

# 高斯束谐振系统对引力波频率 和方向的选择效应<sup>\*</sup>

石东平<sup>1)†</sup> 李芳昱<sup>2)</sup> 张 义<sup>3)</sup>

1) 重庆文理学院 物理与信息工程系 重庆 402168)

2) 重庆大学理论物理研究所 重庆 400044)

3) 成都市新都区委组织部 成都 610500)

(2006 年 2 月 21 日收到 2006 年 3 月 4 日收到修改稿)

高斯束谐振系统为早期宇宙遗留的随机高频引力波的探测开启了一个非常重要的窗口. 计算结果表明, 当入射引力波频率和高斯束不同时, 高斯束谐振系统产生的一阶扰动光子流没有观测效应; 当入射引力波的传播方向与高斯束对称轴的正方向不同时, 高斯束谐振系统产生的一阶扰动光子流将降低几个数量级, 即高斯束谐振系统只对沿某一特定方向传播的高频遗迹引力波产生有效的响应. 因此, 高斯束谐振系统对高频遗迹引力波的频率和传播方向具有良好的选择效应.

关键词: 高斯束谐振系统, 高频遗迹引力波, 一阶扰动光子流, 频率选择效应, 方向选择效应

PACC: 0430, 0440, 0480

## 1. 引 言

遗迹引力波对于了解早期宇宙是一种非常重要的信息源. 与普通膨胀宇宙模型相比较, 精质暴胀宇宙模型 QIM (quintessential inflationary models) 预言, 遗迹引力波信号在约  $10^9$ — $10^{11}$  Hz 频段具有一个对数能谱的峰值区<sup>[1-3]</sup>. 高斯束谐振方案可望探测该频段的引力波<sup>[4]</sup>, 该方案通过测量特定方向(该方向上的背景电磁能流为零)上的一阶扰动电磁能流(一阶扰动光子流)来探测引力波的效应. 这是一个理论上构思精巧且实验前景看好的探测方案. 但是, 与高斯束频率不同的引力波是否会在谐振探测系统中产生观测效应, 沿其他方向(即非对称轴的正方向)传播的引力波是否会在谐振系统中产生观测效应是一个值得深入讨论的问题. 本文将证明, 高斯束谐振系统对同频率的高频遗迹引力波具有良好的同步谐振性, 可以实现对引力波频率的过滤; 同时还可证明, 高斯束谐振系统只对某一特定方向传播的遗迹引力波产生有效的响应, 从而可以实现对引力波传播方向的过滤. 换句话说, 如果入射引力波的频率与高斯

束不同, 或者引力波不在特定方向上传播, 高斯束谐振系统所产生的一阶扰动光子流都没有观测效应, 即高斯束谐振系统对引力波的频率和方向具有非常强的“筛选”功能.

## 2. 高斯束谐振方案

针对频率在约  $10^9$ — $10^{11}$  Hz 范围内的高频引力波, 文献 [4] 提出了一个很有前景的电磁显示方案即高斯束谐振方案. 该方案的主要物理思想是: 根据弯曲时空中的电动力学, 引力波和电磁场相互作用时将产生扰动电磁场. 在一个特定的电磁系统中, 静磁场和高斯束构成一个引力波的电磁谐振系统. 如果高斯束的对称轴沿着  $z$  轴正方向(图 1), 静磁场沿  $y$  轴分布于一定的空间区域, 入射高频引力波 HFGW (high Frequency gravitational waves) 沿着高斯束对称轴( $z$  轴正方向)传播, 引力波和静磁场  $\hat{B}_y^{(0)}$  的相互作用所产生的一阶扰动电场和磁场, 可以和高斯束同步谐振. 如果高斯束和引力波同频率的话, 将产生一阶扰动光子流. 进一步的分析发现, 对于单极化态的高斯束(即本文讨论的高斯束), 沿着高斯束的电

<sup>\*</sup> 国家重点基础研究发展计划(批准号: 2003CB716300), 国家自然科学基金(批准号: 310575140), 重庆市教育委员会科学技术研究项目(批准号: KJ051202)和重庆市自然科学基金(批准号: 8562)资助的课题.

<sup>†</sup> E-mail: shi\_dp@263.net

场方向,即  $x$  轴,只有一阶扰动光子流,没有背景光子流(高斯束的能流).该扰动光子流完全是由于引力波的作用而产生的,因而这种扰动光子流将是引力波的直接物理效应.

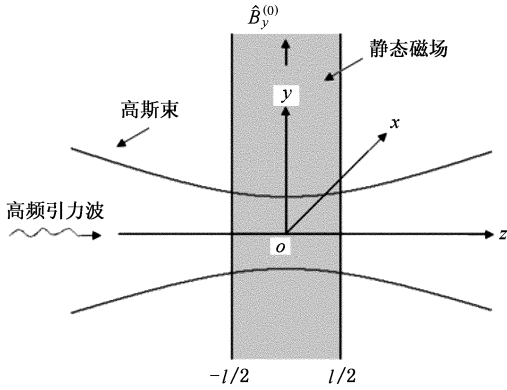


图 1 高斯束对引力波的同步谐振

在图 1 中,高斯束的对称轴沿着  $z$  轴正方向,其外轮廓关于  $z$  轴对称.高频引力波沿  $z$  轴正方向传播.静磁场  $\hat{B}_y^{(0)}$  分布于一定的区域  $-l/2 \leq z \leq l/2$ .高斯束的普遍形式为<sup>[5]</sup>

$$\begin{aligned} \psi = & \frac{\psi_0}{\sqrt{1+(z/f)^2}} \exp\left(-\frac{r^2}{W^2}\right) \\ & \times \exp\left\{i\left[(k_e z - \omega_e t) - \tan^{-1} \frac{z}{f} \right. \right. \\ & \left. \left. + \frac{k_e r^2}{2R} + \delta\right]\right\}, \quad (1) \end{aligned}$$

这里  $r^2 = x^2 + y^2$ ,  $k_e = \frac{2\pi}{\lambda_e}$ ,  $f = \frac{\pi W_0^2}{\lambda_e}$ ,  $R = z + f^2/z$ ,

$W = W_0 \sqrt{1+(z/f)^2}$ ,  $\psi_0$  是高斯束电场分量或者磁场分量的最大振幅,即  $z=0$  点处的振幅,  $W_0$  是高斯束光腰半径,即  $z=0$  点处的半径,  $\omega_e$  是高斯束的角频率,  $\delta$  是任意的位相因子.对于单极化的高斯束,取  $\tilde{E}_x^{(0)} = \psi$ ,  $E_y^{(0)} = E_z^{(0)} = 0$ ,高斯束的磁场分量为

$$\tilde{B}_y^{(0)} = -\frac{i}{\omega_e} \frac{\partial \psi}{\partial z}, \tilde{B}_z^{(0)} = \frac{i}{\omega_e} \frac{\partial \psi}{\partial y}.$$

静磁场分布于特定的空间区域:

$$B^{(0)} = \hat{B}^{(0)} = \begin{cases} \hat{B}_y^{(0)} & (-l/2 \leq z \leq l/2), \\ 0 & (z < -l/2, z > l/2). \end{cases} \quad (2)$$

圆形极化的引力波可表达为

$$\begin{aligned} h_{xx} = -h_{yy} = h_{\oplus} &= A \exp[i(k_g z - \omega_g t)], \\ h_{xy} = h_{yx} = h_{\otimes} &= iA \exp[i(k_g z - \omega_g t)], \end{aligned} \quad (3)$$

这里  $l$  是一个长度量,调节  $l$  可以改变静磁场

分布区域的大小.脚标  $\oplus$  和  $\otimes$  分别表征引力波两种不同的极化状态,  $h$  为引力波产生的度规扰动,  $A$  为其振幅.

静磁场和引力波作用,可用弯曲时空中的电动力学方程求解

$$\frac{1}{\sqrt{-g}} \frac{\partial}{\partial x^\nu} (\sqrt{-g} g^{\mu\alpha} g^{\nu\beta} F_{\alpha\beta}) = \mu_0 J^\mu, \quad (4)$$

$$F_{[\mu\nu, \alpha]} = 0. \quad (5)$$

利用劈裂法将电磁场张量分为两部分并忽略二阶及二阶以上无穷小量,即  $F_{\mu\nu} = F_{\mu\nu}^{(0)} + \tilde{F}_{\mu\nu}^{(1)}$ ,其中右上角标(0)和(1)分别表示背景电磁场和一阶扰动电磁场.求解方程(4)和(5),得到一阶电磁场张量  $\tilde{F}_{\mu\nu}^{(1)}$ ,除  $\tilde{E}_z^{(1)} = \tilde{B}_z^{(1)} = 0$  外,其他分量  $\tilde{E}_x^{(1)}$ ,  $\tilde{E}_y^{(1)}$  和  $\tilde{E}_x^{(1)}$ ,  $\tilde{E}_y^{(1)}$  不为零<sup>[5]</sup>.此时总的电场、磁场分量可以写成

$$\mathbf{E} = \tilde{E}_x^{(0)} \hat{i} + \tilde{E}_y^{(1)} \hat{j} + \tilde{E}_z^{(1)} \hat{k}, \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{B} = & \tilde{B}_y^{(0)} \hat{j} + \tilde{B}_y^{(0)} \hat{j} + \tilde{B}_z^{(0)} \hat{k} \\ & + \tilde{B}_x^{(1)} \hat{i} + \tilde{B}_y^{(1)} \hat{j}. \end{aligned} \quad (7)$$

将(6)(7)式代入  $S = \mathbf{E} \times \mathbf{H} = \frac{1}{\mu_0} \mathbf{E} \times \mathbf{B}$  并展开,可以得到背景光子流为

$$n_x^{(0)} = \frac{S_x^{(0)}}{\hbar\omega_e} = 0, \quad (8)$$

$$n_y^{(0)} = \frac{S_y^{(0)}}{\hbar\omega_e} = \frac{-1}{\mu_0 \hbar\omega_e} \tilde{E}_x^{(0)} \tilde{B}_z^{(0)}, \quad (9)$$

$$\begin{aligned} n_z^{(0)} = & \frac{S_z^{(0)}}{\hbar\omega_e} \\ = & \frac{1}{\mu_0 \hbar\omega_e} [\tilde{E}_x^{(0)} (\hat{B}_y^{(0)} + \tilde{B}_y^{(0)})]. \end{aligned} \quad (10)$$

一阶扰动光子流为

$$n_x^{(1)} = \frac{S_x^{(1)}}{\hbar\omega_e} = \frac{1}{\mu_0 \hbar\omega_e} \tilde{E}_y^{(1)} \tilde{B}_z^{(0)}, \quad (11)$$

$$n_y^{(1)} = \frac{S_y^{(1)}}{\hbar\omega_e} = \frac{-1}{\mu_0 \hbar\omega_e} \tilde{E}_x^{(1)} \tilde{B}_z^{(0)}, \quad (12)$$

$$\begin{aligned} n_z^{(1)} = & \frac{S_z^{(1)}}{\hbar\omega_e} \\ = & \frac{1}{\mu_0 \hbar\omega_e} [\tilde{E}_x^{(0)} \tilde{B}_y^{(1)} + \tilde{E}_x^{(1)} (\hat{B}_y^{(0)} + \tilde{B}_y^{(0)})]. \end{aligned} \quad (13)$$

(11)–(13)式即为高斯束谐振系统与引力波作用后产生的一阶扰动光子流(一阶扰动电磁能流等价的量子语言表述)的表达式.由(8)式可知,沿着  $x$  轴方向背景光子流恒为零,因此(11)式所表示的  $x$  方向的一阶扰动电磁能流是引力波的纯粹效应,探测到这个光子流就相当于直接显示了引力波的效应.

### 3. 高斯束谐振系统对引力波频率的选择

当引力波与高斯束的频率相同时(11)–(13)式的时间平均值(具有观测效应的是时间平均值)是

$$n_x^{(1)} = \frac{1}{\mu_0 \hbar \omega_e} \tilde{E}_y^{(1)} \tilde{B}_z^{(0)} \quad \omega_e = \omega_g, \quad (14)$$

$$n_y^{(1)} = \frac{-1}{\mu_0 \hbar \omega_e} \tilde{E}_x^{(1)} \tilde{B}_z^{(0)} \quad \omega_e = \omega_g, \quad (15)$$

$$n_z^{(1)} = \frac{1}{\mu_0 \hbar \omega_e} \left[ \tilde{E}_x^{(0)} \tilde{B}_y^{(1)} \quad \omega_e = \omega_g \right. \\ \left. + \tilde{E}_x^{(1)} (\hat{B}_y^{(0)} + \tilde{B}_y^{(0)}) \quad \omega_e = \omega_g \right]. \quad (16)$$

表示对时间求平均, 这里的  $\tilde{E}_x^{(1)}$  表示一阶扰动电场  $x$  分量,  $\tilde{E}_x^{(0)}$  表示背景高斯束电场  $x$  分量, 其余类推. 其进一步的表达式在文献 [4, 6, 7] 中已经给出, 此处不再重复.

当入射引力波和高斯束不同频率时, 高斯束谐振系统中一阶扰动光子流密度表达式为

$$n_x^{(1)} = \frac{1}{\mu_0 \hbar \omega_e} \tilde{E}_y^{(1)} \tilde{B}_z^{(0)} \quad \omega_e \neq \omega_g, \quad (17)$$

$$n_y^{(1)} = \frac{-1}{\mu_0 \hbar \omega_e} \tilde{E}_x^{(1)} \tilde{B}_z^{(0)} \quad \omega_e \neq \omega_g, \quad (18)$$

$$n_z^{(1)} = \frac{1}{\mu_0 \hbar \omega_e} \left[ \tilde{E}_x^{(0)} \tilde{B}_y^{(1)} \quad \omega_e \neq \omega_g \right. \\ \left. + \tilde{E}_x^{(1)} (\hat{B}_y^{(0)} + \tilde{B}_y^{(0)}) \quad \omega_e \neq \omega_g \right]. \quad (19)$$

背景电磁场分量的具体表达式为(取实部):

$$\left\{ \begin{array}{l} \tilde{E}_x^{(0)} = \frac{W_0 \psi_0}{W} \cos(\theta_0 - \omega_e t + \delta) \cdot e^{-\frac{r^2}{W^2}}, \\ \tilde{B}_y^{(0)} = C_1 [C_2 \cos(\theta_0 - \omega_e t + \delta) \\ - C_3 \sin(\theta_0 - \omega_e t + \delta)] \cdot e^{-\frac{r^2}{W^2}}, \\ \tilde{B}_z^{(0)} = [-D_1 \cos(\theta_0 - \omega_e t + \delta) \\ + D_2 \sin(\theta_0 - \omega_e t + \delta)] \cdot e^{-\frac{r^2}{W^2}}. \end{array} \right. \quad (20)$$

上面等式中的  $C_1, C_2, C_3, D_1, D_2$  和  $\theta_0$  均为空间坐标的函数, 与时间  $t$  无关,

$$C_1 = \frac{\psi_0}{2\omega_e W W_0 R^2 z^2},$$

$$C_2 = k_e W_0^2 [2z^4 + (4f^2 - r)^2 \\ + 2f^4 + rf^2] - 2fW_0^2 Rz,$$

$$C_3 = 2z(W_0^2 Rz - 2f^2 r^2),$$

$$D_1 = \frac{W_0 \psi_0 y}{WRc},$$

$$D_2 = \frac{2W_0 \psi_0 y}{W^3 \omega_e}, \quad (21)$$

$$\theta_0 = k_e z + \frac{k_e r^2}{2R} - \tan^{-1} \frac{z}{f}.$$

$\delta$  为任意的相因子, 也和时间  $t$  无关. 容易看到, 每一项都包含正弦或者余弦振荡因子, 都是时间  $t$  的周期函数, 周期为  $2\pi/\omega_e$ . 另一方面, 一阶扰动电磁场分量的具体表达式为<sup>[4]</sup>

$$\begin{aligned} & \text{区域 I} (-l/2 \leq z \leq l/2, \hat{B}_y^{(0)} = B_y^{(0)}) \\ & \tilde{E}_z^{(1)} = \tilde{B}_z^{(1)} = 0, \\ & \tilde{E}_x^{(1)} = -\frac{1}{2} A_{\oplus} \hat{B}_y^{(0)} k_g c (z + l/2) \sin(k_g z - \omega_g t) \\ & \quad - \frac{1}{2} A_{\oplus} \hat{B}_y^{(0)} c \sin(k_g z) \sin(\omega_g t), \\ & \tilde{B}_y^{(1)} = -\frac{1}{2} A_{\oplus} \hat{B}_y^{(0)} k_g (z + l/2) \sin(k_g z - \omega_g t) \\ & \quad + \frac{1}{2} A_{\oplus} \hat{B}_y^{(0)} \sin(k_g z) \sin(\omega_g t), \\ & \tilde{E}_y^{(1)} = -\frac{1}{2} A_{\otimes} \hat{B}_y^{(0)} k_g c (z + l/2) \cos(k_g z - \omega_g t) \\ & \quad - \frac{1}{2} A_{\otimes} \hat{B}_y^{(0)} c \sin(k_g z) \cos(\omega_g t), \\ & \tilde{B}_x^{(1)} = \frac{1}{2} A_{\otimes} \hat{B}_y^{(0)} k_g (z + l/2) \cos(k_g z - \omega_g t) \\ & \quad - \frac{1}{2} A_{\otimes} \hat{B}_y^{(0)} \sin(k_g z) \cos(\omega_g t). \end{aligned} \quad (22)$$

区域 II ( $l/2 \leq z \leq l_0, \hat{B}_y^{(0)} = 0$ )

$$\begin{aligned} & \tilde{E}_z^{(1)} = \tilde{B}_z^{(1)} = 0, \\ & \tilde{E}_x^{(1)} = -\frac{1}{2} A_{\oplus} \hat{B}_y^{(0)} k_g c l \sin(k_g z - \omega_g t), \\ & \tilde{B}_y^{(1)} = -\frac{1}{2} A_{\oplus} \hat{B}_y^{(0)} k_g l \sin(k_g z - \omega_g t), \\ & \tilde{E}_y^{(1)} = -\frac{1}{2} A_{\otimes} \hat{B}_y^{(0)} k_g c l \cos(k_g z - \omega_g t), \\ & \tilde{B}_x^{(1)} = \frac{1}{2} A_{\otimes} \hat{B}_y^{(0)} k_g l \cos(k_g z - \omega_g t). \end{aligned} \quad (23)$$

为了满足边界条件, 式中  $l = n\lambda$  ( $n$  是整数), 而  $l_0$  为二阶扰动电磁能流保持为平面电磁波形式的有效区域.  $z < -l/2$  为零效应区域, 不予考虑. 由(22)和(23)式可看出, 无论在区域 I 还是在区域 II, 一阶扰动电磁场分量要么为零, 要么就是时间  $t$  的周期函数, 周期为  $2\pi/\omega_g$ . 结合方程(17)–(23) 容易发现, 一阶扰动光子流的表达式中每一个求和项都包含下面一类的乘积因子

$$f_1 = \sin(k_g z - \omega_g t) \cdot \cos(\theta_0 - \omega_e t + \delta) \quad (24)$$

对于一种最简单的情形, 取  $z = 0, \theta_0 = 0, \delta = \frac{\pi}{2}$ , 上

式简化成

$$\begin{aligned} f_1 &= -\sin(\omega_g t) \cdot \sin(\omega_e t) \\ &= \frac{1}{2} \{ \cos[(\omega_g + \omega_e)t] \\ &\quad - \cos[(\omega_g - \omega_e)t] \}. \end{aligned} \quad (25)$$

注意到  $\omega_e \neq \omega_g$ , 一个等价(不一定实际)的简单例子是取  $\omega_g = 2\omega_e = 2\pi$ , 在这种情况下,  $f_1$  取到如下的值:

$$f_1 = \frac{1}{2} [ \cos(3\pi t) - \cos(\pi t) ] = 0. \quad (26)$$

事实上在  $\omega_e \neq \omega_g$  的一切频段,  $f_1$  的值都为零. 倒推回去知道, 等式(17)–(19)中的一阶扰动电磁能流的时间平均值均为零, 所以不具有可观测效应.

## 4. 高斯束谐振系统对 $z$ 轴负方向引力波的谐振

### 4.1. 引力波对高斯束的电磁扰动

讨论当引力波沿  $z$  轴负方向传播时, 静磁场和高斯束组成的电磁系统对引力波的响应, 此时该响应将远小于沿  $z$  轴正方向传播的引力波效应.

在 TT 规范下, 沿  $z$  轴负向传播的圆极化高频遗迹引力波可以表述成

$$\begin{aligned} h_{\oplus} &= h_{xx} = -h_{yy} \\ &= A_{\oplus} \exp[i(k_g z + \omega_g t)], \\ h_{\otimes} &= h_{xy} = h_{yx} \\ &= iA_{\otimes} \exp[i(k_g z + \omega_g t)]. \end{aligned} \quad (27)$$

静磁场分布于的空间区域是

$$\hat{B}^{(0)} = \begin{cases} \hat{B}_y^{(0)}, & (|z| \leq l/2); \\ 0, & (|z| \geq l/2). \end{cases} \quad (28)$$

参照文献[4]的方法, 求解弯曲时空的电动力学方程并且考虑到边界条件, 经过冗长的计算, 可以得到各区域的扰动电磁场为

区域 I ( $-l_0 < z < -l/2$ , 该区域为二阶扰动电磁能流保持为平面波形式的有效区域)

$$\begin{aligned} \tilde{E}_z^{(1)} &= \tilde{B}_z^{(1)} = 0, \\ \tilde{E}_x^{(1)} &= \frac{1}{2} A_{\oplus} \hat{B}_y^{(0)} k_g c l \sin(k_g z + \omega_g t), \\ \tilde{B}_y^{(1)} &= \frac{1}{2} A_{\oplus} \hat{B}_y^{(0)} k_g l \sin(k_g z + \omega_g t), \\ \tilde{E}_y^{(1)} &= -\frac{1}{2} A_{\otimes} \hat{B}_y^{(0)} k_g c l \cos(k_g z + \omega_g t), \\ \tilde{B}_x^{(1)} &= -\frac{1}{2} A_{\otimes} \hat{B}_y^{(0)} k_g l \cos(k_g z + \omega_g t). \end{aligned} \quad (29)$$

区域 II ( $|z| \leq l/2$ )

$$\begin{aligned} \tilde{E}_z^{(1)} &= \tilde{B}_z^{(1)} = 0, \\ \tilde{E}_x^{(1)} &= -\frac{1}{2} A_{\oplus} \hat{B}_y^{(0)} k_g c (z - l/2) \sin(k_g z + \omega_g t), \\ \tilde{B}_y^{(1)} &= -\frac{1}{2} A_{\oplus} \hat{B}_y^{(0)} k_g (z - l/2) \sin(k_g z + \omega_g t), \\ \tilde{E}_y^{(1)} &= \frac{1}{2} A_{\otimes} \hat{B}_y^{(0)} k_g c (z - l/2) \cos(k_g z + \omega_g t) \\ &\quad + \frac{1}{2} A_{\otimes} \hat{B}_y^{(0)} c \sin(k_g z) \cos(\omega_g t), \\ \tilde{B}_x^{(1)} &= \frac{1}{2} A_{\otimes} \hat{B}_y^{(0)} k_g (z - l/2) \cos(k_g z + \omega_g t) \\ &\quad - \frac{1}{2} A_{\otimes} \hat{B}_y^{(0)} \sin(k_g z) \cos(\omega_g t). \end{aligned} \quad (30)$$

区域 III ( $z \geq l/2$ )

$$\begin{aligned} \tilde{E}_x^{(1)} &= \tilde{E}_y^{(1)} = \tilde{E}_z^{(1)} = 0, \\ \tilde{B}_x^{(1)} &= \tilde{B}_y^{(1)} = \tilde{B}_z^{(1)} = 0. \end{aligned} \quad (31)$$

### 4.2. 各区域的电磁扰动能流

根据真空中电磁场能流密度定义式  $S = E \times H$ , 可以计算出一阶扰动电磁能流为

$$\begin{cases} S_x^{(1)} = \frac{1}{\mu_0} \tilde{E}_y^{(1)} \tilde{B}_z^{(0)}, \\ S_y^{(1)} = -\frac{1}{\mu_0} \tilde{E}_x^{(1)} \tilde{B}_z^{(0)}, \\ S_z^{(1)} = \frac{1}{\mu_0} (\tilde{E}_x^{(0)} \tilde{B}_y^{(1)} + \tilde{E}_y^{(1)} \tilde{B}_x^{(0)}). \end{cases} \quad (32)$$

$S_x^{(1)}$ ,  $S_y^{(1)}$  和  $S_z^{(1)}$  分别表示  $x$ ,  $y$  和  $z$  方向的一阶扰动电磁能流密度. 前面已经证明, 当引力波和高斯束频率不同时, 一阶扰动光子流密度的时间平均值为零, 不具有可观测性. 取  $\omega_e = \omega_g$ , 并取相位因子  $\delta = \frac{\pi}{2}$ .

把方程(23)(20)代入(32)式, 把(29)–(31)式代入(32)式, 经过处理得到区域 I、II 的电磁扰动能流为

区域 I ( $z < -l/2$ )

$$\begin{aligned} S_x^{(1)} &= \frac{A_{\otimes} \hat{B}_y^{(0)} k_g c l}{2\mu_0} \cdot e^{-r^2/w^2} \cdot \cos(k_g z + \omega_g t) \\ &\quad \times [D_1 \sin(\omega_g t - \theta_0) - D_2 \cos(\omega_g t - \theta_0)] \quad (33) \\ S_y^{(1)} &= \frac{A_{\oplus} \hat{B}_y^{(0)} k_g c l}{2\mu_0} \cdot e^{-r^2/w^2} \cdot \sin(k_g z + \omega_g t) \\ &\quad \times [-D_1 \sin(\omega_g t - \theta_0) + D_2 \cos(\omega_g t - \theta_0)] \quad (34) \\ S_z^{(1)} &= \frac{A_{\oplus} \hat{B}_y^{(0)} k_g l}{2\mu_0} \cdot e^{-r^2/w^2} \cdot \sin(k_g z + \omega_g t) \\ &\quad \times \left[ \left( \frac{W_0 \psi_0}{W} - c C_1 C_2 \right) \sin(\omega_g t - \theta_0) \right] \end{aligned}$$

$$- cC_1 C_3 \cos(\omega_g t - \theta_0)] . \quad (35)$$

区域 II ( $|z| \leq l/2$ )

$$S_x^{(1)} = \frac{A_{\otimes} \hat{B}_y^{(0)} c}{4\mu_0} \cdot e^{-r^2/w^2} \cdot [D_1 \sin(\omega_g t - \theta_0) - D_2 \cos(\omega_g t - \theta_0)] \times [k_g(l - 2z) \cos(k_g z + \omega_g t) - 2 \cos(\omega_g t) \sin(k_g z)] , \quad (36)$$

$$S_y^{(1)} = \frac{l - 2z}{4\mu_0} A_{\oplus} \hat{B}_y^{(0)} k_g c \cdot e^{-r^2/w^2} \times \sin(k_g z + \omega_g t) \times [D_1 \sin(\omega_g t - \theta_0) - D_2 \cos(\omega_g t - \theta_0)] , \quad (37)$$

$$S_z^{(1)} = \frac{2z - l}{4W\mu_0} \cdot A_{\oplus} \hat{B}_y^{(0)} k_g \cdot e^{-r^2/w^2} \times \sin(k_g z + \omega_g t) \times [(cC_1 C_2 W - W_0 \psi_0) \sin(\omega_g t - \theta_0) - cC_1 C_3 W \cos(\omega_g t - \theta_0)] . \quad (38)$$

方程(31)和(32)表明,区域 III 没有一阶扰动光子流.原因是这个区域不存在静磁场,因而没有引力波和静磁场作用产生的一阶扰动光子流;引力波和高斯束的作用虽然存在,但是作用截面相当小,可以忽略.

有观察效应的是能流的时间平均值,将  $S_x^{(1)}$ ,  $S_y^{(1)}$ ,  $S_z^{(1)}$  对时间求  $t$  平均值后,得到区域 I、II 的平均能流密度为

区域 I ( $z < -l/2$ )

$$S_x^{(1)} = - \frac{A_{\otimes} \hat{B}_y^{(0)} k_g c l}{4\mu_0} \cdot e^{-r^2/w^2} \times [D_1 \sin(k_g z + \theta_0) + D_2 \cos(k_g z + \theta_0)] \quad (39)$$

$$S_y^{(1)} = - \frac{A_{\oplus} \hat{B}_y^{(0)} k_g c l}{4\mu_0} \cdot e^{-r^2/w^2} \times [D_1 \cos(k_g z + \theta_0) - D_2 \sin(k_g z + \theta_0)] \quad (40)$$

$$S_z^{(1)} = - \frac{A_{\oplus} \hat{B}_y^{(0)} k_g l}{4W\mu_0} \cdot e^{-r^2/w^2} \times [(cC_1 C_2 W - W_0 \psi_0) \cos(k_g z + \theta_0) - cC_1 C_3 W \sin(k_g z + \theta_0)] . \quad (41)$$

区域 II ( $|z| \leq l/2$ )

$$S_x^{(1)} = \frac{A_{\otimes} \hat{B}_y^{(0)} c}{8\mu_0} e^{-r^2/w^2} \cdot \{2 \sin(k_g z)$$

$$\times [D_1 \sin \theta_0 + D_2 \cos \theta_0] + k_g(2z - l) [D_1 \sin(k_g z + \theta_0) + D_2 \cos(k_g z + \theta_0)]\} , \quad (42)$$

$$S_y^{(1)} = \frac{2z - l}{8\mu_0} \cdot A_{\oplus} \hat{B}_y^{(0)} k_g c \cdot e^{-r^2/w^2} \times [D_1 \cos(k_g z + \theta_0) - D_2 \sin(k_g z + \theta_0)] , \quad (43)$$

$$S_z^{(1)} = \frac{2z - l}{8W\mu_0} \cdot A_{\oplus} \hat{B}_y^{(0)} k_g \cdot e^{-r^2/w^2} \times [(cC_1 C_2 W - W_0 \psi_0) \cos(k_g z + \theta_0) - cC_1 C_3 W \sin(k_g z + \theta_0)] . \quad (44)$$

### 4.3. 一阶扰动光子流的数值估计

高斯束谐振方案探测的是区域 II ( $-l/2 \leq z \leq l/2$ ) 和区域 III ( $l/2 \leq z \leq l_0$ ) 的一阶扰动光子流.因为区域 III 没有一阶扰动光子流,所以只关心区域 II 中  $x$  轴方向一阶扰动光子流的分布及大小.取典型的实验室参数作数值估算:高斯束光腰半径  $W_0 = 0.1\text{m}$ , 振幅  $\psi_0 = 3 \times 10^5 \text{V/m}$ , 初相  $\delta = \pi/2$ , 背景磁场  $\hat{B}_y^{(0)} = 10\text{T}$ , 引力波振幅取  $10^{-30}$ , 频率为  $\nu = 3 \times 10^9 \text{Hz}$ , 研究区域取  $l = 0.1\text{m}$  和  $l_0 = 0.3\text{m}$ .采用同样的参数,对同样大小探测面积上 ( $0.1 \leq y \leq 0.2$ ,  $-l/2 \leq z \leq l/2$ ) 的扰动光子流作数值计算,计算结果如表 1.

表 1 接收面上扰动光子流的计算值

引力波传播方向	观测面上的扰动光子流/s <sup>-1</sup>
+ z	527
- z	2

由表 1 可以看出,当引力波传播方向相反时,探测面上接收到的扰动光子流相差两个量级.因此,如果两束引力波分别沿着  $z$  轴正、负方向入射到高斯束谐振系统中,该系统将只感受到正方向的引力波,“过滤”掉负方向的引力波,从而实现了对特定方向的引力波的选择.

## 5. 结论与讨论

由前面的讨论可知,高斯束谐振系统对引力波频率具有选择效应,当入射引力波和高斯束不同频率时,一阶扰动效应的平均值为零,不具有可观测的效应.等价地说,高斯束谐振系统将过滤掉所有和高

斯束不同频率的遗迹引力波,从而实现遗迹引力波频率的选择,这就是高斯束谐振系统对引力波频率的选择效应.

本文已经证明,与沿  $z$  轴正向(高斯束对称轴的正方向)传播的引力波相比较,沿  $z$  轴负向传播的引力波在高斯束谐振系统中产生的电磁扰动要低两个数量级,其观测效应可以忽略.即高斯束谐振系统对引力波的传播方向具有过滤作用,只有沿特定方向传播的引力波才能在高斯束谐振系统中产生有效的响应.采用同样的方法可以证明,沿  $x$  轴正、负方向和  $y$  轴正、负方向传播的引力波都不会在高斯束谐振系统中产生可供观测的电磁扰动效应.特别地,在忽略了高斯束与引力波的直接作用后(这种直接作

用非常微弱<sup>[4]</sup>),沿着  $y$  轴正、负方向传播的引力波不会对高斯束谐振系统产生扰动,即高斯束谐振系统探测不到传播方向和静磁场方向平行的引力波.对于沿任意方向传播的引力波,可以将其分解为沿  $x$ 、 $y$ 、 $z$  方向传播的引力波,探测系统只对沿  $z$  轴正方向传播的引力波分量产生有效响应,这就是高斯束谐振系统对引力波传播方向的选择效应.

高斯束谐振系统对引力波频率和方向的选择效应对于观测随机引力波(Stochastic GW)<sup>[8,9]</sup>非常重要,因为从理论上而言,高斯束谐振系统可以从随机引力波背景中“筛选”出特定频率和特定传播方向的引力波.

- [ 1 ] Giovannini M 1999 *Phys. Rev. D* **60** 123511 ; astro-ph/9903004  
 [ 2 ] Giovannini M 1999 *Class. Quantum Grav.* **16** 2905 ; hep-ph/9903263  
 [ 3 ] Babusei D , Giovannini M 1999 *Phys. Rev. D* **60** 083511 ; gr-qc/9905072  
 [ 4 ] Li F Y , Tang M X , Shi D P 2003 *Phys. Rev. D* **67** 104008 ; gr-qc/0306092

- [ 5 ] Yariv A 1975 *Quantum Electronics* , 2nd ed. ( New York : Wiley )  
 [ 6 ] Li F Y , Wu Z H , Zhang Y 2003 *Chin. Phys. Lett.* **20** 1917  
 [ 7 ] Li F Y , Shi D P , Dai H X 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 2706 ( in Chinese ) [ 李芳昱、石东平、代洪霞 2003 物理学报 **52** 2706 ]  
 [ 8 ] Mendes L E , Liddle A R 1998 *Early cosmology and the stochastic gravitational wave background* , gr-qc/9811040.  
 [ 9 ] Cornish N J 2002 *Phys. Rev. D* **65** 022004

# Selective effect to frequency and direction of gravitational waves on gaussian beam resonance system<sup>\*</sup>

Shi Dong-Ping<sup>1)†</sup> Li Fang-Yu<sup>2)</sup> Zhang Yi<sup>3)</sup>

1) ( *Dept. of Physics & Information Engineering, Chongqing University of Arts and Sciences, Chongqing 402168, China* )

2) ( *The Institute of Theoretical Physics, Chongqing University, Chongqing 400044, China* )

3) ( *Human Resource Department of Xindu District, Chengdu 610500, China* )

( Received 21 February 2006 ; revised manuscript received 4 March 2006 )

## Abstract

Gaussian beam resonance system (GBRS) opens a very important window for detection of relic stochastic high frequency gravitational waves (HFGWs) of early universe. The results of calculation show that the first-order perturbation photon flux produced by this system has no observable effect when the GWs frequency is different from that of Gaussian beam. The first-order perturbation photon flux produced by GBRS will be reduced by several orders of magnitude when the propagation direction of GWs is different from that the positive direction of the symmetrical axis of Gaussian beam, i. e., GBRS only responds to relic HFGWs that propagate along a specific direction. Therefore, GBRS have a useful selective effect with respect to the frequency and propagation direction of relic HFGWs.

**Keywords** : Gaussian beam resonance system, relic high-frequency gravitational waves, first-order perturbative photon flux, frequency and direction selective effect

**PACC** : 0430, 0440, 0480

---

<sup>\*</sup> Project supported by the National Basic Research Program of China ( Grant No. 2003CB716300 ), the National Natural Science Foundation of China ( Grant No. 10575140 ), the Scientific and Technological Foundation of the Chongqing Educational Committee ( Grant No. KJ051202 ) and the Nature Science Foundation of Chongqing ( Grant No. 8562 ).

<sup>†</sup> E-mail : shi\_dp@263.net.