第 54 卷 第 8 期 2005 年 8 月
1000-3290/2005/54(08)/3711-05

物 理 学 报
ACTA PHYSICA SINICA

Vol.54,No.8,August,2005
©2005 Chin.Phys.Soc.

以各向异性介质为衬底的共面紧凑型光子带隙结构*

林宝勤　徐利军　袁乃昌

(国防科学技术大学电子科学与工程学院,长沙　410073)

(2004 年 9 月 20 日收到;2005 年 1 月 19 日收到修改稿)

共面紧凑型光子带隙(UC-PBG)结构是一种以微带基片为载体的周期性平面结构.将介质衬底取为各向异性媒质并运用直线法进行分析,详细介绍了方法的实现过程.对不同介质参数的 UC-PBG 进行了计算,结果表明,在这些 UC-PBG 能带结构中带隙存在甚至有所展宽.

关键词:共面紧凑型光子带隙,各向异性介质,直线法

PACC:4270Q,8440

1.引　言

光子带隙结构又称光子晶体,是一种周期性结构,能有效地抑制特定频段的电磁波传播,近年来得到了广泛的研究[1—4].光子带隙概念始于光学领域,后通过缩比关系扩展到毫米波和微波波段.

在微波波段,以微带基片为载体的微带电路和天线应用极为广泛,但微带基片上常会激励起表面波,使电路元器件之间的串扰加强,天线的效率和方向图恶化.为了抑制表面波,改善微带电路和天线的性能,现已提出多种以微带基片为载体的光子带隙结构.文献[5]中提出了一种共面紧凑型光子带隙(uniplanar compact photonic band-gap,简称UC-PBG),与 Sievenpiper 等[6]所分析的高阻表面的带隙形成机理相似,都通过局域谐振以确定表面波带隙所在.高阻表面由基片一侧印制的周期性金属贴片通过短路过孔与另一侧导体底面相联而成,而 UC-PBG 没有短路过孔,只是印制的周期性金属贴片的形状要复杂些,本质是依靠金属贴片之间的耦合提供电感和电容.该结构不必打孔,加工工艺更为简单,现已应用于微带天线以及微波电路等方面[5,7,8].

在有关 UC-PBG 的文献中,UC-PBG 介质衬底均取为各向同性媒质.但有资料表明[9],很多常用的介质都具有一定的各向异性特性,为了充分考虑介质衬底的各向异性对 UC-PBG 能带结构的影响,本文将 UC-PBG 介质衬底视为单轴各向异性媒质加以分析.对于这种周期性的平面分层结构,文中引用直线法作为计算方法.该方法作为一种半解析半数值法,具有原理简单、计算量小以及数值稳定、不存在基函数的选取和相对收敛问题等优点,是分析平面分层结构的一种较为常用的方法[10,11].

2.直线法分析过程

文中所分析的 UC-PBG 结构如图 1 所示.图 1 中介质衬底上的贴片单元以及衬底底面均为理想导体面,厚度不计;介质衬底为单轴各向异性介质层,厚度为 t,其轴向为平面法线即 z 轴方向,介电参数 $\boldsymbol{\varepsilon}$ 为

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \varepsilon_0 \begin{bmatrix} \varepsilon_x & & \\ & \varepsilon_x & \\ & & \varepsilon_z \end{bmatrix}. \tag{1}$$

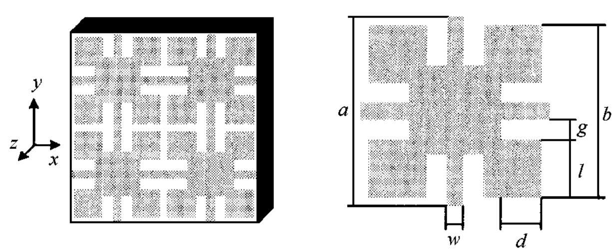

图 1　UC-PBG 结构及其单元贴片图

* 国家安全重大基础研究计划(批准号:51307)资助的课题.

对于这种无限大周期性结构,首先根据 Floquet 定理,在一给定的周期边界条件下隔离出一周期单元作为分析对象. 在单元内的介质衬底以及空气区中,全场由 z 轴方向的电位函数 ψ^{e} 以及磁位函数 ψ^{m} 表示,

$$\boldsymbol{\Pi}^{e,m} = \hat{z}\psi^{e,m}(x,y,z), \tag{2}$$

$$\boldsymbol{E}(x,y,z) = \nabla(\nabla\cdot\boldsymbol{\Pi}^{e}) + k_0^2\varepsilon_x\boldsymbol{\Pi}^{e} - \mathrm{j}\omega\mu_0\nabla\times\boldsymbol{\Pi}^{m}, \tag{3}$$

$$\boldsymbol{H}(x,y,z) = \mathrm{j}\omega\varepsilon_0\varepsilon_x\nabla\times\boldsymbol{\Pi}^{e} + \nabla(\nabla\cdot\boldsymbol{\Pi}^{m}) + k_0^2\varepsilon_x\boldsymbol{\Pi}^{m}. \tag{4}$$

位函数 ψ^{e},ψ^{m} 满足如下三维 Helmholtz 方程以及周期边界条件:

$$\frac{\partial^2\psi^{e}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\psi^{e}}{\partial y^2} + \frac{\varepsilon_z}{\varepsilon_x}\frac{\partial^2\psi^{e}}{\partial z^2} + \varepsilon_z k_0^2\psi^{e} = 0, \tag{5a}$$

$$\frac{\partial^2\psi^{m}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\psi^{m}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\psi^{m}}{\partial z^2} + \varepsilon_x k_0^2\psi^{m} = 0, \tag{5b}$$

$$\begin{aligned}\psi^{e,m}(x,y,z) &= \mathrm{e}^{-\mathrm{j}k_y a}\psi^{e,m}(z,y+a,z),\\ \psi^{e,m}(x,y,z) &= \mathrm{e}^{-\mathrm{j}k_x a}\psi^{e,m}(x+a,y,z).\end{aligned} \tag{6}$$

这里,$k_0 = \omega\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}$,在空气区中,$\varepsilon_x = \varepsilon_z = 1$. ($k_x$,$k_y$)表示一组给定周期边界条件,当 $k_x^2 + k_y^2 > k_0^2$ 时,为表面波区,k_x,k_y 都为实数值;当 $k_x^2 + k_y^2 < k_0^2$ 时,进入漏波区,此时由于功耗 k_x,k_y 成为复数,但其虚部很小,为便于计算,文中仍以实数代替.

根据直线法的基本思路,先用两套平行于 z 轴的 $N_x \times N_y$ 直线阵将单元内位函数横向离散开,其中电位与磁位线在 x 轴以及 y 轴方向均错开半个间距 $h_x/2$ 和 $h_y/2$,电位线位置为$((n-0.5)h_x, (m-0.5)h_y)$,磁位线为$(n\cdot h_x, m\cdot h_y)$. 由离散所得的位函数矩阵 $\boldsymbol{\Psi}^{e,m}$ 值,对方程(5)中关于 x,y 变量的二阶偏导数以差商近似,同时结合周期边界条件(6)式,可建立关于变量 z 的耦合常微分方程组,

$$\frac{\varepsilon_z}{\varepsilon_x}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}z^2}\boldsymbol{\Psi}^{e} - \frac{1}{h_x^2}\boldsymbol{\Psi}^{e}\boldsymbol{D}_{xx} - \frac{1}{h_y^2}\boldsymbol{D}_{yy}\boldsymbol{\Psi}^{e} + k_0^2\varepsilon_z\boldsymbol{\Psi}^{e} = 0, \tag{7a}$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}z^2}\boldsymbol{\Psi}^{m} - \frac{1}{h_x^2}\boldsymbol{\Psi}^{m}\boldsymbol{D}_{xx} - \frac{1}{h_y^2}\boldsymbol{D}_{yy}\boldsymbol{\Psi}^{m} + k_0^2\varepsilon_x\boldsymbol{\Psi}^{m} = 0, \tag{7b}$$

式中,二阶差分矩阵

$$\boldsymbol{D}_{xx} = \boldsymbol{D}_x\boldsymbol{D}_x',$$
$$\boldsymbol{D}_{yy} = \boldsymbol{D}_y'\boldsymbol{D}_y,$$

其中一阶差分矩阵 $\boldsymbol{D}_x$ 为 $N_x \times N_x$ 方阵,

$$\boldsymbol{D}_x = \begin{bmatrix} 1 & -1 & & \cdots & 0\\ 0 & 1 & \ddots & & \\ & & \ddots & \ddots & \\ & & & 1 & -1\\ -\mathrm{e}^{\mathrm{j}S} & \cdots & \cdots & 0 & 1 \end{bmatrix}. \tag{8}$$

矩阵中 $S = k_x a$;$\boldsymbol{D}_y$ 为一 $N_y \times N_y$ 方阵,与 $\boldsymbol{D}_x$ 的转置矩阵相似,只是将 S 改为 $k_y a$.

$\boldsymbol{D}_{xx}$,$\boldsymbol{D}_{yy}$ 为 Hermitian 矩阵,文献[10]中给出相应的酉矩阵 $\boldsymbol{T}_x$,$\boldsymbol{T}_y$ 分别将其对角化,

$$\begin{aligned}\boldsymbol{T}_x^{-1}\boldsymbol{D}_{xx}\boldsymbol{T}_x &= \mathrm{diag}[d_{xx}],\\ \boldsymbol{T}_y^{-1}\boldsymbol{D}_{yy}\boldsymbol{T}_y &= \mathrm{diag}[d_{yy}].\end{aligned} \tag{9}$$

同时利用酉矩阵 $\boldsymbol{T}_x$,$\boldsymbol{T}_y$ 将空域中的位矩阵 $\boldsymbol{\Psi}^{e,m}$转换到变换域 $\boldsymbol{U}^{e,m}$,

$$\boldsymbol{U}^{e,m} = \boldsymbol{T}_y^{-1}\boldsymbol{\Psi}^{e,m}\boldsymbol{T}_x. \tag{10}$$

有关位矩阵 $\boldsymbol{\Psi}^{e,m}$的耦合常微分方程组(7),在 $\boldsymbol{\Psi}^{e,m}$化为变换域 $\boldsymbol{U}^{e,m}$后可得到去耦处理,矩阵 $\boldsymbol{U}^{e,m}$ 的各元素 $U_{jk}^{e,m}$分别满足下列常微分方程:

$$\frac{\mathrm{d}^2U_{jk}^{e}}{\mathrm{d}z^2} - \frac{\varepsilon_x}{\varepsilon_z}\left(\frac{d_{xx}^{j}}{h_x^2} + \frac{d_{yy}^{k}}{h_y^2} - k_0^2\varepsilon_z\right)U_{jk}^{e} = 0, \tag{11a}$$

$$\frac{\mathrm{d}^2U_{jk}^{m}}{\mathrm{d}z^2} - \left(\frac{d_{xx}^{j}}{h_x^2} + \frac{d_{yy}^{k}}{h_y^2} - k_0^2\varepsilon_x\right)U_{jk}^{m} = 0. \tag{11b}$$

由方程(11)即可得出在介质衬底以及空气区内位函数的变换域通解.

为了利用切向场的边界条件对关于位函数的变换域通解进行定解,必须先建立起变换域中场与位之间的转换关系. 在单轴各向异性介质中,只有轴向位函数分量才能建立起独立的标量方程,因此现在所取的位函数量(z 分量)与直线法中通常所取的(切向 x 或 y 分量)不同[10]. 这样,有关切向场分量的离散方式及其与位函数矩阵之间的转换关系都得另行分析. 由方程(3),(4),可得各切向场量与轴向位函数之间的关系式

$$\begin{aligned}E_y &= \frac{\partial^2\psi^{e}}{\partial y\partial z} + \mathrm{j}w\mu\frac{\partial\psi^{m}}{\partial x},\\ E_x &= \frac{\partial^2\psi^{e}}{\partial x\partial z} - \mathrm{j}w\mu\frac{\partial\psi^{m}}{\partial y},\\ H_y &= \frac{\partial^2\psi^{m}}{\partial y\partial z} - \mathrm{j}w\varepsilon_0\varepsilon_x\frac{\partial\psi^{e}}{\partial x},\\ H_x &= \frac{\partial^2\psi^{m}}{\partial x\partial z} + \mathrm{j}w\varepsilon_0\varepsilon_x\frac{\partial\psi^{e}}{\partial y}.\end{aligned} \tag{12}$$

下面先将各个切向场量以直线阵离散开,考虑

到关系式(12)，场与位的离散点位置将不能一样，其中 E_x 与 H_y 离散点位置为 $(n\cdot h_x, (m-0.5)h_y)$，E_y 与 H_x 为 $((n-0.5)h_x, m\cdot h_y)$，由离散所得的场矩阵 $\boldsymbol{E}_{x,y}$，$\boldsymbol{H}_{x,y}$，(12)式可转化为一组矩阵方程，

$$\begin{aligned}
\boldsymbol{E}_y &= \frac{1}{h_y}(-\boldsymbol{D}'_y)\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{\Psi}^{\mathrm{e}}}{\mathrm{d}z} + \frac{\mathrm{j}w\mu}{h_x}\boldsymbol{\Psi}^{\mathrm{m}}\boldsymbol{D}_x,\\
\boldsymbol{E}_x &= \frac{1}{h_x}\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{\Psi}^{\mathrm{e}}}{\mathrm{d}z}(-\boldsymbol{D}'_x) - \frac{\mathrm{j}w\mu}{h_y}\boldsymbol{D}_y\boldsymbol{\Psi}^{\mathrm{m}},\\
\boldsymbol{H}_y &= \frac{1}{h_y}\boldsymbol{D}_y\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{\Psi}^{\mathrm{m}}}{\mathrm{d}z} - \frac{\mathrm{j}w\varepsilon_0\varepsilon_x}{h_x}\boldsymbol{\Psi}^{\mathrm{e}}(-\boldsymbol{D}'_x),\\
\boldsymbol{H}_x &= \frac{1}{h_x}\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{\Psi}^{\mathrm{m}}}{\mathrm{d}z}\boldsymbol{D}_x + \frac{\mathrm{j}w\varepsilon_0\varepsilon_x}{h_y}(-\boldsymbol{D}'_y)\boldsymbol{\Psi}^{\mathrm{e}}.
\end{aligned} \tag{13}$$

按位函数矩阵 $\boldsymbol{\Psi}^{\mathrm{e,m}}$ 转换方式，将场矩阵 $\boldsymbol{E}_{x,y}$，$\boldsymbol{H}_{x,y}$ 分别转换到变换域，

$$\begin{aligned}
\widetilde{\boldsymbol{E}}_{x,y} &= \boldsymbol{T}_y^{-1}\boldsymbol{E}_{x,y}\boldsymbol{T}_x,\\
\widetilde{\boldsymbol{H}}_{x,y} &= \boldsymbol{T}_y^{-1}\boldsymbol{H}_{x,y}\boldsymbol{T}_x.
\end{aligned} \tag{14}$$

现将变换域中所有的场以及位矩阵，都以列级联的形式转化为列向量. 由场与位函数之间的矩阵方程(13)，运用有关 Kronecker 乘积的矩阵转换关系：$\boldsymbol{AXB}\leftrightarrow\boldsymbol{B}^{\mathrm{T}}\otimes\boldsymbol{AX}_{\mathrm{V}}$（式中 $\boldsymbol{A}$，$\boldsymbol{B}$，$\boldsymbol{X}$ 为矩阵，$\boldsymbol{X}_{\mathrm{V}}$ 为 $\boldsymbol{X}$ 矩阵以列级联化成的列向量)，可建立起变换域中所得的场与位向量之间的关系矩阵，

$$\begin{bmatrix}\widetilde{\boldsymbol{E}}_{y\mathrm{V}}\\ \widetilde{\boldsymbol{E}}_{x\mathrm{V}}\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}\mathrm{j}w\mu\boldsymbol{d}_{x1}\otimes\boldsymbol{I}/h_x & \boldsymbol{I}\otimes\boldsymbol{d}_{y2}/h_y\\ -\mathrm{j}w\mu\boldsymbol{I}\otimes\boldsymbol{d}_{y1}/h_y & \boldsymbol{d}_{x2}\otimes\boldsymbol{I}/h_x\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\boldsymbol{U}_{\mathrm{V}}^{\mathrm{m}}\\ \dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{U}_{\mathrm{V}}^{\mathrm{e}}}{\mathrm{d}z}\end{bmatrix}, \tag{15}$$

$$\begin{bmatrix}\widetilde{\boldsymbol{H}}_{y\mathrm{V}}\\ \widetilde{\boldsymbol{H}}_{x\mathrm{V}}\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}\mathrm{j}w\varepsilon_0\varepsilon_x\boldsymbol{d}_{x2}\otimes\boldsymbol{I}/h_x & \boldsymbol{I}\otimes\boldsymbol{d}_{y1}/h_y\\ -\mathrm{j}w\varepsilon_0\varepsilon_x\boldsymbol{I}\otimes\boldsymbol{d}_{y2}/h_y & \boldsymbol{d}_{x1}\otimes\boldsymbol{I}/h_x\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\boldsymbol{U}_{\mathrm{V}}^{\mathrm{e}}\\ \dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{U}_{\mathrm{V}}^{\mathrm{m}}}{\mathrm{d}z}\end{bmatrix}. \tag{16}$$

式中，$\boldsymbol{d}_{x1}$，$\boldsymbol{d}_{y1}$ 和 $\boldsymbol{d}_{x2}$，$\boldsymbol{d}_{y2}$ 分别为 $\boldsymbol{D}_x$，$\boldsymbol{D}_y$ 和 $-\boldsymbol{D}'_x$，$-\boldsymbol{D}'_y$ 经酉阵 $\boldsymbol{T}_x$，$\boldsymbol{T}_y$ 正交化后所得的对角阵；$\boldsymbol{I}$ 为单元阵.

利用(11)式所得的位函数的变换域通解以及其与切向场量之间的关系矩阵(15)，(16)式，由切向场量的边界条件，可得贴片 S 上电流 $\widetilde{J}$ 与切向电场 $\widetilde{E}$ 的变换域阻抗方程，

$$\begin{bmatrix}\widetilde{\boldsymbol{E}}_{y\mathrm{V}}\\ \widetilde{\boldsymbol{E}}_{x\mathrm{V}}\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}\widetilde{\boldsymbol{Z}}_{11} & \widetilde{\boldsymbol{Z}}_{12}\\ \widetilde{\boldsymbol{Z}}_{21} & \widetilde{\boldsymbol{Z}}_{22}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\widetilde{\boldsymbol{J}}_{x\mathrm{V}}\\ \widetilde{\boldsymbol{J}}_{y\mathrm{V}}\end{bmatrix}. \tag{17}$$

将方程(17)反变换到空域后，由于空域中电流仅在贴片上，而贴片上切向电场值为零，因此对所得的空域方程进行简化整理，最后可得一齐次方程，

$$\boldsymbol{ZJ} = 0. \tag{18}$$

根据齐次方程(18)存在非零解的条件 $\det[Z]=0$，可建立一非线性方程，对其寻根求解可求得在给定的周期边界 (k_x, k_y) 下的所对应的本征频率. 这样，通过对简约布里渊边界上不同 (k_x, k_y) 的抽值求解，我们可得出 UC-PBG 的能带图，在图中即可标出带隙所在.

3. 计算结果

本文以文献[8]中所分析的一种 UC-PBG 结构作为分析对象，其相应的结构参数为 $a=3.05$ mm，$b=2.79$ mm，$l=0.76$ mm，$w=0.25$ mm，$g=0.51$ mm，$d=0.70$ mm；介质衬底厚度 $t=0.64$ mm. 先定义介电参数 $\boldsymbol{\varepsilon}$ 的轴向分量与横向分量之比为 $n=\varepsilon_z/\varepsilon_x$，现取横向分量 $\varepsilon_x=10.2$.

图 2 为计算所得的 UC-PBG 简约布里渊区内的能带图. 图 2(a)的 $n=1$，即以 $\varepsilon_{\mathrm{r}}=10.2$ 的各向同性介质为衬底时所得的计算结果，从图中可以看出，在 11.1—13.4 和 18.1—22.3 GHz 频段存在带隙，两带隙的相对带宽均为 20% 左右. 这与文献[8]中时域有限差分法的计算结果以及实验数据基本相同，基本上证实了文中直线法的正确性.

图 2(b)，(c)，(d)分别是 $n=0.5$，1.5，2.0，介质层由负单轴化为正单轴介质时计算所得 UC-PBG 能带图. 图中数据表明：当介质衬底改设为单轴各向异性媒质后，UC-PBG 的色散关系中带隙依然存在，当 n 值由小变大，介质层由负单轴化为正单轴时，带隙位置将逐渐偏低. 第一带隙位置分别为 13.4—16.6，9.7—11.8 和 8.7—10.4 GHz 频段，相对带宽基本上保持在 20% 左右；而第二带隙位置分别为 24.0—27.5，14.8—19.4 和 13.0—17.6 GHz 频段，相对带宽却有了明显的增宽，当 $n=2$ 时，相对带宽已达 30%.

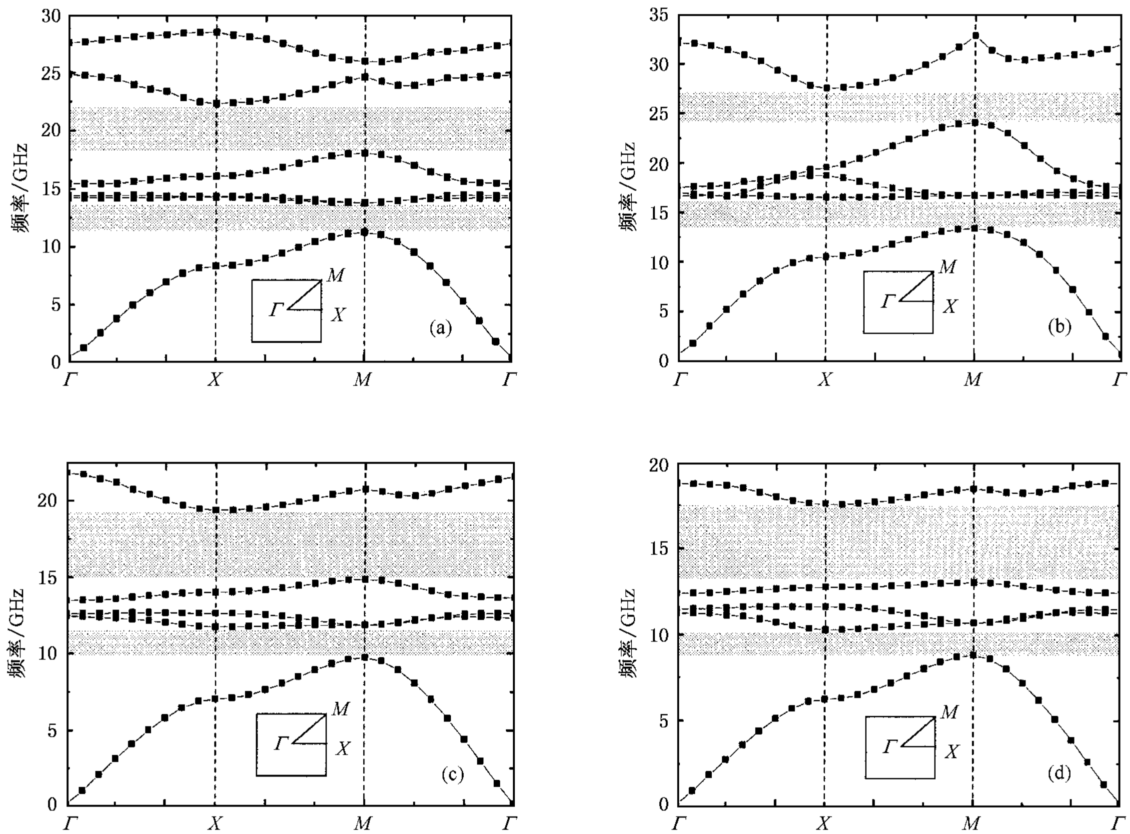

图 2 UC-PBG 能带图 介质衬底 :(a)各向同性介质($n=1$,$\varepsilon_r=10.2$);(b)负单轴介质($n=0.5$,$\varepsilon_r=[10.2,10.2,5.1]$);(c)正单轴介质($n=1.5$,$\varepsilon_r=[10.2,10.2,15.3]$);(d)正单轴介质($n=2$,$\varepsilon_r=[10.2,10.2,20.4]$)

4. 结 论

分析与计算表明,直线法是分析 UC-PBG 的一种有效的数值方法. 当 UC-PBG 介质衬底设为单轴各向异性媒质时,对直线法的常用分析过程作出适当的更改,仍能进行有效分析. 另外,计算结果还表明,对以各向异性介质为衬底的 UC-PBG,当介质由负单轴化为正单轴时,带隙位置将逐渐偏低,同时第二带隙的相对带宽将有明显增宽.

[1] Yablonovitch E 1993 *J. Opt. Soc. Am.* **10** 283
[2] Wang H, Li Y P 2001 *Acta Phys. Sin.* **50** 2172 (in Chinese) [王辉、李永平 2001 物理学报 **50** 2172]
[3] Chou G X, Lin F L, Li Y P 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 600 (in Chinese) [仇高新、林芳蕾、李永平 2003 物理学报 **52** 600]
[4] Liu N H 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 1418 (in Chinese) [刘念华 2003 物理学报 **52** 1418]
[5] Yang F R, Ma P K, Itoh T 1999 *IEEE Trans. Microwave Theor. Technol.* **47** 1509
[6] Sievenpiper D, Zhang L, Yablonovitch E 1999 *IEEE Trans. Microwave Theor. Technol.* **47** 2059
[7] Yang F R, Ma P K, Itoh T 1999 *IEEE Trans. Microwave Theor. Technol.* **47** 2092
[8] Coccioli R, Yang F R, Itoh T 1999 *IEEE Trans. Microwave Theor. Technol.* **47** 2123
[9] Alexopoulos N G 1985 *IEEE Trans. Microwave Theor. Technol.* **33** 847
[10] Worm S B, Pregla R 1984 *IEEE Trans. Microwave Theor. Technol.* **32** 191
[11] Pregla R, Pascher W 1989 *Numerical Techniques for Microwave and Millimeter-Wave Passive Structures* (New York: Wliley)

Uniplanar compact photonic band-gap on uniaxial anisotropic substrate*

Lin Bao-Qin Xu Li-Jun Yuan Nai-Chang

(*Institute of Electronic Science and Engineering*, *National University of Defense Technology*, *Changsha* 410073, *China*)

(Received 20 September 2004; revised manuscript received 19 January 2005)

Abstract

The uniplanar compact photonic-bandgap (UC-PBG) is a periodic planar layered structure which is constructed in the microstrip structures. In this paper, the substrate is regarded as an uniaxial anisotropic medium, and the UC-PBG is analyzed using the method of lines (MoL). The process of MoL is described in detail, some UC-PBGs with different dielectric parameters are computed. It is shown that the complete band gaps or even larger ones appear in dispersion diagram of those UC-PBGs.

Keywords: uniplanar compact photonic band-gap, anisotropic material, method of line

PACC: 4270Q, 8440

* Project supported by the Major Program for Basic Research of National Security, China (Grant No. 51307).