

# $\mu^-$ 子催化核聚变中强脉冲激光对 介原子 $\mu^3\text{He}$ 的电离\*

石春花<sup>1)†</sup> 邱锡钧<sup>1)‡</sup> 安伟科<sup>1)§</sup> 李儒新<sup>2)</sup>

<sup>1)</sup> 上海大学理学院物理系, 上海 200436)

<sup>2)</sup> 中国科学院上海光学精密机械研究所, 上海 201800)

<sup>3)</sup> 湖南理工学院物理系, 岳阳 414000)

(2004 年 10 月 29 日收到, 2005 年 1 月 14 日收到修改稿)

数值求解了一维含时的 Schrödinger 方程, 研究了  $\mu^-$  子催化核聚变反应中激光强度和波长对介原子  $\mu^3\text{He}$  电离的影响. 发现当激光强度为  $10^{19}$ — $10^{23}$  W/cm<sup>2</sup> 量级时, 介原子  $\mu^3\text{He}$  有 2.7% 左右的电离率; 当激光强度达到  $6.0 \times 10^{24}$  W/cm<sup>2</sup> 时, 对介原子  $\mu^3\text{He}$  有显著的电离, 并且电离率随着激光的强度、波长而递增, 进而会有效提高  $\mu^-$  子的催化效率.

关键词:  $\mu^-$  子, 核聚变, 激光, 电离

PACC: 1460E, 2588, 3280

## 1. 引 言

带负电的  $\mu^-$  子(文中不特殊说明所有的  $\mu^-$  子均带负电)催化冷核聚变的想法在 1947 年就被提出<sup>[1]</sup>. 从 1957 年 Alvarez<sup>[2]</sup>第一次在液氢泡室实验中观察到内核聚变反应现象以来, 人们就开始考虑借助  $\mu^-$  子催化核聚变反应产生能源的可能性, 至今, 国外已经有了不少关于  $\mu^-$  子催化聚变的报道, 但是离实现可增益的  $\mu^-$  子催化聚变的目标仍然有很远的距离. 追其原因有很多, 其中最大的困难之一就是如何使  $\mu^-$  子在其寿命周期( $\tau \sim 2.2 \times 10^{-6}$  s)内尽量多次参与催化反应. 目前, 实验上已实现了一个  $\mu^-$  子可以催化约 150 次聚变<sup>[3]</sup>. 尽管如此,  $\mu^-$  子催化核聚变的效率与利用  $\mu^-$  子催化冷核聚变生产商品能源的实际应用还很远, 而导致  $\mu^-$  子催化不能多次进行的主要因素是催化聚变中的反应物  $^3\text{He}$  粒子对  $\mu^-$  子的粘附作用, 阻止  $\mu^-$  子进行下一次催化.

大家知道,  $\mu^-$  子催化 d-d 反应中会出现两种可能的过程:  $\mu^- + d + d \rightarrow dd\mu^- \rightarrow \begin{cases} ^3\text{He} + n + \mu^- \\ t + p + \mu^- \end{cases}$ , 反应后并

不是所有的  $\mu^-$  子都被自由的释放出来去催化下一轮的反应, 由于  $^3\text{He}$ , t, p 等和 d 的束缚能级能量不同, 将有一部分  $\mu^-$  子被束缚(粘附)在反应物上, 不能全部参加下一轮的反应, 但是对于第二个反应过程而言,  $\mu^-$  子将主要粘附在 t 上, 形成  $t\mu^-$ , 而反应  $t\mu^- + d \rightarrow dt\mu^-$  从各个方面的表现均比 d-d 反应优越得多<sup>[4-6]</sup>, 所以它的粘附过程不足忧虑. 而在第一个反应过程中,  $\mu^-$  子粘附在反应产物  $^3\text{He}$  上, 失去了再次催化的能力, 即  $^3\text{He} + n + \mu^- \rightarrow \mu^3\text{He} + n$ . 当然, 被  $^3\text{He}$  核所俘获的  $\mu^-$  子摆脱束缚再生的机会是存在的, 在外力的作用下, 其再生反应为  $\mu^3\text{He} \rightarrow ^3\text{He} + \mu^-$ , 因此如何使  $\mu^-$  子再生已成为 d-d 反应中的一个重要的问题.

20 世纪 80 年代后期啁啾脉冲放大技术的发展带来了激光技术的突破性进展, 使人们所能获得的激光强度一下提高了 5—6 个量级. 90 年代后期, 美国劳伦兹·利弗莫尔国家实验室已经建成输出功率为 1.5 PW 的高功率激光系统, 它的聚焦辐射强度可以达到  $10^{21}$  W/cm<sup>2</sup><sup>[7-10]</sup>. 2001 年, 该实验室宣称其激光器强度已达  $10^{22}$  W/cm<sup>2</sup><sup>[11]</sup>. 2002 年, 他们发现把光学参量啁啾脉冲放大(OPCPA)<sup>[12]</sup>技术结合激光放大器<sup>[13, 14]</sup>光学适应性镜片系统以及时域声光调变器

\* 国家自然科学基金(批准号:19974058)资助的课题.

† E-mail: shi-chunhua@163.com

‡ E-mail: xjqiu@mail.shu.edu.cn

等最先进科技,激光脉冲可以达到更高的能量,更小的聚焦光点,更短的脉冲时宽,将其聚焦之后的极值强度推进到  $10^{23} \text{ W/cm}^2$  [15]. 我们相信随着时间的推移,用不了多久更高聚焦强度的激光就会问世.

强激光束对原子、分子的电离和高离化态离子的产生都是有重大意义的 [16]. 当激光场强接近原子单位场强时,出现了许多新的非线性的物理现象,如气体原子与强激光相互作用中产生的高次谐波 [17, 18]、阈上电离 (ATI) [19] 以及原子的稳定化 [20, 21] 等现象. 经过十多年的研究,理论和试验上都取得了极为重要的进展 [22, 23]. 尽管如此,我们尚未见到关于强激光场与介原子  $\mu^3\text{He}$  相互作用研究的报道. 本文提出了在  $\mu$  子催化核聚变中利用超强的激光场把粘附在反应物  $^3\text{He}$  上的  $\mu$  子电离出来的方案,试图使  $\mu$  子“复活”,参加下一轮反应,重新催化核聚变,进而提高催化效率.

## 2. 理论模型

一般来说,三维含时 Schrödinger 方程是最符合实际情况的,它不仅可以研究线偏振光对分子离子的增强电离作用,还可以研究圆偏振光和椭圆偏振光的增强电离作用. 但是,一方面,要对三维含时

$$f(t) = \begin{cases} \sin^2\left(\frac{\pi t}{2T_{\text{on}}}\right), & 0 \leq t \leq T_{\text{on}}, \\ 1, & T_{\text{on}} \leq t \leq T_{\text{c}} + T_{\text{on}}, \\ \cos^2\left(\frac{\pi(t - T_{\text{on}} - T_{\text{c}})}{2T_{\text{off}}}\right), & T_{\text{on}} + T_{\text{c}} \leq t \leq T_{\text{on}} + T_{\text{c}} + T_{\text{off}}, \end{cases} \quad (3)$$

其中,  $T_{\text{on}} = T_{\text{off}} = 2.5$  倍的光波周期,分别是脉冲激光波的上升时间和下降时间,  $T_{\text{c}} = 5$  倍的光波周期,是激光脉冲的常幅值段. 采用带电粒子与光场相互作用的偶极近似,激光场中的一维含时 Schrödinger 方程可以写为

$$i \frac{\partial \psi(x, t)}{\partial t} = \left( -\frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + V(x) + xE(t) \right) \psi(x, t). \quad (4)$$

## 3. 数值计算

我们把定态波函数  $\psi(x)$  的基态  $\psi_0(x)$  作为求解方程 (4) 的初始波函数,利用短时指数传播子对称

Schrödinger 方程进行数值求解是很麻烦的,必须在大型的计算机上才可以实现;另一方面,在 1995 年, Corkum 研究组 [24, 25] 对一维、二维和三维的  $\text{H}_2^+$  离子分别进行了数值模拟,发现三种模型中,增强电离现象出现的范围均在原子核间距为  $3a.u.$  ( $a.u.$  是原子单位,  $m = e = \hbar = 1$ , 其中  $m$  为电子的质量) 附近处,且电离概率值也几乎相同,这就意味着采用分子模型的维数对增强电离的影响很小. 实际上,相对于三种不同的维数来说,真正对增强电离有影响的是激光的偏振方向. 故本文考虑一维模型,依然采用了原子单位,但此时的  $m$  是  $\mu$  子的约化质量,大小为  $m = 199.24m_e$ . 其一维定态 Schrödinger 方程可以表示为

$$\left( -\frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + V(x) \right) \psi(x) = \epsilon \psi(x), \quad (1)$$

其中,势函数  $V(x)$  采用软核模型 [26], 具体表达式为  $V(x) = \frac{-b}{\sqrt{a+x^2}}$ . 其中  $a$  和  $b$  分别为大于零的可调参数. 数值求解方程 (1), 便可以得到束缚  $\mu$  子的定态波函数  $\psi(x)$ . 在此基础上,引入线偏振激光场

$$E(t) = E(t)e = f(t) \cdot E_0 \cos(\omega t)e, \quad (2)$$

式中,  $E_0$  为激光电场强度幅值,  $\omega$  为激光频率,  $f(t)$  为激光脉冲时间的包络因子,其具体形式为 [27]

分割法 [28, 29] 及数值迭代方法对其进行作用,可以求得含时 Schrödinger 方程 (4) 的解,其具体形式为

$$\begin{aligned} & \psi(x, t + \Delta t) \\ &= \exp\left(i\Delta t \frac{1}{4} \frac{\partial^2}{\partial x^2}\right) \exp(-i\Delta t (V(x) \\ &+ xE(t))) \exp\left(i\Delta t \frac{1}{4} \frac{\partial^2}{\partial x^2}\right) \psi(x, t) \\ &+ o(\Delta t)^3, \end{aligned} \quad (5)$$

式中,  $\Delta t$  是时间步长,  $o(\Delta t)^3$  是误差项,为了计算的方便,用快速傅里叶变换 (FFT) [30] 和逆变换 (FFT<sup>-1</sup>) 将 (5) 式中得到的波函数进行空间变换,得

$$\begin{aligned} \psi(x_n, t_{m+1}) &= \text{FFT}^{-1} \left\{ e^{-ip_j^2 \Delta t/4} \left[ \text{FFT} \left\{ e^{-i\Delta t (V(x) + xE(x))} \right. \right. \right. \\ &\left. \left. \left. \times \text{FFT}^{-1} \left[ e^{-ip_j^2 \Delta t/4} \text{FFT}(\psi(x_n, t_m)) \right] \right\} \right] \right\}. \end{aligned}$$

根据快速傅里叶变换的要求  $N = 2^n$ , 我们取  $n = 15$ , 即空间点  $N = 32768$ ,  $\Delta x = 0.1$ . 为了使计算范围内的波函数归一化, 选取  $|x_{\max}| = 819.2$ , 波函数的扩展空间为  $|x| \leq x_{\max}$ . 当波函数接近边界时, 为了

$$f(x) = \begin{cases} \cos^{1/8}(\pi(-\text{widt}x - x))\mathcal{X}_{x_{\max} - \text{widt}x}, & -x_{\max} \leq x \leq -\text{widt}x, \\ 1, & -\text{widt}x < x < \text{widt}x, \\ \cos^{1/8}(\pi(x - \text{widt}x))\mathcal{X}_{x_{\max} - \text{widt}x}, & \text{widt}x \leq x \leq x_{\max}, \end{cases}$$

其中, 取  $|\text{widt}x| = 800$ , 而  $-|\text{widt}x| \leq x \leq |\text{widt}x|$  是光与介原子  $\mu^3\text{He}$  的相互作用区.

## 4. 计算结果与讨论

### 4.1. 计算结果

首先, 我们计算了当激光强度  $I$  为  $10^{19} - 10^{23} \text{ W/cm}^2$  量级,  $\lambda$  分别为  $820 \text{ nm}$ ,  $780 \text{ nm}$ ,  $390 \text{ nm}$  时, 介原子  $\mu^3\text{He}$  的电离率. 从计算结果得知, 激光强度在不大于  $10^{24} \text{ W/cm}^2$  量级时,  $\mu^3\text{He}$  电离率非常小, 且变化不大 ( $\lambda = 820 \text{ nm}$  时, 电离率为  $2.7\%$  左右,  $\lambda = 390 \text{ nm}$  和  $\lambda = 780 \text{ nm}$  时, 电离率接近为  $0$ ). 图 1 表示激光强度在  $10^{19} - 10^{23} \text{ W/cm}^2$  量级时, 介原子  $\mu^3\text{He}$  的电离率.

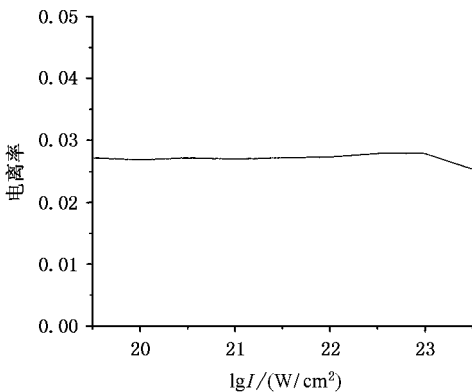


图 1  $\lambda = 820 \text{ nm}$ , 激光强度为  $10^{19} - 10^{23} \text{ W/cm}^2$  量级时介原子  $\mu^3\text{He}$  的电离率 ( $\lambda = 390 \text{ nm}$ ,  $\lambda = 780 \text{ nm}$  的电离曲线基本上与横坐标轴重合, 横坐标表示激光强度值的对数)

接着, 我们计算了  $I$  为  $10^{24} - 10^{25} \text{ W/cm}^2$  量级时, 三种波长下介原子  $\mu^3\text{He}$  的电离率, 如图 2 所示. 从图中可以看出, 当激光强度达到  $3.0 \times 10^{24} \text{ W/cm}^2$  时, 电离曲线变得陡峭, 电离率开始增大; 当激

避免波函数在数值网格边界上的反射, 我们采用  $\cos^{1/8}\theta$  的模糊函数<sup>[31]</sup>来吸收接近边界处的波函数, 考虑到被吸收的波函数已经远离核, 我们可以用来表征  $\mu$  子已电离. 吸收函数具体表达式为

光强度到达了  $6.0 \times 10^{24} \text{ W/cm}^2$  之后, 出现了明显的电离现象; 但是, 当激光强度到达  $1.6 \times 10^{25} \text{ W/cm}^2$  时, 电离曲线变得平缓, 电离率开始趋于饱和.

另外, 我们从图中还发现了电离率与波长也有一定的联系, 即在一定的激光强度下, 随着激光波长的增大, 电离率也随着增大.

### 4.2. 讨论

我们可以用电子的准静电场电离模型来定性解释  $\mu$  子电离的现象: 当激光场频率较低时, 激光场强被近似看作静电场, 处于激光场中的  $\mu^3\text{He}$ , 其库仑势能曲线被激光电场调制而发生畸变, 即  $\mu^3\text{He}$  中的库仑电场与激光电场在其偏振方向叠加而形成了一个合成势垒. 随着激光强度的增大, 势垒的高度被压低, 宽度变窄, 使得  $\mu$  子有一定的概率贯穿而成为自由  $\mu$  子. 于是出现电离增强现象; 当激光电场增大到某个临界值后,  $\mu$  子就能够直接越过势垒而成为自由粒子, 这一过程称为过势垒电离, 或越垒电离. 相应于此临界值的激光场强表示为  $I_{th} = 4 \times 10^9 U_i^4 / Z^2$ ,  $U_i$  是粒子的电离能, 利用这公式, 可以估算出  $\mu^3\text{He}$  越垒电离阈值  $I_{th} = 1.46 \times 10^{25} \text{ W/cm}^2$ , 与我们数值计算结果基本符合. 一方面说明激光强度在  $I > I_{th}$ , 介原子  $\mu^3\text{He}$  出现了明显的电离, 且随着激光强度的增大而缓慢增大, 并趋于饱和; 另一方面由于量子隧穿效应的作用, 即使激光强度在  $10^{19} - 10^{24} \text{ W/cm}^2$  量级时, 也出现了电离现象, 仍然使  $\mu$  子的电离成为可能.

此外, 在强激光场中, 带电粒子要受到电场的有质动力势

$$U_p = \frac{1}{2} m_\mu \langle \dot{x}^2 \rangle = \frac{e^2 E_0^2}{4m_\mu \omega^2} = (27.45) \frac{e^2 I}{4m_\mu \omega^2} \quad (6)$$

的影响<sup>[32]</sup>, 根据强场感生的原子极化原理, 原子中

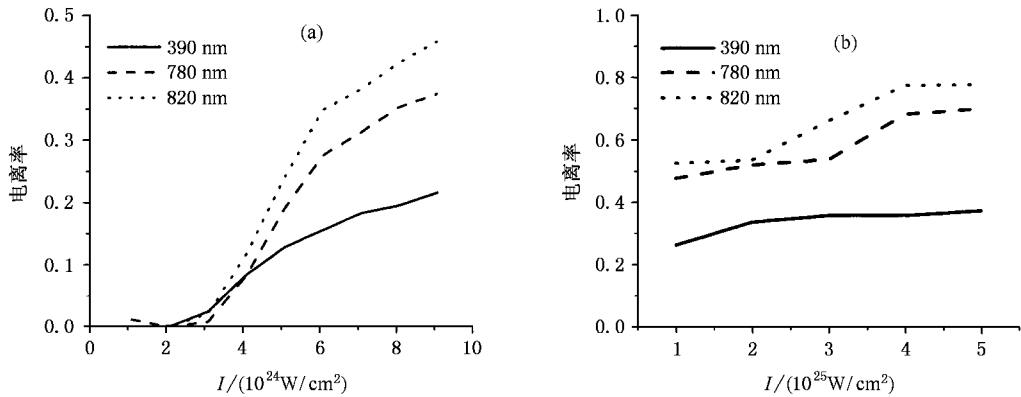


图2 介原子  $\mu^3\text{He}$  的电离率随激光强度和波长的变化

所有的能级都会有某种程度的移动,这就是 AC Stark 移动或者质动力移动.而实际上它们的能级移动就是由  $U_p$  给出的<sup>[33]</sup>.也就是说,当激光介入时,介原子  $\mu^3\text{He}$  的激发态相对于较低的束缚态能级有一个近似为  $U_p$  的上移.从(6)式中,可知  $U_p \propto \lambda^2$ ,即波长较长的激光作用于介原子  $\mu^3\text{He}$  相应地导致了介原子  $\mu^3\text{He}$  的电离率增加.且根据(3)式,由于我们的激光脉冲宽度采用  $T = T_{\text{on}} + T_{\text{off}} + T_c = 10$  倍光波周期,波长越长,即激光作用时间越长,电离率也就越大.这说明在电离值饱和之前,介原子的电离率随着激光作用时间的增加而增加.

最后,我们指出,当激光强度在  $10^{19} - 10^{23} \text{ W/cm}^2$ ,人们可以利用时间间隔为皮秒<sup>[34]</sup>量级的一系列脉冲激光串相继作用于介原子  $\mu^3\text{He}$ ,其累积的合成

效应将使介原子的电离率随脉冲数的增加而增加.

## 5. 结 论

本文提出了用强激光场电离介原子  $\mu^3\text{He}$  的方法,想以此来使粘附的  $\mu$  子复活,提高  $\mu$  子的催化效率.从数值计算结果发现,采用单个激光脉冲作用时,激光强度在  $10^{19} \text{ W/cm}^2$  量级时,就有 2.7% 左右的电离率,当激光强度达到  $6.0 \times 10^{24} \text{ W/cm}^2$  时,  $\mu$  子有明显的电离概率.研究表明介原子  $\mu^3\text{He}$  电离率随着激光强度、波长和作用时间而递增.此外,若采用脉冲激光串相继作用于介原子  $\mu^3\text{He}$  上,则人们利用现有激光技术就有可能实现介原子  $\mu^3\text{He}$  的充分电离.

- [1] Frank F C 1947 *Nature* **160** 525
- [2] Alvarez L W, Bradner H, Crawford F S *et al* 1957 *Phys. Rev.* **105** 1127
- [3] He J T 2003 *Physics* **18** 461 (in Chinese) 何景棠 2003 物理 **18** 461
- [4] Krivec R 1995 *Phys. Rev. A* **52** 221
- [5] Hu C Y 1986 *Phys. Rev. A* **34** 2536
- [6] Kenji Fukushima and Fumikazu Iseki 1988 *Phys. Rev. B* **38** 3028
- [7] Davies B L 1992 *Sov. J. Quantum Electron* **22** 2899
- [8] Perry M D and Mourou G 1994 *Science* **264** 9170
- [9] Joshi C and Corkum P 1995 *Phys. Today* **1** 361
- [10] Mourou G, Barty, Christopher P J *et al* 1998 *Phys. Today* **1** 22
- [11] *Applied Ion Beam Physics Laboratory Annual Report* 2001 2
- [12] Dubeis A 1992 *Opt. Commun* **88** 437
- [13] Shvets G, Fisch N J, Pukhov *et al* 1998 *Phys. Rev. Lett.* **81** 4879
- [14] Malkin V M, Shvets G and Fisch N J 2000 *Phys. Rev. Lett.* **84** 1208
- [15] Verluise F, Laud V, Cheng Z *et al* 2002 *Opt. Lett.* **25** 575
- [16] Shen Y. R. 1984 *The Principle of Nonlinear Optics* (wiley New York)
- [17] Krut P, Kimman J, Muller H G *et al* 1983 *Phys. Rev. A* **28** 248
- [18] Parker J and Stroud C R 1989 *Phys. Rev. A* **40** 5651
- [19] Agostini P, Fabre F, Mainfray G *et al* 1979 *Phys. Rev. Lett.* **42** 1127
- [20] Su Q, Eberly J H and Javanainen J 1990 *Phys. Rev. Lett.* **64** 862
- [21] Latinne O, Joachain C J and Doerr M 1994 *Euro. Phys. Lett.* **26** 333
- [22] Ling K and Frasiniski L J 1993 *J. Phys. B* **26** 783
- [23] Giusti, Suzor A, Mies F H *et al* 1995 *J. Phys. B* **28** 309
- [24] Zuo T and Bandrauk A D 1995 *Phys. Rev. A* **52** R2511
- [25] Seideman T, Tvanov M and Corkum P B 1995 *Phys. Rev. Lett.* **75** 2819

- [ 26 ] Javanainen J , Eberly J H and Su Q 1988 *Phys. Rev. A* **38** 3430 4998
- [ 27 ] Hermann M R and Jr Fleck J A 1988 *Phys. Rev. A* **38** 6000 [ 32 ] Bucksbaum P H ,Freeman R R ,Bashkansky M *et al* 1987 *J. Opt. Soc. Am. B* **4** 760
- [ 28 ] Feit M D , Jr Fleck J A and Steiger A 1982 *J. Comput. Phys.* **47** 412 [ 33 ] Muller H G ,Tip A and van der Wiel M J 1983 *J. Phys. B* **16** L679
- [ 29 ] Su Q , Irving B P and Johnson C W 1996 *J. Phys. B* **29** 5755 [ 34 ] Neil G R and Carr G L 2003 *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research A* **507** 537
- [ 30 ] Heather R W and Frederick H M 1991 *Phys. Rev. A* **44** 7560
- [ 31 ] Krause J L , Schafer K L and Kulander K C 1992 *Phys. Rev. A* **45**

## Influence of intense pulse laser on penetron-atomic ionization in muon-catalysed fusion<sup>\*</sup>

Shi Chun-Hua<sup>1)†</sup> Qiu Xi-Jun<sup>1)‡</sup> An Wei-Ke<sup>1)‡</sup> Li Ru-Xin<sup>2)</sup>

<sup>1)</sup>*Department of Physics , Shanghai University , Shanghai 200436 ,China )*

<sup>2)</sup>*Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics , Chinese Academy of Sciences , Shanghai 201800 ,China )*

<sup>3)</sup>*Department of Physics , Hunan Institute of Science and Technology , Yueyang 414000 ,China )*

( Received 29 October 2004 ; revised manuscript received 14 January 2005 )

### Abstract

In this paper , the one-dimensional time-dependent Schrödinger equation is numerically solved ; in muon-catalysed fusion , the influence of different laser intensities and wavelengths on the  $\mu^3\text{He}$  ionization is studied. Results show that the ionization probability is about 2.7 percent when the magnitude of laser intensity is from  $10^{19}$  to  $10^{23}$  W/cm<sup>2</sup> , and can increase obviously when the laser intensity reaches  $3.0 \times 10^{24}$  W/cm<sup>2</sup> . Furthermore , the ionization probability increases with the laser intensity and wavelength , that is , to enhance the efficiency of the muon-catalysed fusion.

**Keywords** : muon , fusion , laser , ionization

**PACC** : 1460E , 2588 , 3280

<sup>\*</sup> Project supported by the National Natural Science Foundation of China ( Grant No. 19974058 ).

<sup>†</sup>E-mail : shi-chunhua@163.com

<sup>‡</sup>E-mail : xjqiu@mail.shu.edu.cn