三种不同的最大速度车辆组成的双车道混合交通流模型, 导出了低密度极限下车辆的平均速度公式. 通过计算机模拟, 得出了表示混合交通的流量、速度与密度关系的基本图. 经分析讨论, 得出了混合交通流的几个有意义的结论, 为高速公路多车道系统混合交通流的管理、控制提供参考.

## 2. 模 型

同向并列的左右两对称车道, 每车道定义为等距的  $L$  个格点组成的一维离散格点链, 每个格点的可能状态为: 空格点(无车)或有一辆以速度  $V$  运动的车辆( $V = 0, 1, 2, \dots, V_{\max}$ ). 这里取车道上有低、中、高三种速度类型的车( $V_{\max} = 2, 3, 5$ ), 各种速度类型的车辆按密度和混合比例随机分布于两车道上. 以  $X_i(t)$  表示第  $i$  辆车在  $t$  时刻的位置,  $V_i(t)$  表示其速度,  $V_{i, \max}$  对应车辆的最大速度,  $P_a$  为车辆的加速概率,  $P_d$  为减速概率,  $\text{gap}_i(t) = X_{i+1}(t) - X_i(t) - 1$  表示第  $i$  辆车  $t$  时刻与前方紧邻车辆之间的间距.

\* 国家自然科学基金(批准号: 70371067, 10362001, 10347001), 广西壮族自治区自然科学基金(批准号: 04470307)和广西壮族自治区“新世纪十百千人才工程”专项基金(批准号: 2001204)资助的课题.

† 通讯联系人.

本模型具有以下车辆演化规则。

1) 确定  $t+1$  时刻各车辆的速度。(1) 当  $V_i(t) < \text{gap}_i^f(t)$  时, 车辆可加速, 若车辆速度未达到最大值, 则以概率  $P_a$  加速 1, 变为  $V_i(t)+1$ ; 若车辆速度为最大值, 则以概率  $P_d$  减速 1, 其他按原速行驶。(2) 当  $V_i(t) \geq \text{gap}_i^f(t)$  时, 车辆考虑转道或减速行驶, 若条件允许, 车辆以概率  $P_l$  转道, 否则减速行驶, 以概率  $P_d$  减至  $\max(\text{gap}_i^f(t)-1, 0)$ , 其他减为  $\text{gap}_i^f(t)$ 。当  $P_a + P_d = 1$  时, 则本模型即为 NaSch 模型的原型。

2) 确定车辆是否满足转道条件。条件(1): 当前车的邻道前方有适当的空间, 即

$$\text{gap}_i^f(t) > \text{gap}_i(t),$$

其中  $\text{gap}_i^f(t) = X_{i+1}^f(t) - X_i(t) - 1$ ,  $X_{i+1}^f(t)$  为  $t$  时刻当前车邻道前方紧邻的车辆位置。条件(2): 当前车邻道后方有足够的空间, 即

$$\text{gap}_i^b(t) \geq \min(V_{i-1}^b(t) + 1, V_{i-1\max}^b),$$

其中  $\text{gap}_i^b(t) = X_i(t) - X_{i-1}^b(t) - 1$ ;  $X_{i-1}^b(t)$ ,  $V_{i-1}^b(t)$ ,  $V_{i-1\max}^b(t)$  分别为  $t$  时刻当前邻道后方紧邻车辆的位置、速度、最大速度。如果满足条件(1)和条件(2), 则车辆以概率  $P_l$  进行转道, 转道后速度为

$$V_i'(t+1) = \min(V_i(t) + 1, \text{gap}_i^f(t), V_{i\max}).$$

3) 更新车辆的位置。非转道车辆位置更新为

$$X_i(t+1) = X_i(t) + V_i(t+1),$$

转道车辆位置更新为

$$X_i'(t+1) = X_i(t) + V_i'(t+1).$$

### 3. 低密度极限下车辆的平均速度

当车辆的密度  $\rho \rightarrow 0$  时, 可以保证车辆间距  $\text{gap}_i \geq V_{\max}$ 。由模型可知, 车辆只有两种可能的速度值:  $V_{\max}$  和  $V_{\max} - 1$ 。设  $t=0$  时步速度为  $V_{\max}$  和  $V_{\max} - 1$  的车辆数分别为  $n_{10}$  和  $n_{20}$ , 总车辆数为  $n = n_{10} + n_{20}$ , 则在  $t=1$  时步速度为  $V_{\max}$  的车辆数为

$$\begin{aligned} n_{11} &= P_a n_{20} + (1 - P_d) n_{10} \\ &= P_a n + (1 - P_a - P_d) n_{10}. \end{aligned} \quad (1)$$

把  $n_{11}$  代替(1)式第二个等号右端的  $n_{10}$ , 则等号左端的  $n_{11}$  为  $t=2$  时步速度为  $V_{\max}$  的车辆数  $n_{12}$ ; 依次替代变化, 在  $m$  时步时得

$$\begin{aligned} n_{1m} &= P_a n [1 + (1 - P_a - P_d) + (1 - P_a - P_d)^2 \\ &\quad + \dots + (1 - P_a - P_d)^{m-1}] \\ &\quad + (1 - P_a - P_d)^m n_{10}. \end{aligned}$$

当  $|1 - P_a - P_d| < 1$ ,  $m \rightarrow \infty$  时可得

$$n_{1m} = \frac{P_a n}{P_a + P_d}.$$

当  $P_a \neq 0$  时, 令  $\lambda = \frac{P_d}{P_a}$ , 考虑到  $n_{2m} = n - n_{1m}$ , 得

$$\bar{V} = \frac{n_{1m} V_{\max} + n_{2m} (V_{\max} - 1)}{n} = V_{\max} - \frac{\lambda}{1 + \lambda}. \quad (2)$$

当  $P_a = P_d = 1$  时, 按奇偶时步  $n_{1m}$  在  $n_{20}$  与  $n_{10}$  之间轮流取值, 平均值为  $\frac{n}{2}$ , 于是得

$$\bar{V} = V_{\max} - \frac{1}{2}.$$

此结果与把  $P_a$  和  $P_d$  值代入(2)式所得结果一致。所以, 当  $P_a, P_d \leq 1$  时, 低密度极限下的平均速度为

$$\bar{V} = V_{\max} - \frac{\lambda}{1 + \lambda}.$$

而自由运动相平均速度可用此式作近似计算。

### 4. 数值模拟结果和讨论

利用计算机对本模型进行数值模拟。设车道上有三种速度类型 ( $V_{\max} = 2, 3, 5$ ) 的车辆, 即形成混合交通流。为研究其速度、流量与密度的关系, 我们定义各类车的平均密度、速度和流量分别为

$$\rho_l = \frac{N_l}{2L},$$

$$V_l = \frac{1}{2L\rho_l} \sum_{j=1}^{N_l} V_{lj}(t),$$

$$J_l = \rho_l V_l,$$

式中,  $l=2, 3, 5$  分别代表最大速度为  $V_{\max} = 2, 3, 5$  的车辆,  $N_l$  为第  $l$  种车的总数。系统的密度、速度和流量分别为

$$\rho = \frac{N}{2L} = \frac{N_2 + N_3 + N_5}{2L} = \rho_2 + \rho_3 + \rho_5,$$

$$V = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N V_i(t) = \frac{1}{2L\rho} \sum_{i=1}^N V_i(t),$$

$$J = \rho V = \rho_2 V_2 + \rho_3 V_3 + \rho_5 V_5 = J_2 + J_3 + J_5.$$

引入车辆混合比例:  $a_2, a_3, a_5$  表示车道上各类车辆所占的比例,

$$0 \leq a_2, a_3, a_5 \leq 1,$$

$$a_2 + a_3 + a_5 = 1.$$

相应地有

$$\begin{aligned} \rho_2 &= a_2 \rho, \\ \rho_3 &= a_3 \rho, \\ \rho_5 &= a_5 \rho. \end{aligned}$$

模拟开始时,各类车辆按设定的总密度和混合比例随机分布在  $L = 1000$  的左右两车道上,采用周期性边界条件,每个样本运行 20000 时步,取最后 2000 时步的值作时间平均,为了消除随机性影响,取 20 个样本作系综平均.改变转道概率、混合比例和加速概率,得到不同参量组合下各类车辆及系统的速度、流量与密度关系的基本图,如图 1—图 4 所示.模拟时所选的参数已标在相应的图中.

#### 4.1. 速度、流量与密度的关系及转道概率对它们的影响

图 1(a)(c)分别为各类车及系统的速度与密度关系的基本图.在低密度区,形成一个低速车速度

平台,称为慢车畅通相,不受转道概率的影响.中高速车及系统的平均速度由低密度时的较大值随密度的增大快速回落,在  $\rho_k = 0.1$  左右产生一个拐点后,大约到  $\rho_f = 0.5$ ,紧随低速车速度的变化并逐渐靠近.这是一个中高速车受低速车严重阻碍的区间,但仍有少量的超车.在  $\rho > \rho_f$  以后,高、中、低速车辆的平均速度完全一致.中高速车没有畅通相平台,这是因为即使在低密度区,中高速车也会受到低速车阻挡而出现局部阻塞.在  $\rho_k$  到系统临界密度之间,中高速车速度虽比低速车速度稍大,但基本上是跟随低速车在畅通相上运行,我们称之为混合交通流中的拥堵畅通相.这是混合交通的一个重要特征,其对应流量的上升段,如图 1(b)所示.

根据以上特点,把基本图分为三个特性区:在  $\rho < \rho_k$  区间,混合交通主要体现了高速车的特性,称为快车交通区.在  $\rho_k \leq \rho \leq \rho_f$  区间,既体现出高速车的特性也体现了低速车的特性,但主要为低速车特

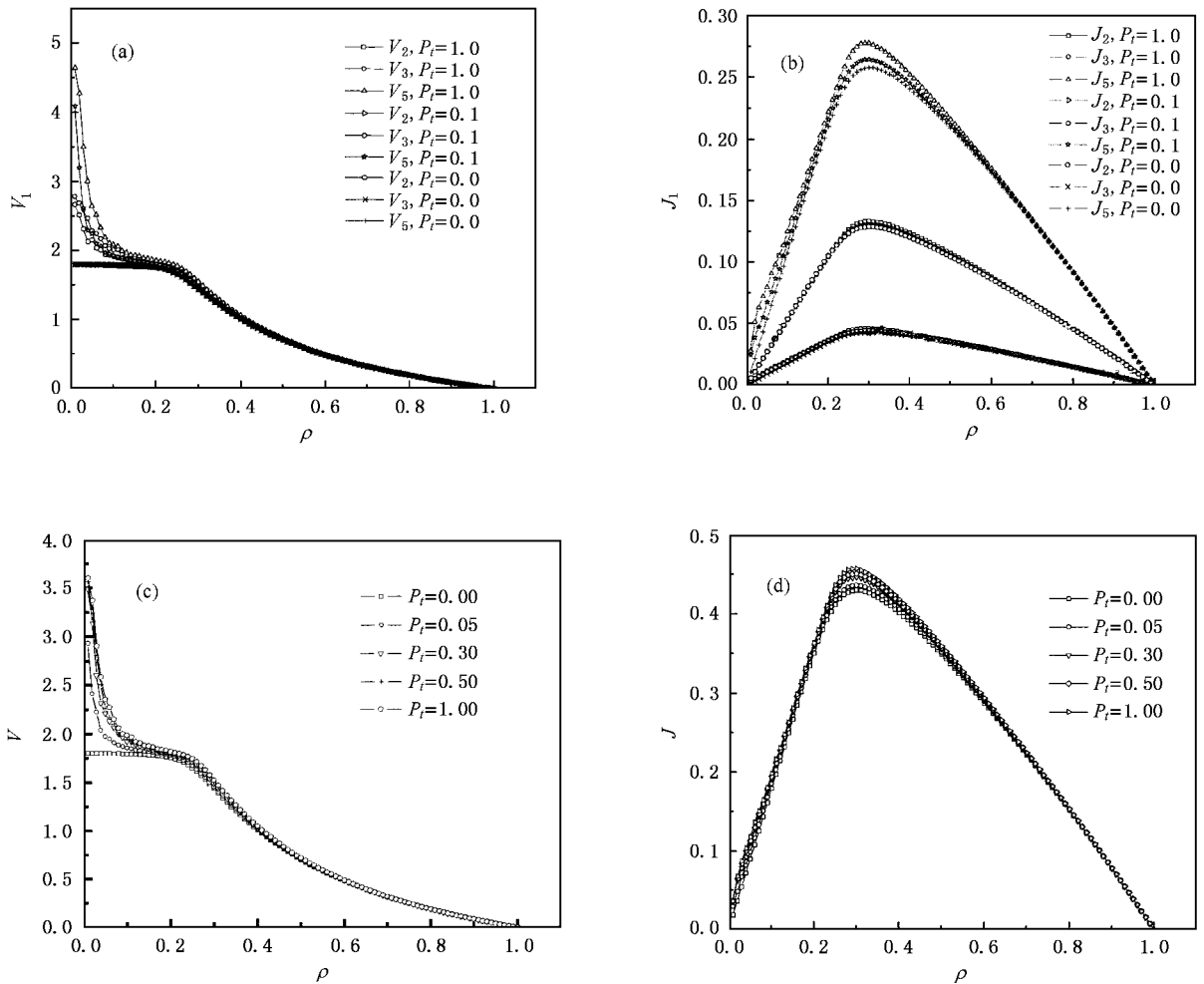


图 1 不同转道概率下各类车的速度(a)、流量(b)和系统的速度(c)、流量(d)随系统密度的变化关系  $a_2 = 0.3, a_3 = 0.1, a_5 = 0.6, P_a = 0.8, P_d = 0.2$

性称为准慢车交通区;在  $\rho > \rho_f$  区间,则完全是低速车特性,称为慢车交通区.由于  $\rho_k$  很小(见后面分析),混合交通在整个密度空间多数属于低速车交通状态,低速车对混合交通起到关键性影响.这对现实交通具有指导意义:在系统车辆密度  $\rho > \rho_k$  的路段,可实行高、低速车分流以提高混合交通的速度和流量.

在快车交通区,  $P_1$  越大中高速车及系统的速度越大,而且  $P_1$  对高速车速度影响最大,其次为中速车,对低速车无影响.准慢车交通区,  $P_1$  对速度的影响已很小并逐渐减弱.在慢车交通区,  $P_1$  影响完全消失.这说明在快车交通区经常换道可以提高车速,而在准慢车区,经常换道对提高速度意义不大.从图 1(c)看,  $P_1$  增大使快车交通区稍为扩大,而  $P_1 \geq 0.5$  后快车交通区已基本不变.另外,转道概率对系统速度的影响也不是线性的,  $P_1 < 0.3$  时较显著,  $P_1 > 0.3$  时影响已不明显.这是因为转道一方面能有效

地缓解本道的交通阻塞,但同时可能加剧另一车道的阻塞,使转道缓解本道阻塞的效果被另一车道上新引起的阻塞效应所抵消.这一情况通过对时空斑图的分析可得出结果:对比图 2(a)(b)可见,由于转道,使局部的阻塞得到显著的缓解,从而提高了系统的速度.从图 2(c)可看到,两箭头所指处为由另一车道换道进入本道的车辆,在紧接着的局部阻塞时加剧了阻塞的程度,表现出了转道的负效应.

图 1(b)(d)为各类车及系统的流量与密度关系的基本图.不同的  $P_1$ ,各种速度车辆及系统的临界密度相同.在快车交通区,  $P_1$  影响最显著(与  $P_1 = 0$  情况相比,在  $\rho = 0.03$  处,流量最大可提升 60%),在准慢车交通区,  $P_1$  的增大使系统流量稍为上升(最大在临界密度处,可提升约 5%),这主要是由于高速车流量的增大.在慢车交通区,  $P_1$  的影响完全消失.由此可见,在准慢车和慢车交通区,  $P_1$  对系统流量影响是很有限的.

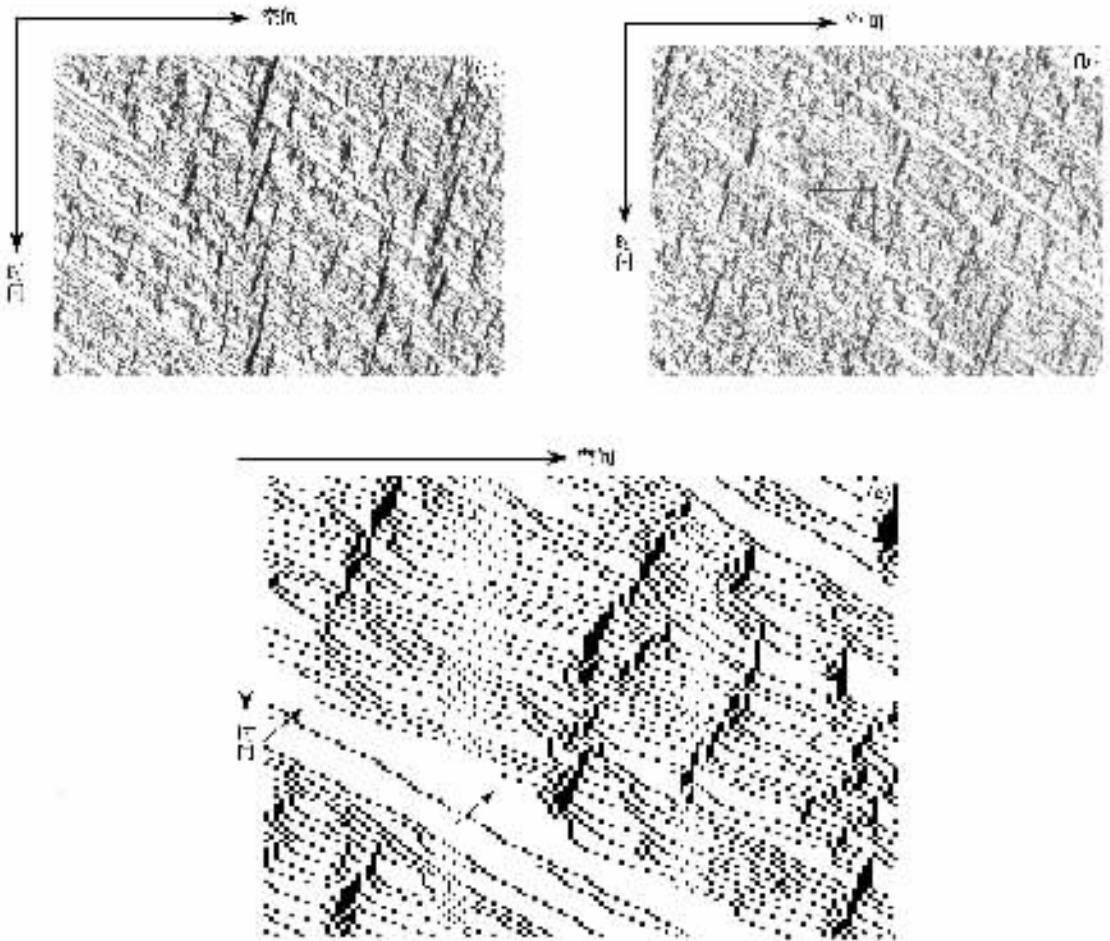


图 2 时空斑图 (a)  $P_1 = 0.0$  情况 (b)  $P_1 = 0.5$  情况 (c)为(b)图的局部放大.  $\rho_2 = 0.05$ ,  $\rho_3 = 0.05$ ,  $\rho_5 = 0.1$ ,  $P_a = P_d = 0.5$ , 18200—18680 时步, 右车道

### 4.2. 混合比例对系统速度和流量的影响

图 3(a) 中, 出现三个单类车的速度台阶, 分别对应低速、中速、高速车, 只要有低速车存在, 就不会出现系统的自由运动相. 各种含低速车的混合比例其相应的系统速度曲线特征相似, 虽然  $\rho_k$  不同, 但  $\rho_f$  是一致的,  $\rho_f$  约为 0.5. 可见, 不同的混合比例不会改变混合交通的基本特性. 混合比例中, 高速车比例大, 系统速度高, 快车交通区大.

在图 3(b) 中, 含低速车混合交通与单纯低速车交通相比, 临界密度稍为减小, 快车交通区流量显著增大(最多可增大约 80%), 准慢车交通区流量增加较小(小于 10%), 慢车交通区不变化. 可见, 混合比例主要影响快车交通区的速度和流量.

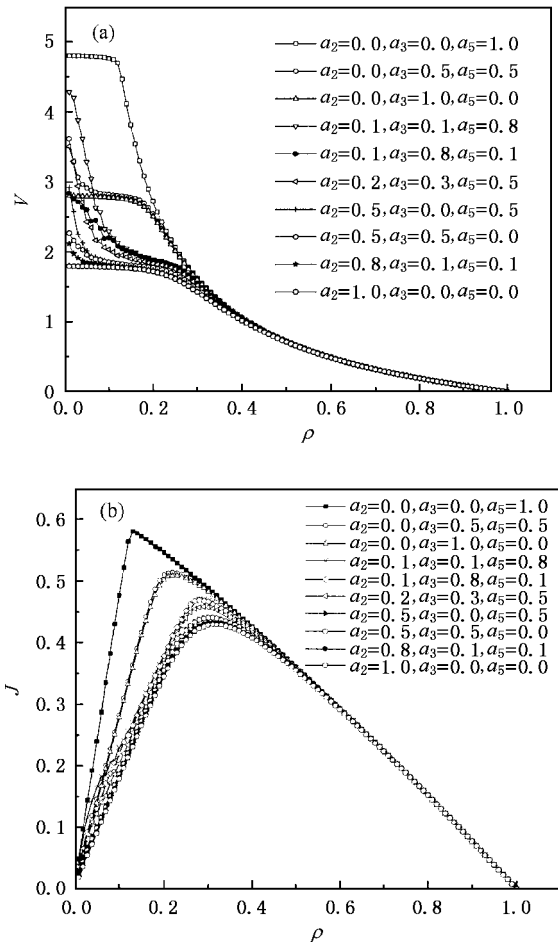


图 3 不同混合比例下系统的速度(a)和流量(b)随系统密度的变化关系  $P_a = 0.8, P_d = 0.2, P_l = 0.5$

### 4.3. 加速与减速概率对速度和流量的影响

图 4(a) 为系统速度与密度关系的基本图. 不同

的  $P_a$  和  $P_d$  组合相应的图线主要特征不变, 但拥堵畅通相的宽度显著变化, 相应低速车的自由运动速度可用低密度极限下的平均速度公式

$$\bar{V} = V_{\max} - \frac{\lambda}{1 + \lambda}$$

作近似计算.

比较图 4(b) 系统的各流量曲线可见: 在  $\rho \geq \rho_0$  (不同的  $P_a, P_d$  组合,  $\rho_0$  不同) 时,  $P_a$  相同  $P_d$  不同

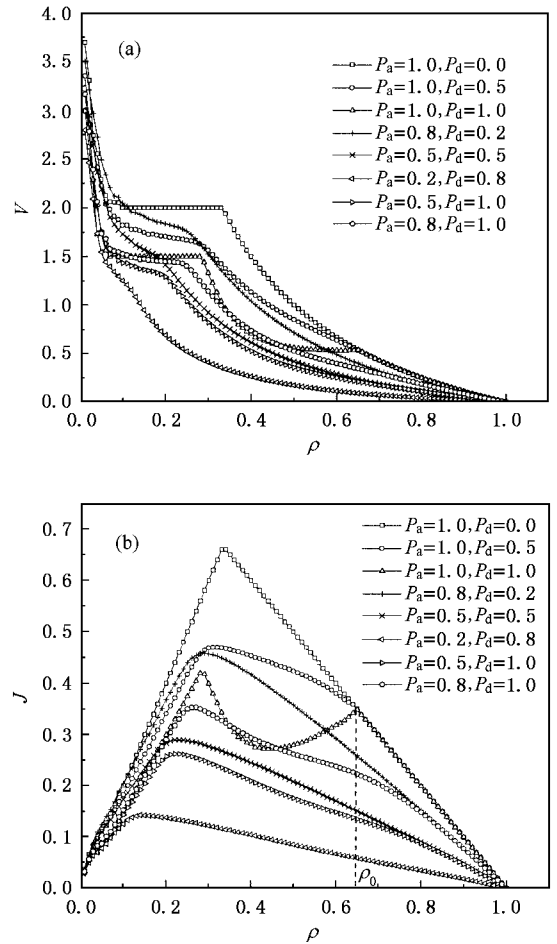


图 4 不同加速减速概率下系统的速度(a)和流量(b)随密度的变化关系  $a_2 = 0.2, a_3 = 0.3, a_5 = 0.5, P_l = 0.5$

的曲线汇合为同一曲线, 说明此时流量仅受  $P_a$  影响, 与  $P_d$  无关. 这是因为  $\rho_0$  较大, 车辆均处于等待前方出现空位才能前进的状态, 所以减速概率失效. 在临界密度  $\rho_c$  与  $\rho_0$  之间,  $P_a$  与  $P_d$  对流量的影响效果相反,  $P_a$  使流量增大,  $P_d$  使流量减小. 特别需要注意的一个现象是,  $P_d$  对流量的影响程度与  $P_a$  大小有关,  $P_a$  越大  $P_d$  对流量的影响越显著, 在  $P_a = 1$  时  $P_d$  的效应达到最大, 出现  $P_d = 1$  曲线大幅下

凹的现象.在  $\rho \leq \rho_c$  时,  $P_a$  和  $P_d$  的影响主要集中在临界密度和最大流量上,基本规律是  $\lambda$  值越大临界密度和最大流量越小,但由于  $P_d$  产生的效果受到  $P_a$  影响,在  $P_a = 1$ ,  $\lambda$  相近时规律有倒置现象,显示出问题的复杂性.

另一方面,  $P_a, P_d$  的变化对  $\rho_k$  没有显著的影响,在图 4(a)中均为  $\rho_k = 0.07$ . 结合上述讨论,  $\rho_k$  只受转道概率及混合比例的影响. 讨论中已知当  $P_t \geq 0.5$  后转道概率的影响几乎消失,所以,在图 3(a)中最大的  $\rho_k = 0.13$  可近似地认为是混合交通的快车交通区的密度上限.

## 5. 结 论

本文在 NaSch 模型的基础上把加减速概率分为两个独立的参量,引入转道规则建立了单向双车道

多速车辆混合交通流模型,导出了低密度极限下车辆的平均速度公式.利用周期性边界条件,对三种速度类型车辆的情况进行了数值模拟,分析了转道概率、车辆混合比例及加减速概率对速度和流量的影响,得出了几个主要结论.(1)混合交通在密度空间中只有很小的区间( $\rho \leq 0.13$ )为快车交通区,低速车是制约混合交通速度和流量的主要因素.(2)加减速概率对混合交通速度、流量和临界密度产生复杂的关键性影响; $\rho > \rho_0$  时出现减速概率失效现象.(3)在快车交通区,转道可以提高中高速车及系统的平均速度,对系统流量产生显著的影响,过于频繁的转道( $P_t > 0.3$ )对提高速度没有意义.(4)含低速车的情况下,车辆混合比例对快车交通区的  $\rho_k$ 、速度及流量有显著的影响;在准慢车交通区和慢车交通区影响变弱以致消失,这时车辆的速度特性也随之削弱而趋于与低速车一致.

- [1] Wolfram S 1983 *Rev. Mod. Phys.* **55** 601
- [2] Chowdhury D, Santer L, Schadschneider A 2000 *Phys. Rep.* **329** 199
- [3] Nagel K, Schreckenberg M 1992 *J. Phys. I France* **2** 2221
- [4] Schadschneider A, Schreckenberg M 1993 *J. Phys. A: Math. Gen.* **26** L679
- [5] Schreckenberg M, Schadschneider A, Nagel K *et al* 1995 *Phys. Rev. E* **51** 2339
- [6] Schadschneider A 1999 *Eur. Phys. J. B* **10** 573
- [7] Xue Y, Dong L Y, Dai S Q 2001 *Acta Phys. Sin.* **50** 445 (in Chinese) [薛郁,董力耘,戴世强 2001 物理学报 **50** 445]
- [8] Tan H L, Liu M R, Kong L J 2002 *Acta Phys. Sin.* **51** 2713 (in Chinese) [谭惠丽,刘慕仁,孔令江 2002 物理学报 **51** 2713]
- [9] Kuang H, Kong L J, Liu M R 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 2894 (in Chinese) [邝华,孔令江,刘慕仁 2004 物理学报 **53** 2894]
- [10] Nagel K, Wolf D E, Wagner P *et al* 1998 *Phys. Rev. E* **58** 1425
- [11] Fouladvand M E 2000 *Phys. Rev. E* **62** 5940
- [12] Awazu A 1998 *J. Phys. Soc. Japan* **67** 1071

# A cellular automaton model for mixing traffic in two-lane system<sup>\*</sup>

Zheng Rong-Sen<sup>1)</sup> Tan Hui-Li<sup>2)</sup> Kong Ling-Jiang<sup>2)</sup> Liu Mu-Ren<sup>2)</sup>

<sup>1)</sup>*( Department of Physics and Information Science , Yulin Normal College , Yulin 537000 ,China )*

<sup>2)</sup>*( College of Physics and Information Engineering , Guangxi Normal University , Guilin 541004 ,China )*

( Received 21 June 2004 ; revised manuscript received 28 February 2005 )

## Abstract

Based on the Nagel-Schrekenberg ( NS ) model ,we present a mixing traffic flow model for a two-lane traffic system. In this model,the stochastic noise  $P$  in NS model is replaced by accelerating probability  $P_a$  and braking probability  $P_d$ . The fundamental diagrams of the mixing traffic under different conditions are given by the numerical simulations. We found that the lane-changing probability ,the mixing rate and acceleration , the braking probability have a great influence on the mixing traffic flow. The slow cars have a decisive action on the mixing traffic.

**Keywords** : cellular automata , mixing traffic flow , Nagel-Schrekenberg model

**PACC** : 0550

---

<sup>\*</sup> Project supported by the National Natural Science Foundation of China ( Grant Nos. 70371067 , 10362001 , 10347001 ) , the Natural Science Foundation of Guangxi Zhuang Autonomous Region , China ( Grant No. 04470307 ) , and the Special Fund for the New Century Trained Talents Program of Guangxi Zhuang Autonomous Region , China ( Grant No. 2001204 ) .