

尘埃粒子充放电过程对尘埃等离子体电导率的影响*

石雁祥^{1)†} 葛德彪¹⁾ 吴 健²⁾

1) 西安电子科技大学理学院, 西安 710071)

2) 中国电波传播研究所, 电波环境特性与模化技术国家重点实验室, 北京 102206)

(2005 年 11 月 6 日收到, 2006 年 1 月 22 日收到修改稿)

在只受弱电磁场作用且忽略空间色散的情况下, 通过求解含碰撞项的电子的 Boltzmann 方程及尘埃粒子充放电的 Shukla 方程, 导出了弱电离子尘埃等离子体的电导率和介电常数计算公式. 将固体火箭喷焰的有关参数代入公式对电导率进行定量分析, 结果表明, 尘埃粒子的大小及其浓度对弱电离子尘埃等离子体的电导率有明显的影响.

关键词: 尘埃等离子体, Boltzmann 方程, Shukla 方程, 电导率

PACC: 5225M, 5225Z, 5225D

1. 引 言

尘埃等离子体的电磁特性与一般等离子体有很大的不同. 在分析尘埃等离子体对微波的衰减和色散特性时, 以往的等离子体理论由于忽视了尘埃粒子的作用, 结果造成微波衰减的理论预期值远小于实际测量值的情况^[1]. 我们认为, 研究尘埃等离子体的电磁特性, 尤其是研究它的电导率和介电常数与微波频率的关系, 对进一步分析微波在尘埃等离子体中的传播有重要的意义. 自 20 世纪 90 年代起, 尘埃等离子体理论及相关的应用研究开始受到越来越普遍的重视, 在尘埃等离子体内部的不稳定性、尘埃粒子晶体特性、尘埃粒子鞘层模型等研究方面发表了大量文献^[2-5], 但有关弱电离子尘埃等离子体的电磁特性研究, 发表的文献很少. 国内李芳等人曾研究了等离子体中尘埃粒子对电磁波的吸收效应^[6], 他们在对尘埃粒子引入充电频率的概念后, 通过求解无碰撞项的 Vlasov 方程得到了尘埃等离子体的低频纵介电张量^[7]. 然而, 在分析尘埃等离子体的微波衰减特性时, 电场对带电粒子做功, 电子与其他粒子之间的碰撞以及电子对尘埃粒子的充放电过程是造成微波衰减的主要原因. 本文研究弱电磁场作用下的弱电离子尘埃等离子体的电磁特性, 这种弱电离子尘埃等离子体由分子、电子、离子和尘埃粒子组

成, 分子的浓度远大于其他粒子的浓度, 电子与离子的浓度近似相等并远大于尘埃粒子的浓度, 离子是一次电离的, 忽略空间色散, 将碰撞和充电作为影响其电磁特性的两个主要因素, 通过求解含碰撞项的带电粒子的 Boltzmann 方程及其对尘埃粒子充放电的 Shukla 方程, 导出了弱电离子尘埃等离子体的电导率和介电常数. 以固体火箭喷焰的测量参数为依据, 分析了尘埃粒子的大小, 浓度对电导率的影响. 结果表明, 在考虑尘埃粒子充放电的情况下, 尘埃粒子的半径及其浓度对尘埃等离子体的电导率有很大影响. 这对进一步分析和测量固体火箭喷焰对微波的严重衰减有重要的指导意义.

2. 弱电离子尘埃等离子体中的微波衰减机理

微波在弱电离子尘埃等离子体中传播时, 微波电场对等离子体中的带电粒子做功, 将一部分能量转化为带电粒子的动能, 带电粒子通过碰撞可以将获得的能量传递给其他粒子, 并在下一次加速中继续从微波电场中获得能量, 微波电场能转化成等离子体的内能是微波衰减的原因. 微波电场能的转化规模与带电粒子的碰撞频率及每次碰撞所传递的能量有关. 理论分析表明^[8], 对于不含尘埃的等离子体, 电子的一次有效碰撞所传递的能量的平均比率 $\delta \approx$

* 电波环境特性与模化技术国家重点实验室基金项目(批准号: 51486040205DZ0101)资助的课题.

† E-mail: stomml234@yahoo.com.cn

10^{-5} . 尘埃粒子的加入会引起带电粒子对尘埃的充电,这是一个完全非弹性碰撞过程,在这一过程中,带电粒子几乎将所有能量都传递给了尘埃粒子($\delta \approx 1$). 在电场作用下,带电粒子对尘埃粒子的充电是定向的,但尘埃粒子的放电却是非定向的,充电过程可以看作是有序电流的一种流失. 可以想见,尘埃粒子将会增大尘埃等离子体对微波的衰减作用,表现为电导率的增大. 由于在电场力作用下,电子会获得比离子大得多的速度(离子速度比电子速度小 $\sqrt{m_e/m_i} \sim 100$ 倍),因而电子电流要远大于离子电流,在下面的分析中主要考虑电子对电导率和介电常数的贡献.

3. Boltzmann 方程及相关复数电导率

等离子体处在电磁场中,电子的 Boltzmann 方程是^[8]

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla_{\mathbf{r}} f + \frac{e}{m_e} \left(\mathbf{E} + \frac{1}{c} \mathbf{v} \times \mathbf{H} \right) \cdot \nabla_{\mathbf{v}} f + S = 0, \quad (1)$$

其中 f 表示等离子体中电子的分布函数; e 和 m_e 分别表示电子的电量和质量; \mathbf{v} 是电子的运动速度, v 是电子的速率; \mathbf{E} , \mathbf{H} 是电场强度和磁场强度; S 称为碰撞项,对上述尘埃等离子体,忽略电子与尘埃粒子的充电碰撞对电子分布函数的影响,只考虑电子与分子、离子的碰撞. 弱电场作用下,电子的分布函数相对于其平衡态分布只发生很小的偏离,可设

$$f(\mathbf{v}) = f_0(v) + \varphi(\mathbf{v}) = f_0(v) + \frac{\mathbf{v} \cdot \mathbf{f}_1(v)}{v}, \quad (2)$$

式中 f_0 仅依赖于电子速度的大小 v ,它是 f 的对称部分. $\varphi(\mathbf{v})$ 表示受电场加速后,其分布函数相对 f_0 发生的弱偏离,它与电子的速度矢量 \mathbf{v} 有关. $\mathbf{f}_1(v)$ 是电子速度分布矢量,其方向与电场方向相同. 忽略磁场作用以及电子之间的碰撞,假设分布函数 $f(\mathbf{v})$ 不随空间位置变化(即认为尘埃等离子体是局部均匀的)将(2)式代入(1)式,可得出 $\mathbf{f}_1(v)$ 的表达式为

$$\mathbf{f}_1(v) = \frac{eEN_e}{2m_e\pi^{3/2}[\omega + \nu(u)]} \left(\frac{m_e}{\kappa T} \right)^2 u e^{-u^2}, \quad (3)$$

式中 $u = \sqrt{m_e/2\kappa T}v$, N_e , T 是电子的浓度和温度; κ 是 Boltzmann 常数; ω 是微波角频率; $\nu(u)$ 是电子与其他粒子的碰撞频率,它与电子速度的大小 v

有关.

由分布函数可求出电子的电流密度矢量为

$$\mathbf{j}' = e \int \mathbf{v} f d\mathbf{v} = \frac{4\pi e}{3} \int_0^\infty f_1 v^3 dv, \quad (4)$$

将(3)式中的 f_1 代入(4)式整理得到

$$\mathbf{j}' = \frac{8e^2 N_e \mathbf{E}}{3\sqrt{\pi} m_e} \left\{ \int_0^\infty \frac{\nu(u) u^4 e^{-u^2} du}{\omega^2 + \nu^2(u)} - i\omega \int_0^\infty \frac{u^4 e^{-u^2} du}{\omega^2 + \nu^2(u)} \right\}, \quad (5)$$

另一方面,联系电流密度矢量与电场强度的欧姆定律为

$$\mathbf{j}' = \sigma_{\text{complex}} \mathbf{E} = (\sigma_e + i\omega\epsilon_0\chi_e) \mathbf{E}, \quad (6)$$

式中 $\sigma_{\text{complex}} = \sigma_e + i\omega\epsilon_0\chi_e$ 称为与电子碰撞相关的复数电导率, σ_e 和 χ_e 是由电子引起的与碰撞相关的电导率和极化率.(6)式与(5)式比较可得

$$\sigma_e = \frac{8e^2 N_e}{3\sqrt{\pi} m_e} \int_0^\infty \frac{\nu(u) u^4 e^{-u^2} du}{\omega^2 + \nu^2(u)}, \quad (7)$$

$$\epsilon_0 \chi_e = - \frac{8e^2 N_e}{3\sqrt{\pi} m_e} \int_0^\infty \frac{u^4 e^{-u^2} du}{\omega^2 + \nu^2(u)}, \quad (8)$$

用有效碰撞频率 ν_{eff} 替代上式中的 $\nu(u)$,则(7)(8)两式又可改写为

$$\sigma_e = \epsilon_0 \frac{\omega_{pe}^2 \nu_{\text{eff}}}{\omega^2 + \nu_{\text{eff}}^2}, \quad (9)$$

$$\epsilon_0 \chi_e = - \epsilon_0 \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2 + \nu_{\text{eff}}^2}, \quad (10)$$

(9)(10)两式给出了只考虑碰撞时尘埃等离子体的电导率和极化率表达式. 其中 $\omega_{pe} = \sqrt{e^2 N_e / \epsilon_0 m_e}$ 是等离子体的 Langmuir 频率. $\nu_{\text{eff}} = \nu_{e,m} + \nu_{e,i} + \nu_{e,d}$ 是电子与分子、电子与离子及电子与尘埃粒子的有效碰撞频率之和. 假设尘埃等离子体系统中的离子是一次电离的,通过与上述相同的分析途径,可以写出离子对电导率和介电常数的贡献为

$$\sigma_i = \epsilon_0 \frac{\omega_{pi}^2 \nu_{\text{eff}}}{\omega^2 + \nu_{\text{eff}}^2}, \quad (11)$$

$$\epsilon_0 \chi_i = - \epsilon_0 \frac{\omega_{pi}^2}{\omega^2 + \nu_{\text{eff}}^2}, \quad (12)$$

上式中 $\omega_{pi} = \sqrt{e^2 N_i / \epsilon_0 m_i}$ 是等离子体中的离子振荡频率, N_i , m_i , ν_{eff} 分别表示离子的数密度、质量以及有效碰撞频率. 考虑到 $\omega_{pi}^2 / \omega_{pe}^2 \approx m_e / m_i \sim 10^{-4}$, 一般可以忽略离子对电导率的贡献. 以下我们将采用这种方案.

4. 尘埃粒子充放电的 Shukla 方程及相关电导率分析

4.1. 尘埃粒子充放电的 Shukla 方程

尘埃等离子体中,电子和离子对尘埃粒子的充电会使电荷附着在尘埃粒子上,导致尘埃粒子电量在某个值 q_{dl} 附近起伏,记起伏值为 q_{dl} ,它满足如下方程^[9]:

$$\frac{\partial q_{dl}}{\partial t} + \nu_{ch} q_{dl} = I_{el} + I_{il}, \quad (13)$$

我们将(13)式称为 Shukla 方程,它是描述尘埃粒子充放电物理过程的支配方程,其中 I_{el} , I_{il} 是电子和离子对尘埃粒子的充电电流, ν_{ch} 是尘埃粒子电荷弛豫速率,它与电子、离子的浓度和温度,尘埃粒子的大小以及电量有一定量关系^[10].

4.2. 与尘埃颗粒充放电相关的复数电导率

在电场 $E = E_0 e^{i\omega t - ik \cdot r}$ 的作用下,考虑到欧姆定律

$$\mathbf{j}_{dl} = \sigma_{dl \text{ complex}} \mathbf{E}, \quad (14)$$

及电荷守恒定律

$$\nabla \cdot \mathbf{j}_{dl} + \frac{\partial \rho_{dl}}{\partial t} = 0, \quad (15)$$

可将(13)式化为以下频域形式:

$$(\sigma_{dl} + i\omega\epsilon_0\chi_{dl}) \mathbf{k} \cdot \mathbf{E} = \frac{\omega N_d}{(i\omega + \nu_{ch})} (I_{el} + I_{il}). \quad (16)$$

推导过程中利用了 $\rho_{dl} = q_{dl} N_d$ 及 $\sigma_{dl \text{ complex}} = \sigma_{dl} + i\omega\epsilon_0\chi_{dl}$ 的关系. 根据第3节末尾的分析,忽略离子充电电流 I_{il} . 将(16)式化为

$$(\sigma_{dl} + i\omega\epsilon_0\chi_{dl}) \mathbf{k} \cdot \mathbf{E} = \frac{\omega N_d}{(i\omega + \nu_{ch})} I_{el}, \quad (17)$$

考虑到尘埃粒子带负电且由电场作用引起的电子和离子充电电流是定向的,根据文献[11]给出如下的计算公式:

$$\begin{aligned} I_{el} &= -e \int_{v_m}^{\infty} v \sigma_e^d f^i dv \\ &= -\frac{8e^2 N_e E}{3\sqrt{\pi} m_e} \int_{u_m}^{\infty} \frac{\sigma_e^d u^4 e^{-u^2} du}{i\omega + \nu(u)}, \quad (18) \\ I_{il} &= e \int_0^{\infty} v \sigma_i^d f^i dv \end{aligned}$$

$$= -\frac{8e^2 N_i E}{3\sqrt{\pi} m_i} \int_0^{\infty} \frac{\sigma_i^d u^4 e^{-u^2} du}{i\omega + \nu_i(u)}, \quad (19)$$

(18)式中积分下限 v_m 是电子对尘埃粒子充电所应该具有的最小速度; $u_m = \sqrt{m_e/2\kappa T v_m}$. (19)式中 f^i 是离子分布函数; σ_e^d (σ_i^d) 是电子(离子)对尘埃粒子的碰撞截面.

$$\sigma_e^d = \pi r_d^2 \left(1 - \frac{2e\phi_d}{m_e v^2} \right), \quad (20)$$

$$\sigma_i^d = \pi r_d^2 \left(1 + \frac{2e\phi_d}{m_i v^2} \right), \quad (21)$$

其中 r_d 是尘埃粒子半径(假设尘埃粒子是球形), ϕ_d 是尘埃粒子与背景等离子体之间的电势差,当 $2e\phi_d/m_e v^2 \ll 1$ 及 $2e\phi_d/m_i v^2 \ll 1$ 时, $\sigma_e^d = \sigma_i^d = \pi r_d^2$; 并令 $u_m \approx 0$.

考虑到(18)和(19)两式中的积分有相同的量级,而 $m_i \gg m_e$, 忽略 I_{il} .

4.3. 纵波情形

考虑纵波情形, $\mathbf{k} \cdot \mathbf{E} = kE$. 将(18)式代入(17)式可得

$$\begin{aligned} &(\sigma_{dl} + i\omega\epsilon_0\chi_e^d) kE \\ &= -\frac{\omega N_d}{(i\omega + \nu_{ch})} \frac{8e^2 N_e E}{3\sqrt{\pi} m_e} \int_{u_m}^{\infty} \frac{u^4 e^{-u^2} \sigma_e^d du}{i\omega + \nu(u)}, \quad (22) \end{aligned}$$

在 $2e\phi_d/m_e v^2 \ll 1$ 的条件下,整理(22)式并让等式两端的实部及虚部各自对应相等可得

$$\begin{aligned} \sigma_{dl} &= \frac{8e^2 N_d N_e \sigma_e^d}{3\sqrt{\pi} m_e (\omega^2 + \nu_{ch}^2)} \left(\frac{\omega}{k} \right) \\ &\times \int_0^{\infty} \frac{\omega^2 - \nu_{ch} \nu(u)}{\omega^2 + \nu^2(u)} u^4 e^{-u^2} du, \quad (23) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \epsilon_0 \chi_e^d &= \frac{8e^2 N_d N_e \sigma_e^d}{3\sqrt{\pi} m_e (\omega^2 + \nu_{ch}^2)} \left(\frac{\omega}{k} \right) \\ &\times \int_0^{\infty} \frac{\nu_{ch} + \nu(u)}{\omega^2 + \nu^2(u)} u^4 e^{-u^2} du, \quad (24) \end{aligned}$$

令 $\omega/k = v_\phi$, v_ϕ 是上述纵波在尘埃等离子体中的相速. 在(23)(24)两式中引入有效碰撞频率 ν_{eff} , 则有

$$\sigma_{dl} = \eta \frac{(\omega^2 - \nu_{ch} \nu_{\text{eff}})}{(\omega^2 + \nu_{\text{eff}}^2) (\omega^2 + \nu_{ch}^2)}, \quad (25)$$

$$\epsilon_{dl} = \epsilon_0 \chi_e^d = \eta \frac{\nu_{ch} + \nu_{\text{eff}}}{(\omega^2 + \nu_{\text{eff}}^2) (\omega^2 + \nu_{ch}^2)}, \quad (26)$$

把 $\eta = e^2 \pi r_d^2 N_e N_d v_\phi / m_e$ 称为充电响应因子. 首次引入这个系数,它与电子浓度、尘埃离子浓度、尘

埃粒子的大小有关。该系数对尘埃等离子体的电导率和介电常数有着重要影响。

综合上述，在只考虑碰撞和电子对尘埃充放电的情况下，尘埃等离子体的电导率可写为

$$\sigma = \sigma_e + \sigma_{dl}$$

$$= \epsilon_0 \frac{\omega_p^2 \nu_{eff}}{\omega^2 + \nu_{eff}^2} + \eta \left(\frac{\omega^2 - \nu_{ch} \nu_{eff}}{\omega^2 + \nu_{ch}^2} \right) \left(\frac{\omega^2 + \nu_{eff}^2}{\omega^2 + \nu_{eff}^2} \right), \quad (27)$$

$$\epsilon = \epsilon_e + \epsilon_{dl}$$

$$= \epsilon_0 \left(1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 + \nu_{eff}^2} \right) + \eta \left(\frac{\nu_{ch} + \nu_{eff}}{\omega^2 + \nu_{eff}^2} \right) \left(\frac{\omega^2 + \nu_{ch}^2}{\omega^2 + \nu_{ch}^2} \right), \quad (28)$$

(27)(28)式即为在弱电场作用下，弱电离尘埃等离子体的电导率和介电常数表达式。其中 σ_e, ϵ_e 是不考虑尘埃时等离子体的电导率和介电常数； $\sigma_{dl}, \epsilon_{dl}$ 表示加入浓度远低于电子浓度的尘埃粒子后，充电过程对尘埃等离子体电导率和介电常数的贡献。

为了利用(27)和(28)式计算电导率和介电常数，需要消去 η 中所含的 ν_{ϕ} 。考虑到 $\nu_{\phi} = 1/\sqrt{\mu\epsilon} = c/\sqrt{\epsilon_r}$ ，可将(28)式化为关于 ϵ_r 的一元三次方程

$$\epsilon_r^3 - 2A\epsilon_r^2 + A^2\epsilon_r - B^2 = 0, \quad (29)$$

$$\text{式中 } A = 1 - \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2 + \nu_{eff}^2}; B = N_d \pi r_d^2 c \frac{\nu_{ch} + \nu_{eff}}{\omega^2 + \nu_{ch}^2} \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2 + \nu_{eff}^2}.$$

5. 有效碰撞频率的计算

在(9)(10)式和(27)(28)式中的有效碰撞频率 ν_{eff} 包含三项，其中电子和分子的有效碰撞频率 $\nu_{e,m}$ 用下面的公式计算^[12]：

$$\nu_{e,m} = 4.57 \times 10^{27} p T^{-1/2} \sum_j F_j \sigma_j, \quad (30)$$

式中 p 是尘埃等离子体的环境压强； T 是它的温度； F_j 是尘埃等离子体中某一中性分子的摩尔分数； σ_j 是电子与该中性分子的碰撞截面。简化计算时，将各种分子的碰撞截面认为相同，则 $\sum_j F_j \sigma_j = 4.4 \times 10^{-20} \text{m}^2$ ，代入(30)式

$$\nu_{e,m} = 2.01 \times 10^8 p T^{-1/2}, \quad (31)$$

设电子温度与离子温度相等(算例中假定各种粒子的温度都相等)，则电子与离子的有效碰撞频率为

$$\nu_{e,i} = \frac{5.5 N_e}{T^{3/2}} \ln \left(220 \frac{T}{N_e^{1/3}} \right), \quad (32)$$

具体可参看文献[8]。当尘埃粒子浓度远远低于分子和离子的浓度时，电子与尘埃粒子的有效碰撞频

率 $\nu_{e,d}$ 也会远远小于电子与分子、离子的有效碰撞频率，此时 $\nu_{e,d}$ 对尘埃等离子体电导率的贡献一般可忽略不计。

6. 算例

固体火箭喷焰是一种弱电离的尘埃等离子体，它对微波的衰减远大于液体火箭喷焰对微波的衰减。这是由于固体火箭喷焰中的电子浓度比液体火箭喷焰高得多，另一个重要原因是固体火箭喷焰中含有尘埃粒子，固体火箭喷焰中的尘埃粒子主要是 Al_2O_3 颗粒，它是由推进剂中的铝粉燃烧后形成的。实验研究发现，随着推进剂中铝粉含量的增加，喷焰中 Al_2O_3 尘埃粒子浓度的增大，固体火箭喷焰对微波的衰减也增大^[13]。由电磁波理论可知，微波的衰减与电导率有直接的关系。为了具体讨论尘埃粒子对电导率的影响，将固体火箭喷焰的有关参数先后代入(31)(32)式和(27)式，分别计算计及尘埃粒子和不计及尘埃粒子这两种情况下的电导率。根据文献的测量结果^[9,14-17]，将火箭喷焰的有关参数列于表1。

表1 火箭喷焰的温度及相应参数的测量结果

特征参数	T_e/K	N_e/cm^{-3}	N_d/cm^{-3}	$r_d/\mu\text{m}$	N_n/cm^{-3}	a/λ_d
文献[9]	3×10^3	10^{13}	10^8	0.1	10^{18}	≤ 5
文献[14]	3×10^3	1×10^3	10^4-10^9	5-0.1	6.3×10^{19}	—
文献[15]	1×10^3	—	—	1.5-5.2	2.36×10^{16}	—
文献[16]	—	—	—	1-10	—	—
文献[17]	3×10^3	6.3×10^{13}	—	—	—	—

表1中， T_e (K)， N_e 是电子的温度和浓度； N_d ， r_d 是尘埃粒子的浓度和半径； N_n 是分子的浓度； a/λ_d 尘埃粒子间距与其德拜长度的比值， $a/\lambda_d \leq 5$ 说明尘埃粒子可看成是孤立的，即尘埃粒子之间耦合作用可以忽略。

需要说明的是，喷焰中各种粒子的浓度和尘埃粒子的半径(粒度)与火箭推进剂配方、火箭喷焰的燃烧环境、温度以及它们在火箭喷焰流场中的位置等因素有关。对火箭喷焰各参数的测量是一个复杂的工程。一些完整和较为精确的测量结果未公开发表。由上述文献所给出的测量结果可知，尘埃粒子的大小主要分布在 $1\mu\text{m}$ 至 $10\mu\text{m}$ 的范围内；尘埃粒

子的浓度一般在 $10^{10}/\text{m}^3$ 至 $10^{15}/\text{m}^3$ 之间, 计算时, 将在这个范围内取值. 环境压强取 $1.01 \times 10^4 \text{ Pa}$, 这是海拔 16km 高处的压强^[18]. 尘埃粒子的电荷弛豫速率可由文献 [10] 所给的公式以国际单位制计算得出. 在上述参数条件下计算所得的电荷弛豫速率与碰撞频率的乘积远小于微波角频率的平方, 因而在下面的分析中, 忽略这一因素. 以下给出火箭喷焰的电导率随微波频率的变化关系.

6.1. 充放电情形下尘埃粒子半径对电导率的影响

从物理意义上看, 尘埃粒子半径越大, 电子与尘埃粒子非弹性碰撞的概率就会相应增大, 电子将微波电场能量转化为尘埃等离子体内能的规模也会进一步增大, 由此表现为电导率的增加. 设环境压强 $p = 10^4 \text{ Pa}$, 温度 $T = 3000 \text{ K}$, 电子的浓度 $N_e = 10^{19}/\text{m}^3$; 尘埃粒子浓度 $N_d = 10^{13}/\text{m}^3$, 分别取尘埃粒子半径 $r_d = 10^{-6} \text{ m}$ 和 $r_d = 10^{-5} \text{ m}$ 代入计算, 所得结果如图 1. 作为对比, 图中还给出了不考虑尘埃粒子 ($N_d = 0$) 时的电导率结果. 由图 1 可见, 考虑尘埃充放电时的电导率远大于不考虑尘埃时的电导率, 且在其他条件相同的情况下, 尘埃粒子半径越大, 电导率也越大.

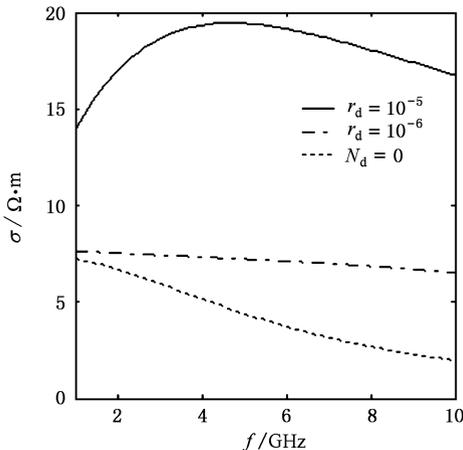


图 1 尘埃大小对电导率曲线的影响

6.2. 充放电情形下尘埃粒子浓度对电导率的影响

尘埃粒子浓度的增大会使电子与尘埃粒子完全非弹性碰撞的总次数增加, 这也会增大微波电场能量的转化规模, 使微波的衰减加剧. 设尘埃粒子浓度分别为 $10^{13}/\text{m}^3$ 和 $10^{14}/\text{m}^3$, 尘埃粒子半径均为 $r_d = 5 \times 10^{-6} \text{ m}$, 环境压强、温度、电子浓度仍与上述情

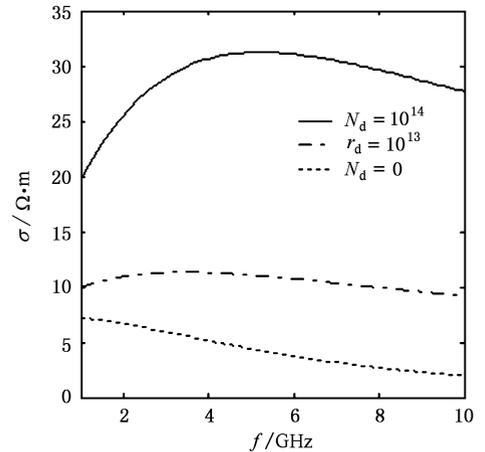


图 2 尘埃浓度对电导率曲线的影响

况相同, 计算得出的电导率曲线如图 2 所示. 图中还给出不考虑尘埃粒子 ($N_d = 0$) 时的电导率结果.

由图 2 可见, 在电子浓度以及其他条件相同的情况下, 尘埃粒子浓度的增大, 会使尘埃等离子体的电导率显著增加, 这意味着即使电子的浓度不变, 只要尘埃粒子的浓度增加, 固体火箭喷焰对微波的衰减也将会增大. 这一结论与美国土星计划测试所观测到的现象一致 (参见文献 [19] 中的图 8 及相关情况). 文献 [19] 描述, 在相同的外部环境下, 当含钾较高的制动固体火箭单独工作时, 其喷焰对微波的衰减为 30—35dB; 当含钾很低的助推固体火箭单独工作时, 其喷焰没有引起可观测到的微波衰减, 但当制动火箭和助推火箭同时燃烧时, 产生的喷焰对微波的衰减甚至超过了 60dB. 文献 [19] 对此没有给出明确地解释, 因为在那里没有考虑尘埃粒子的作用.

7. 结论与讨论

在尘埃等离子体中尘埃粒子的充放电过程是尘埃等离子体与普通等离子体之间的一个重大区别. 以上分析表明, 电子对尘埃粒子的充放电会对尘埃等离子体的电导率产生明显的影响. 需要强调的是, 充电响应因子 η 与电子浓度、尘埃粒子浓度以及尘埃粒子半径的平方这三者的乘积成正比, 从某种意义上说, 对于一定频率的入射波, 尘埃等离子体的电导率和介电常数与充电响应因子 η 的大小有关, 而不只是取决于电子的浓度, 这是尘埃等离子体电磁特性与一般等离子体的不同之处. 在分析弱电

离尘埃等离子体对微波的衰减及反射特性时,应该引起特别的注意.

当尘埃粒子的大小成离散分布时(27)和(28)两式的最后一项可改为如下的求和方式

$$\sigma = \epsilon_0 \frac{\omega_{pe}^2 \nu_{eff}}{\omega^2 + \nu_{eff}^2} + \sum_j \eta_j \frac{\omega^2 - \nu_{jch} \nu_{eff}}{(\omega^2 + \nu_{jch}^2)(\omega^2 + \nu_{eff}^2)}, \quad (33)$$

$$\epsilon = \epsilon_0 \left(1 - \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2 + \nu_{eff}^2} \right) + \sum_j \eta_j \frac{\nu_{jch} + \nu_{eff}}{(\omega^2 + \nu_{jch}^2)(\omega^2 + \nu_{eff}^2)}, \quad (34)$$

(33)及(34)等式右边的第一项为不考虑尘埃时的电导率和介电常数;第二项则为尘埃充放电对电导率和介电常数的贡献.其中 η_j 和 ν_{jch} 是相同尘埃粒子的充电响应因子及电荷弛豫速率.

- [1] Geiger A A 1965 *AIAA* **65** 184
- [2] Xie B S 2000 *Plasma Sci. Technol.* **2** 171
- [3] Hong X R, Duan W S, Sun J A, Lu K P 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 2671 (in Chinese) [洪学仁、段文三、孙建安、石玉仁、吕克璞 2003 物理学报 **52** 2671]
- [4] Wang Z X, Liu J Y, Zou X, Liu Y, Wang X G 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 793 (in Chinese) [王正泓、刘金远、邹秀、刘悦、王晓刚 2004 物理学报 **52** 434]
- [5] Li J W, Li Z Y, 2004 *Chin. Space Sci.* **24** 321 (in Chinese) [李嘉巍、李中元 2004 空间科学学报 **24** 321]
- [6] Li F, Li L L, Sui Q 2004 *Science in China (Series E)* **34** 832 (in Chinese) [李芳、李廉林、隋强 2004 中国科学(E) **34** 832]
- [7] Li F, Lv B W, Havnes O 1996 *Science in China (Series A)* **26** 954 (in Chinese) [李芳、吕保维、Havnes O 1996 中国科学(A) **26** 954]
- [8] Ginzburg V L 1978 *The Propagation of Electromagnetic Waves in Plasmas* (Beijing: Science Press) p34 (in Chinese) [B. JI. 金兹堡. 1978 电磁波在等离子体中的传播. 钱善等译(北京:科学出版社) p34]
- [9] Shukla P K, Mamun A A 2002 *Introduction to Dusty Plasma Physics* (London: IOP Publishing Ltd) p101
- [10] Jana M R, Sen A, Kaw P K 1993 *Phys. Rev. E* **48** 3930
- [11] Ma J X, Yu M Y 1994 *Phys. Rev. E* **50** 2431
- [12] Liu Q Y, An D M, Zhang P 1999 *JSRT* **22** 26 (in Chinese) [刘青云、安冬梅、张平 1999 固体火箭技术 **22** 26]
- [13] Li J Q, Li X J, Tan G M 2004 *J. Propulsion Techn.* **5** 40
- [14] Abe T, Fujita K, Ogawa H, Funaki I 2000 *AIAA* 2484
- [15] Gregor W K M, Drakes J A, Beale K S, Sherrill F G 1992 *AIAA* 2917
- [16] Zhang H A, Ye D Y, Hou X, Gao B 2001 *JSRT* **24** 1 (in Chinese) [张宏安、叶定友、侯晓、高波 2001 固体火箭技术 **24** 1]
- [17] Liu Q Y, Zhang P, An D M 1999 *JSRT* **20** 45 (in Chinese) [刘青云、张平安、冬梅 1999 固体火箭技术 **20** 45]
- [18] Du G R 2003 *JSRT* **26** 15 (in Chinese) [杜国如 2003 固体火箭技术 **26** 15]
- [19] Eiy O P 1966 *Journal of Spacecraft and Rockets* **3** 310

Influence of charge and discharge processes of dust particles on the dust plasma conductivity^{*}

Shi Yan-Xiang^{1)†} Ge De-Biao¹⁾ Wu Jian²⁾

¹⁾ *Department of Physics, Xidian University, Xi'an 710071, China*

²⁾ *China Research Institute of Radiowave Propagation, National Key Laboratory of Electromagnetic Environment, Beijing 102206, China*

(Received 6 November 2005 ; revised manuscript received 22 January 2006)

Abstract

The formulation of conductivity and dielectric susceptibility for the dust plasma at weak ionization is deduced by solving the Boltzmann's equation and Shukla's equation, which are the governing equations on dust particle charge and discharge processes, provided that the weak external electromagnetic field is imposed and the space dispersion neglected. The proper parameters of a solid rocket exhaust plume are then substituted into the derived formulae. The calculated results show that the radius and concentration of dust particles have significant influence on the conductivity and dielectric susceptibility.

Keywords : dust plasma , Boltzmann's equation , Shukla's equation , conductivity

PACC : 5225M , 5225Z , 5225D

^{*} Project supported by the Fund for the National Key Laboratory of Electromagnetic Environment (Grant No. 51486040205DZ0101).

[†] E-mail :stomm1234@yahoo.com.cn