

直接积分法研究电子光学成像系统的时间像差理论*

周立伟¹⁾ 李 元¹⁾ 张智诠²⁾ M. A. Monastyrski³⁾ M. Y. Schelev³⁾

¹⁾北京理工大学信息科学技术学院,北京 100081)

²⁾装甲兵工程学院,北京 100072)

³⁾俄罗斯科学院普罗霍洛夫普通物理研究所,莫斯科 119991)

(2004 年 10 月 22 日收到,2005 年 3 月 17 日收到修改稿)

提出了计算动态电子光学成像系统时间像差系数的新方法——直接积分法.以阴极面逸出的轴向电子初能为 ϵ_{z1} ($0 \leq \epsilon_{z1} \leq \epsilon_{0max}$) 的近轴电子轨迹为比较基准,给出了时间像差的定义,详细叙述了直接积分法并给出求解动态电子光学成像系统时间像差系数的积分表达式. τ 变分法求得的二级几何时间像差系数必须求解微分方程,而直接积分法求得的二级几何时间像差系数全部以积分形式表示,仅需进行积分运算,更适用于成像系统的实际计算与设计.

关键词:电子光学成像系统,阴极透镜,动态电子光学,时间像差理论

PACC: 4180, 4180D

1. 引 言

在宽束动态电子光学成像系统的计算与设计,时间像差理论占有重要的位置.1957 年, Savoisky 和 Fanchenko^[1]首先提出了时间渡越弥散即一级时间像差的表达式.1971 年, Csorba^[2]对其进行了证明.1980 年, Monastyrski 和 Schelev^[3]用 τ 变分法提出了一种较为完整的时间像差理论,给出了计算动态电子光学成像系统一级和二级时间像差系数的表达式.

文献 [4] 中已经证明,电子光学成像系统的空间弥散特性主要由一级横向像差(即一级横向色差)决定,它可由 Recknagel-Artimovich 公式表示,

$$\Delta r_1^* = \frac{2M}{E_c} \sqrt{\epsilon_r} (\sqrt{\epsilon_z} - \sqrt{\epsilon_{z1}}). \quad (1)$$

而成像系统的时间弥散特性主要由一级时间像差 ΔT_1 以 Savoisky-Fanchenko 公式^[1]表示,

$$\Delta T_1 = \sqrt{\frac{2m_0}{e}} \frac{1}{E_c} \sqrt{\epsilon_z}. \quad (2)$$

这里 ϵ_z , ϵ_r 分别为电子从光阴极发射时的轴向初能量和径向初能量, ϵ_{z1} 为与理想成像位置相对应的电子轴向初能量, M 为系统放大率, E_c 为阴极面上的

场强(取负值), e/m_0 为电子的荷质比.

不难看出(1)(2)式之间存在某种不协调性和不对称性.(1)(2)式表明,系统的横向像差和时间像差在一级近似下与电极结构和电位分布无关,而与电子的轴向逸出初能 ϵ_z 、阴极面上的场强 E_c 有关.这两个公式的差异在于(1)式中含有放大率参量 M 以及与理想成像位置相对应的电子轴向初能量 ϵ_{z1} 的参量,但(2)式中既不包含放大率的参量,也不包含相应的 ϵ_{z1} 的参量.同样,在 τ 变分法的时间像差理论中,也并没有与 ϵ_z 相比较作为基准的 ϵ_{z1} 的参量.

关于电子光学成像系统的空间像差或时间像差,实际上这是同一事物(即由阴极面逸出的光电子的发射初能量分散)在某一成像面上所显现的空间弥散特性或是在空间某一位置(包括成像面位置)处所显现的时间弥散特性.我们可以理解(2)式没有引入放大率的参量,因为时间像差乃是两条不同的电子轨迹(实际轨迹与近轴轨迹)在任一位置 z (包括成像面位置)处的时间离散,而空间像差必须在 ϵ_{z1} 所对应的成像位置处衡量.但是在(2)式中没有引入 ϵ_{z1} 的参量显然是不协调的.这种不协调性唯一可以统一起来的解释是:目前普遍采用的评价时间渡越

* 国家自然科学基金(批准号 60171026, 60471051)和国家自然科学基金国际合作项目(批准号 60311120072)资助的课题.

弥散或时间像差理论是以某一轴向初能量 $\epsilon_{z1} = 0$ 的电子作为比较基准,来探讨轴向初能量 ϵ_z 不等于零的电子所构成的时间离散或形成的时间像差。

本文的目的是探讨一种更为简便的、能直接求解电子光学成像系统时间像差系数的新途径,它不同于现有的 τ 变分法。文中以阴极面逸出的轴向电子初能 ϵ_{z1} 在 $(0 \leq \epsilon_{z1} \leq \epsilon_{0 \max})$ 的近轴电子轨迹为基准,研究时间像差的定义,给出了计算动态电子光学成像系统的时间像差系数的新方法——直接积分法。

2. 时间像差的定义

按照我们对静电聚焦和电磁聚焦电子光学成像系统的像差理论研究^[5,6]以及对静电聚焦同心球系统的电子光学成像理论的研究^[7],轴对称成像电子光学系统的时间像差可定义为

$$\Delta t = \Delta t(z) = t_{\text{real}}(z, \epsilon_r^{1/2}, \epsilon_z^{1/2}, r_0) - t_{\text{parax}}(z, \epsilon_r^{1/2}, \epsilon_{z1}^{1/2}, r_0). \quad (3)$$

这里 $t_{\text{real}}, t_{\text{parax}}$ 分别表示由光阴极发射的实际电子轨迹和近轴电子轨迹到达同一位置所经历的时间; ϵ_z, ϵ_r 分别为电子从光阴极发射时的轴向初能量和径向初能量, ϵ_{z1} 为作为比较基准的近轴电子轨迹的轴向初能量。取圆柱坐标系 (z, r) , 轴向坐标 z 自阴极面 $z_0 = 0$ 算起, r_0 为电子出射的径向初始矢量。

将 $t_{\text{real}}, t_{\text{parax}}$ 分别以 t, t^* 代之,下面将证明,近轴电子轨迹所经历的时间 t^* 与电子的径向初能 $\epsilon_r^{1/2}$ 、电子逸出高度 r_0 值无关。于是(3)式便可表示为

$$\Delta t = t(z, \epsilon_r^{1/2}, \epsilon_z^{1/2}, r_0) - t^*(z, \epsilon_{z1}^{1/2}). \quad (4)$$

我们将(4)式表示成以下的形式:

$$\Delta t = \Delta T(z, \epsilon_r^{1/2}, \epsilon_z^{1/2}, r_0) + \Delta \tau(z, \epsilon_r^{1/2}, \epsilon_z^{1/2}, r_0) = \Delta T + \Delta \tau, \quad (5)$$

这里 ΔT 称为近轴时间像差或时间色差,它表示轴向初能不同的两条近轴电子轨迹的时间差异,由下式表示:

$$\Delta T = t^*(z, \epsilon_z^{1/2}) - t^*(z, \epsilon_{z1}^{1/2}). \quad (6)$$

$\Delta \tau$ 称为几何时间像差,它表示轴向初能相同的实际电子轨迹与近轴电子轨迹的时间差异,由下式表示:

$$\Delta \tau = t(z, \epsilon_r^{1/2}, \epsilon_z^{1/2}, r_0) - t^*(z, \epsilon_z^{1/2}). \quad (7)$$

由光电子初速度分布引起的时间像差归结于研究函数 Δt 在某一轴向位置 z 处与小参量 $\epsilon_r^{1/2}, \epsilon_z^{1/2}, r_0$ 之间的关系式,时间像差可以表示为

$$\Delta T = a_2(\epsilon_z^{1/2} - \epsilon_{z1}^{1/2}) + A_{22}(\epsilon_z - \epsilon_{z1}), \quad (8)$$

$$\Delta \tau = a_1 \epsilon_r^{1/2} + a_3 r_0 + A_{11} \epsilon_r + 2A_{12} \epsilon_r^{1/2} \epsilon_z^{1/2} + 2A_{13} \epsilon_r^{1/2} r_0 + 2A_{23} \epsilon_z^{1/2} r_0 + A_{33} r_0^2. \quad (9)$$

这里 $a_i = a_i(z) (i = 1, 2, 3), A_{ij} = A_{ij}(z) (i, j = 1, 2, 3)$ 分别称为电子光学成像系统的一级、二级时间像差系数。

3. 直接积分法求解电子光学成像系统的时间像差系数

3.1. 几何时间像差系数 A_{11}, A_{13} 和 A_{33} 的确定

图1为电子自阴极面发射的初始状态,初始位置矢量为 r_0 ,方向角为 θ_0 ,初始电子的逸出角为 α_0 ,方位角为 β_0 ,电子逸出的初速度为 v_0 ,

$$v_0 = \sqrt{\frac{2e}{m_0} \epsilon_0},$$

$$\epsilon_z^{1/2} = \epsilon_0^{1/2} \cos \alpha_0,$$

$$\epsilon_r^{1/2} = \epsilon_0^{1/2} \sin \alpha_0.$$

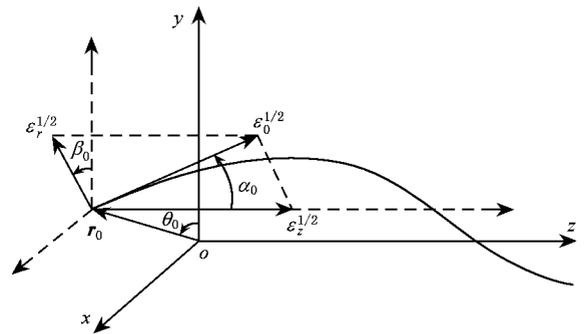


图1 电子自阴极面发射的初始状态

轴对称静电场下电子运动方程为

$$\ddot{z} = \frac{e}{m_0} \frac{\partial \varphi}{\partial z}. \quad (10)$$

利用空间电位分布 $\varphi = \varphi(z, r)$ 的谢尔赤级数展开式,

$$\varphi(z, r) = \phi(z) - \frac{r^2}{4} \phi''(z) + \frac{r^4}{64} \phi^{(4)}(z) - \dots \quad (11)$$

这里, $\phi(z)$ 表示轴上电位分布, $\phi'(z), \phi''(z), \phi'''(z), \phi^{(4)}(z)$ 乃是 $\phi(z)$ 对 z 的导数。将(11)式代入(10)式,可得

$$\alpha(z^2) = \frac{2e}{m_0} \left[\phi'(z) - \frac{r^2}{4} \phi'''(z) \right] dz. \quad (12)$$

对(12)式进行积分,于是有

$$z^2 = \frac{2e}{m_0} \int \phi'(z) dz - \frac{2e}{m_0} \int \frac{r^2}{4} \phi'''(z) dz + \frac{2e}{m_0} \epsilon_z. \quad (13)$$

为了求得(13)式等号右端第二项的积分,对

$\int \frac{r^2}{4} \phi'''(z) dz$ 作变换.

轴对称成像系统的近轴轨迹方程^{5,7]}为

$$[\chi(z) + \epsilon_z] r'' + \frac{1}{2} \phi'(z) r' + \frac{1}{4} \phi''(z) r = 0. \quad (14)$$

其解可表示为

$$r(z) = r_0 u(z) + \sqrt{\frac{m_0}{2e}} \dot{r}_0 u(z). \quad (15)$$

这里特解 $v = u(z)$, $w = u(z)$ 满足如下初始条件:

$$\begin{aligned} u(z_0 = 0) &= 0, \\ v'(z_0 = 0) &= \frac{1}{\sqrt{\epsilon_z}}; \\ u(z_0 = 0) &= 1, \\ w'(z_0 = 0) &= 0. \end{aligned} \quad (16)$$

于是,

$$\begin{aligned} r^2(z) &= r_0^2 w^2(z) + 2u(z)u(z) \\ &\quad \times r_0 \sqrt{\epsilon_r \cos(\theta_0 - \beta_0) + \epsilon_r} v^2(z). \end{aligned} \quad (17)$$

将(17)式代入(13)式等号右端的第二项,有

$$\begin{aligned} &\int \frac{r^2}{4} \phi'''(z) dz \\ &= \int \frac{1}{4} r_0^2 w^2(z) \phi'''(z) dz \\ &\quad + \int \frac{1}{2} r_0 \sqrt{\epsilon_r \cos(\theta_0 - \beta_0)} u(z)u(z) \phi'''(z) dz \\ &\quad + \int \frac{1}{4} \epsilon_r v^2(z) \phi'''(z) dz. \end{aligned} \quad (18)$$

先求(18)式等号右端的第二项 $\int \frac{1}{2} [r_0 \sqrt{\epsilon_r \cos(\theta_0 - \beta_0)} u(z)u(z) \phi'''(z)] dz$.

$$\begin{aligned} &\frac{d}{dz} \left[v'w' \phi_* + \frac{1}{4} \phi''vw \right] \\ &= \phi_* v'w' + \phi_* v''w' + \phi_* v'w'' \\ &\quad + \frac{1}{4} \phi'''vw + \frac{1}{4} \phi''v'w + \frac{1}{4} \phi''vw'. \end{aligned}$$

这里 $\phi_* = \chi(z) + \epsilon_z$, 并利用

$$\begin{aligned} \phi_* v'' &= -\frac{1}{2} \phi'v' - \frac{1}{4} \phi''v, \\ \phi_* w'' &= -\frac{1}{2} \phi'w' - \frac{1}{4} \phi''w, \end{aligned}$$

可得

$$\frac{d}{dz} \left[v'w' \phi_* + \frac{1}{4} \phi''vw \right] = \frac{1}{4} \phi'''vw. \quad (19)$$

于是,最后可得

$$\int \frac{1}{4} u(z)u(z) \phi'''(z) dz = \left(v'w' \phi_* + \frac{1}{4} \phi''vw \right) + C_1.$$

由初条件(16)式,常数 $C_1 = 0$, 故有

$$\begin{aligned} &\int \frac{1}{2} r_0 \sqrt{\epsilon_r \cos(\theta_0 - \beta_0)} u(z)u(z) \phi'''(z) dz \\ &= 2r_0 \sqrt{\epsilon_r \cos(\theta_0 - \beta_0)} \left(v'w' \phi_* + \frac{1}{4} \phi''vw \right). \end{aligned} \quad (20)$$

现求(18)式等号右端的第一项.类似(19)式的推导,可得

$$\frac{d}{dz} \left[w'^2 \phi_* + \frac{1}{4} \phi''w^2 \right] = \frac{1}{4} \phi'''w^2. \quad (21)$$

对(21)式等号两端积分后得

$$\int \frac{1}{4} w^2(z) \phi'''(z) dz = \left(w'^2 \phi_* + \frac{1}{4} \phi''w^2 \right) + C_2.$$

由初条件(16)式,常数 $C_2 = -\frac{1}{4} \phi''_0$, 故有

$$\begin{aligned} &\int \frac{1}{4} r_0^2 w^2(z) \phi'''(z) dz \\ &= r_0^2 \left(w'^2 \phi_* + \frac{1}{4} \phi''w^2 - \frac{1}{4} \phi''_0 \right). \end{aligned} \quad (22)$$

同样,对于(18)式等号右端的第三项,可得

$$\int \frac{1}{4} v^2(z) \phi'''(z) dz = \left(v'^2 \phi_* + \frac{1}{4} \phi''v^2 \right) + C_3. \quad (23)$$

由初条件(16)式,常数 $C_3 = -1$, 故有

$$\int \frac{1}{4} \epsilon_r v^2(z) \phi'''(z) dz = \epsilon_r \left(v'^2 \phi_* + \frac{1}{4} \phi''v^2 - 1 \right). \quad (24)$$

将(20)(22)(24)式代入(13)式,便有

$$\begin{aligned} z^2 &= \frac{2e}{m_0} [\chi(z) + \epsilon_z] - \frac{2e}{m_0} \left[\epsilon_r \left(v'^2 \phi_* + \frac{1}{4} \phi''v^2 - 1 \right) \right. \\ &\quad + r_0^2 \left(w'^2 \phi_* + \frac{1}{4} \phi''w^2 - \frac{1}{4} \phi''_0 \right) \\ &\quad \left. + 2r_0 \sqrt{\epsilon_r \cos(\theta_0 - \beta_0)} \left(v'w' \phi_* + \frac{1}{4} \phi''vw \right) \right]. \end{aligned} \quad (25)$$

这样,由 $dt = \frac{dz}{z}$, 便得到电子到达系统内某点的时间表达式,

$$\begin{aligned} &t(z, \epsilon_r^{1/2}, \epsilon_z^{1/2}, r_0) \\ &= \int_0^z \frac{dz}{\left(\frac{2e}{m_0} \right)^{1/2} [\chi(z) + \epsilon_z]^{1/2}} \left\{ 1 + \frac{1}{2} \frac{1}{[\chi(z) + \epsilon_z]} \right\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \times \left[\epsilon_r \left(v'^2 \phi_* + \frac{1}{4} \phi'' v^2 - 1 \right) \right. \\ & + r_0^2 \left(w'^2 \phi_* + \frac{1}{4} \phi'' w^2 - \frac{1}{4} \phi''_0 \right) \\ & \left. + 2r_0 \sqrt{\epsilon_r} \cos(\theta_0 - \beta_0) \left(v'w' \phi_* + \frac{1}{4} \phi'' vw \right) \right] \}. \end{aligned} \quad (26)$$

对于近轴电子,在(13)式中略去 r^2 项,则有

$$z^2 = \frac{2e}{m_0} \int \phi(z) dz + \frac{2e}{m_0} \epsilon_z. \quad (27)$$

于是

$$t^*(z, \epsilon_z^{1/2}) = \int_0^z \frac{dz}{\left(\frac{2e}{m_0} \right)^{1/2} [\phi(z) + \epsilon_z]^{1/2}}. \quad (28)$$

(28)式亦可由(26)式略去 $\epsilon_r^{1/2}$ 和 r_0 的二次项求得. 这表明,对于近轴电子轨迹,无论是从轴上点逸出的,或是从高度为 r_0 的轴外点逸出的,只要其轴向初能量 ϵ_z 相同,它所经历的时间是相同的.(28)式表明 t^* 与 $\epsilon_r^{1/2}$, r_0 值无关.

由(7)式的定义,并由(26)(28)式,对照(9)式,便有 $a_1 = a_3 = 0$, $A_{12} = A_{23} = 0$. 因此

$$\Delta\tau = A_{11} \epsilon_r + 2A_{13} \epsilon_r^{1/2} r_0 + A_{33} r_0^2, \quad (29)$$

式中

$$\begin{aligned} A_{11} &= \int_0^z \frac{1}{2 \left(\frac{2e}{m_0} \right)^{1/2} [\phi(z) + \epsilon_z]^{3/2}} \\ &\times \left(v'^2 \phi_* + \frac{1}{4} \phi'' v^2 - 1 \right) dz, \end{aligned} \quad (30)$$

$$\begin{aligned} A_{13} &= \int_0^z \frac{1}{2 \left(\frac{2e}{m_0} \right)^{1/2} [\phi(z) + \epsilon_z]^{3/2}} \\ &\times \cos(\theta_0 - \beta_0) \left(v'w' \phi_* + \frac{1}{4} \phi'' vw \right) dz, \end{aligned} \quad (31)$$

$$\begin{aligned} A_{33} &= \int_0^z \frac{1}{2 \left(\frac{2e}{m_0} \right)^{1/2} [\phi(z) + \epsilon_z]^{3/2}} \\ &\times \left(w'^2 \phi_* + \frac{1}{4} \phi'' w^2 - \frac{1}{4} \phi''_0 \right) dz. \end{aligned} \quad (32)$$

这里 A_{11} 为二阶时间球差系数, A_{13} 为二阶时间场曲系数, A_{33} 为二阶时间畸变系数.

3.2. 时间色差系数 a_2 和 A_{22} 的确定

由(6)式的定义,并由(28)式,可得

$$\Delta T = a_2 (\epsilon_z^{1/2} - \epsilon_{z1}^{1/2}) + A_{22} (\epsilon_z - \epsilon_{z1})$$

$$\begin{aligned} &= \int_0^z \frac{dz}{\left(\frac{2e}{m_0} \right)^{1/2} [\phi(z) + \epsilon_z]^{3/2}} \\ &- \int_0^z \frac{dz}{\left(\frac{2e}{m_0} \right)^{1/2} [\phi(z) + \epsilon_{z1}]^{3/2}}. \end{aligned} \quad (33)$$

这里 a_2 为一级近轴时间像差系数或简称一级时间色差系数, A_{22} 为二级近轴时间像差系数或简称二级时间色差系数,它们分别是(33)式按 $\sqrt{\epsilon_z}$ 展开后与 $\sqrt{\epsilon_z}$ 和 ϵ_z 项幂次相对应的系数.

(33)式仅给出了确定时间色差系数 a_2 和 A_{22} 的途径,但并未给出具体的表达式. 下面我们用两种方法求时间色差系数 a_2 和 A_{22} .

3.2.1. 用泰勒级数法求时间色差系数 a_2 和 A_{22}

由(33)式可知,时间色差系数 a_2 和 A_{22} 仅与轴上电位分布 $\phi(z)$ 有关. 现我们将 $\phi(z)$ 以泰勒级数展开式表示为

$$\phi(z) = \sum_1^m \frac{E_m}{m!} z^m. \quad (34)$$

这里 E_m 是与场有关的系数. 当 $m=1$ 时, $E_1 = -E_c$. 把 $\phi(z)$ 代入(32)式并积分之,便得到

$$t^*(z, \epsilon_z^{1/2}) = \sqrt{\frac{2m_0}{e}} \frac{1}{E_1} (\sqrt{E_1 z + \epsilon_z} - \sqrt{\epsilon_z}). \quad (35)$$

按常数项和 $\epsilon_z^{1/2}$ 的幂次对(35)式展开后可得

$$\begin{aligned} t^*(z, \epsilon_z^{1/2}) &= \sqrt{\frac{2m_0}{e}} \frac{1}{E_1} \left(\sqrt{E_1 z} - \sqrt{\epsilon_z} \right. \\ &\left. + \frac{1}{2\sqrt{E_1 z}} \epsilon_z + O(\epsilon_z)^{3/2} \right). \end{aligned} \quad (36)$$

由(33)式,系数 a_2 , A_{22} 可以表示为

$$a_2 = -\sqrt{\frac{2m_0}{e}} \frac{1}{E_1} = \sqrt{\frac{2m_0}{e}} \frac{1}{E_c}, \quad (37)$$

$$A_{22} \Big|_{m=1} = \sqrt{\frac{2m_0}{e}} \frac{1}{2E_1 \sqrt{E_1 z}}. \quad (38)$$

下面我们将证明(37)式是处处成立的.

若(34)式的泰勒级数中,取 $m=2$,用同样的方法可求得 a_2 , A_{22} 值, a_2 值仍以(37)式表示, A_{22} 的精确解析式为

$$A_{22} \Big|_{m=2} = \sqrt{\frac{2m_0}{e}} \frac{E_1 + E_2 z}{E_1^2 \sqrt{2z(2E_1 + E_2 z)}}. \quad (39)$$

同样可以求得 $m=3$ 时的 A_{22} 的近似表达式,

$$A_{22} \Big|_{m=3} \approx \sqrt{\frac{2m_0}{e}} \left\{ \frac{1}{E_1^2 \sqrt{2z(2E_1 + E_2 z)}} \times \left[E_1 + zE_2 + \frac{z^2 E_1 E_3}{6(2E_1 + zE_2)} \right] \right\}, \quad (40)$$

$$A_{22} \Big|_{m=4} \approx \sqrt{\frac{2m_0}{e}} \left\{ \frac{1}{E_1^2 \sqrt{2z(2E_1 + E_2 z)}} \times \left[E_1 + zE_2 + \frac{z^2 E_1 E_3}{6(2E_1 + zE_2)} \right] + \frac{E_4}{24\sqrt{2}E_2^{5/2}} \times \left[3 \ln \frac{E_1 + E_2 z + \sqrt{E_2} \sqrt{2E_1 z + E_2 z^2}}{E_1} - \frac{4z^2 \sqrt{E_2} (3E_1 + 2E_2 z)}{(2E_1 z + E_2 z^2)^{3/2}} \right] \right\}. \quad (41)$$

文献 3 应用 τ 变分法求得时间色差系数 a_2 和 A_{22} 的表达式,

$$a_2 = \sqrt{\frac{2m_0}{e}} \frac{1}{E_c}, \quad (42)$$

$$A_{22} = \sqrt{\frac{2m_0}{e}} \left\{ \frac{1}{2\sqrt{\phi}} \frac{1}{\phi'} + \frac{1}{2} \int_0^z \frac{\phi''}{\sqrt{\phi} \phi'^2} dz \right\}. \quad (43)$$

当将 $m=1, 2$ 的 $\phi(z)$ 的表达式(34)代入(43)式, 得到的结果与(38)(39)式完全一致, 从而证明泰勒级数法在轴上电位分布 $\phi(z)$ 取级数展开的近似情况下与 τ 变分法是等效的.

3.2.2. 用积分表达式求时间色差系数 a_2 和 A_{22}

对(32)式, 若按 $\epsilon_z^{1/2}$ 的级数展开, 我们可以得到

$$\frac{1}{2} \sqrt{\frac{2m_0}{e}} \int_0^z \frac{dz}{[\phi(z) + \epsilon_z]^{3/2}} = C + a_2 \epsilon_z^{1/2} + A_{22} \epsilon_z + O(\epsilon_z^{3/2}). \quad (44)$$

由于

$$[\sqrt{\phi(z) + \epsilon_z}]' = \frac{\phi'(z)}{2\sqrt{\phi(z) + \epsilon_z}},$$

所以有

$$\begin{aligned} & \int_0^z \frac{dz}{[\phi(z) + \epsilon_z]^{3/2}} \\ &= \int_0^z \frac{2\sqrt{\phi(z) + \epsilon_z}}{\phi'(z)} dz \\ &= 2 \frac{\sqrt{\phi(z) + \epsilon_z}}{\phi'(z)} \Big|_0^z + 2 \int_0^z \frac{\phi''(z) \sqrt{\phi(z) + \epsilon_z}}{[\phi'(z)]^2} dz \\ &= 2 \frac{\sqrt{\phi(z)}}{\phi'(z)} + 2 \int_0^z \frac{\phi''(z) \sqrt{\phi(z)}}{[\phi'(z)]^2} dz - 2 \frac{\sqrt{\epsilon_z}}{\phi'(0)} \\ &+ \left\{ \frac{1}{\phi'(z) \sqrt{\phi(z)}} + \int_0^z \frac{\phi''(z)}{[\phi'(z)]^2 \sqrt{\phi(z)}} dz \right\} \epsilon_z. \end{aligned}$$

将此式与(44)式进行比较, 我们可以得到常数项 C

和系数 a_2, A_{22} ,

$$C = \sqrt{\frac{2m_0}{e}} \left\{ \frac{\sqrt{\phi(z)}}{\phi'(z)} + \int_0^z \frac{\phi''(z) \sqrt{\phi(z)}}{[\phi'(z)]^2} dz \right\},$$

$$a_2 = -\sqrt{\frac{2m_0}{e}} \frac{1}{\phi'(0)} = \sqrt{\frac{2m_0}{e}} \frac{1}{E_c}, \quad (45)$$

$$A_{22} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{2m_0}{e}} \left\{ \frac{1}{\sqrt{\phi(z)}} \frac{1}{\phi'(z)} + \int_0^z \frac{\phi''(z)}{\sqrt{\phi(z)} [\phi'(z)]^2} dz \right\}. \quad (46)$$

时间色差系数 a_2 与 A_{22} 的表达式(45),(46)与 τ 变分法中的结果(42),(43)式是完全一致的^{3,61}.

对(46)式作进一步简化,

$$\begin{aligned} A_{22} &= \frac{1}{2} \sqrt{\frac{2m_0}{e}} \left\{ \frac{1}{\sqrt{\phi(z)}} \frac{1}{\phi'(z)} + \int_0^z \frac{\phi''(z)}{\sqrt{\phi(z)} [\phi'(z)]^2} dz \right\} \\ &= \frac{1}{2} \sqrt{\frac{2m_0}{e}} \left\{ \frac{1}{\phi'(z) \sqrt{\phi(z)}} - \frac{1}{\sqrt{\phi(z)}} \frac{1}{\phi'(z)} \Big|_0^z + \int_0^z \frac{1}{\phi'(z)} d \left[\frac{1}{\sqrt{\phi(z)}} \right] \right\} \\ &= -\frac{1}{2} \sqrt{\frac{2m_0}{e}} \left[\frac{1}{\phi'(0) \sqrt{\phi(0)}} + \frac{1}{2} \int_0^z \frac{1}{\phi(z)^{3/2}} dz \right]. \end{aligned} \quad (47)$$

当 $z=0$ 时(47)式等号右端中的 $\frac{1}{\phi'(0) \sqrt{\phi(0)}}$ 与

$\frac{1}{2} \int_0^z \frac{1}{\phi(z)^{3/2}} dz$ 会出现无穷大量, 两相抵消后(47)式可以写成如下形式:

$$A_{22} = -\frac{1}{4} \sqrt{\frac{2m_0}{e}} \int \frac{1}{\phi(z)^{3/2}} dz. \quad (48)$$

当将 $m=1, 2$ 的 $\phi(z)$ 的表达式(34)代入(48)式, 得到的结果依然与(38)(39)式完全一致, 从而证明此积分表达式(48)与 τ 变分法的(46)式是等效的. 我们另文用静电聚焦同心球系统的模型证明(48)式与(46)式是等效的.

4. 结 论

本文提出了一种计算电子光学成像系统时间像差系数的新途径——直接积分法, 给出了自阴极面逸出的轴向电子初能 ϵ_{z1} 在 $0 \leq \epsilon_{z1} \leq \epsilon_{0max}$ 的近轴电子轨迹作为比较基准的时间像差的定义, 导出了时间像差系数表达式, 其一级时间色差系数 a_2 、二级时

间色差系数 A_{22} 分别以(37)(48)式表示;二级时间球差系数 A_{11} 、二级时间场曲系数 A_{13} 、二级时间畸变系数 A_{33} 分别以(30)(31)(32)式表示. 本文给出

的二级时间像差系数表达式以积分形式表示,便于计算,可以在实际设计中应用.

- [1] Savoisky Y K , Fanchenko S D 1956 *Rep. Acad. Sci. USSR* **108** 218
- [2] Csorba I P 1971 *RCA Rev.* **32** 650
- [3] Monastyrski M A , Schelev M Y 1980 *Theory of Temporal Aberrations of Cathode Lenses*(Moscow : Lebedev Institute of Physics) p1(in Russian)
- [4] Chou L W 1979 *Adv. Electron. Elect. Phys.* **52** 119
- [5] Zhou L W , Ai K C , Pan S C 1983 *Acta Phys. Sin.* **32** 376 (in Chinese)[周立伟、艾克聪、潘顺臣 1983 物理学报 **32** 376]
- [6] Ximen J Y , Zhou L W , Ai K C 1983 *Acta Phys. Sin.* **32** 1536 (in Chinese)[西门纪业、周立伟、艾克聪 1983 物理学报 **32** 1536]
- [7] Zhou L W 1993 *Electron Optics with Wide Beam Focusing*(Beijing : Beijing Institute of Technology Press) p271 (in Chinese)[周立伟 1993 宽束电子光学(北京 北京理工大学出版社)第 271 页]

Theory of temporal aberrations for electron optical imaging systems by direct integral method^{*}

Zhou Li-Wei¹⁾ Li Yuan¹⁾ Zhang Zhi-Quan²⁾ M. A. Monastyrski³⁾ M. Y. Schelev³⁾

¹⁾*School of Information Science and Technology, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China*

²⁾*Academy of Armoured Force Engineering, Beijing 100072, China*

³⁾*Prokhorov General Physics Institute, Russian Academy of Sciences, Moscow 119991, Russia*

(Received 22 October 2004 ; revised manuscript received 17 March 2005)

Abstract

A new approach to calculate the temporal aberration coefficients of dynamic electron optical imaging systems is put forward in this paper. A new definition of temporal aberration is given in which a certain initial energy of electron emission along the axial direction ε_{z1} ($0 \leq \varepsilon_{z1} \leq \varepsilon_{0 \max}$) as a criterion is considered. The new method for calculating the temporal aberration coefficients of dynamic electron optical imaging systems named "direct integral method" is presented which gives new expressions of the temporary aberration coefficients expressed in integral form. The difference between "direct integral method" and " τ -variation method" is that the " τ -variation method" needs to solve the differential equations for the three of temporal geometrical aberration coefficients of second order, while the "direct integral method" needs only to carry out the integral calculation of them, which is more convenient and suitable for computation in the practical design.

Keywords : electron optical imaging system, cathode lenses, dynamic electron optics, theory of temporal aberrations

PACC : 4180, 4180D

^{*} Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 60171026, 60471051) and the International Cooperation Program of the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 60311120072).