

一种时延范德波尔电磁系统中的复杂行为(I) ——分岔与混沌现象

马西奎 杨 梅 邹建龙 王玲桃

(西安交通大学电气工程学院,西安 710049)

(2005 年 9 月 13 日收到 2006 年 1 月 16 日收到修改稿)

建立了一种可积的无穷维系统——时延范德波尔电磁系统,采用 Poincaré 映射分析了系统随参数 E 和 λ 变化发生的分岔与混沌现象,发现这种时延系统具有复杂的非线性动力学特性,例如吸引子共存、间歇性混沌、类似边界碰撞分岔通向混沌以及周期增加的现象.在研究系统时间混沌行为的同时,还对空间混沌行为进行了初步分析,通过描绘空间分布图发现时延范德波尔电磁系统随参数 E 和 λ 变化时,在空间中会呈现出周期和混沌等不同的图案.

关键词:分岔,混沌,无穷维系统,时延范德波尔电磁系统

PACC: 0545

1. 引 言

虽然非线性无穷维系统在自然界中是普遍存在的,但却是人们了解最少的系统之一.近年来,随着混沌理论的提出,有关低维系统中的时间混沌研究已经形成了比较系统的理论^[1],然而对于无穷维系统中的非线性研究工作至今仍然很少,这主要是由于人们对描述非线性无穷维系统的偏微分方程的解还缺乏深入的认识.实际上,大量的实际系统是具有时间和空间结构的时空系统,时空混沌的研究具有更重要的理论意义和应用前景.考虑到传输线沿线电压、电流关系由偏微分方程描述,它是一个典型的无穷维系统,因此研究其中的非线性现象对了解无穷维系统的复杂行为能提供极为有益的准备.它作为模拟时空混沌的简单模型,已受到广泛的重视^[2-6],因为由此发展起来的时空混沌理论有可能用于解释湍流的机理,为开发它无比丰富的状态源创造条件.

自上个世纪 60 年代起,人们对非线性传输线的研究主要集中在两类系统中:1)以二极管为终端的传输线系统^[2,3];2)时延蔡氏电路^[4-7].值得注意的是,对于终端为二极管的传输线系统,无法找到解析解,而时延蔡氏电路由于是一个分段线性系统,分析起来也十分困难.本文基于范德波尔电路,建立了一

种简明的且可积的无穷维系统——时延范德波尔电磁系统,并对其中复杂的非线性现象进行了分析,发现了很多不同于有限维系统的非线性现象,丰富了无穷维系统的非线性研究成果.

本文工作主要包括:1)给出时延范德波尔电磁系统模型,采用 Poincaré 映射方法建立了其离散映射模型;2)对时延范德波尔电磁系统进行数值仿真,分析其非线性特性;3)对非线性终端含有直流偏置情况的不对称时延范德波尔电磁系统进行数值仿真与分析,并通过描绘空间分布图来观察系统在空间中的混沌.

2. 时延范德波尔电磁系统模型

众所周知,范德波尔电路是一种典型的非线性振荡电路,它的电路原理如图 1 所示^[8].其中,非线性电阻 R_N 的伏安特性曲线见图 2,有一段呈负电阻特性,其伏安关系可以表示为

$$i_{R_N} = g(v_{R_N}) = \frac{1}{3}v_{R_N}^3 - v_{R_N}. \quad (1)$$

本文采用如下方法对范德波尔电路进行无穷维拓展.首先将范德波尔电路中的线性电感 L 和线性电容 C 用一段无损均匀传输线代替,然后在传输线左端接一个线性正(负)电阻 R ,构成的新系统如图 3 所示.由于传输线会对系统右侧非线性电阻端的

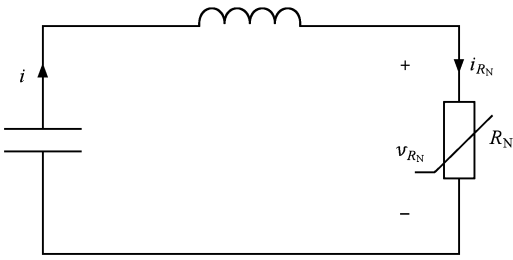


图 1 范德波尔电路原理图

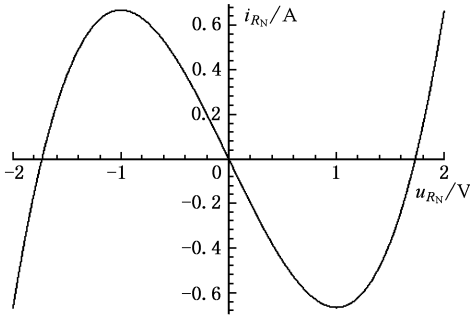


图 2 非线性电阻 R_N 的伏安特性曲线

信号引入一个时延,因此可以称该系统为时延范德波尔电磁系统.值得注意的是,本文建立的并不是纯粹的时延电路.当线性电阻 R 为负电阻时,传输线对左端点反射波分量将有一个放大的作用.也正是由于这种放大作用与非线性电阻的弯折作用相结合才引起了丰富的非线性动力学行为.由于传输线具有分布参数的性质,因此时延范德波尔电路是一种无穷维系统.

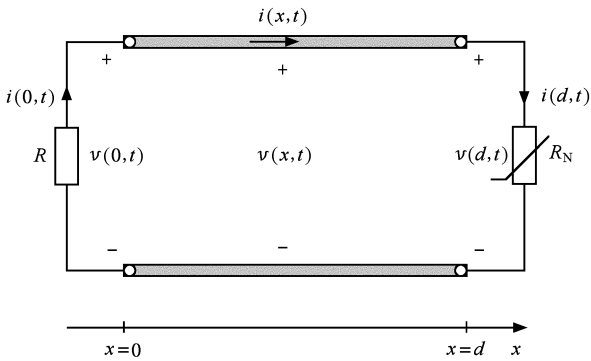


图 3 时延范德波尔电磁系统模型

3. 系统方程及分析

无损均匀传输线沿线的电压、电流满足电报

方程

$$\begin{aligned} \frac{\partial u(x,t)}{\partial x} &= -L \frac{\partial i(x,t)}{\partial t}, \\ \frac{\partial i(x,t)}{\partial x} &= -C \frac{\partial u(x,t)}{\partial t}, \end{aligned} \quad (0 < x < d, t \geq 0), \quad (2)$$

其中, L, C 分别为传输线单位长度上的电感和电容.

假设已知初始时刻沿线电压、电流分布分别为

$$\begin{aligned} u(x,t=0) &= v_0(x), \\ i(x,t=0) &= i_0(x), \end{aligned} \quad (0 \leq x \leq d). \quad (3)$$

根据电路图 3, 电路满足如下边界条件:

$$u(x=0,t) = -Ri(x=0,t) \quad (t \geq 0), \quad (4)$$

$$i(x=d,t) = g(u(x=d,t)) \quad (t \geq 0), \quad (5)$$

其中 $g(\cdot)$ 为非线性电阻 R_N 的伏安特性关系, 见(1)式.

方程式(2)–(5)描述了电路满足的基本方程、初始条件和边界条件, 它们构成了一个偏微分方程的定解问题. 根据行波理论, 电报方程式(2)的解可以写成

$$u(x,t) = u^-(t-x/c) + u^+(t+x/c), \quad (6)$$

$$\begin{aligned} i(x,t) &= \frac{1}{R_c} [u^-(t-x/c) \\ &\quad - u^+(t+x/c)], \end{aligned} \quad (7)$$

其中, $u^+(t+x/c)$ 和 $u^-(t-x/c)$ 分别表示电压左行波分量和右行波分量; c 为传输线中波的传播速度; R_c 为传输线特征阻抗. 由边界条件(4)式不难得到

$$\frac{u^-(t)}{u^+(t)} = \frac{R - R_c}{R + R_c} = \lambda, \quad (8)$$

其中, λ 是左端点 ($x=0$) 处的电压反射系数. 同时, 系统在 $x=d$ 处满足边界条件(5)式, 将(6)式和(7)式代入(5)式得

$$\begin{aligned} &\frac{1}{R_c} \left[u^-(t-d/c) - \frac{1}{\lambda} u^-(t+d/c) \right] \\ &= g \left(u^-(t-d/c) + \frac{1}{\lambda} u^-(t+d/c) \right). \end{aligned} \quad (9)$$

这里, 我们令波在传输线上来回传播一次所用的时间为 T , 即 $T = 2d/c$, 称 T 为波的一个传播周期. 同时, 做 $t' \rightarrow t - d/c$ 替换, 通过求解方程式(9), 得到边界 $x=0$ 处电压右行波分量 $u^-(t)$ 满足如下时延方程(10)式, 其映射关系曲线如图 4 所示(取 $R_c < 1$).

$$\begin{aligned}
 u^-(t) &= F[u^-(t-T)] = \lambda \times \mathcal{F}[u^-(t-T)] \\
 &= \lambda \left\{ \frac{1}{R_c} \times [3R_c^2 u^-(t-T) + \sqrt{R_c^3 \cdot (1-R_c)^3 + 9R_c^4 u^-(t-T)^2}]^{1/3} - u^-(t-T) \right. \\
 &\quad \left. + \frac{R_c - 1}{[3R_c^2 u^-(t-T) + \sqrt{R_c^3 \cdot (1-R_c)^3 + 9R_c^4 u^-(t-T)^2}]^{1/3}} \right\}. \quad (10)
 \end{aligned}$$

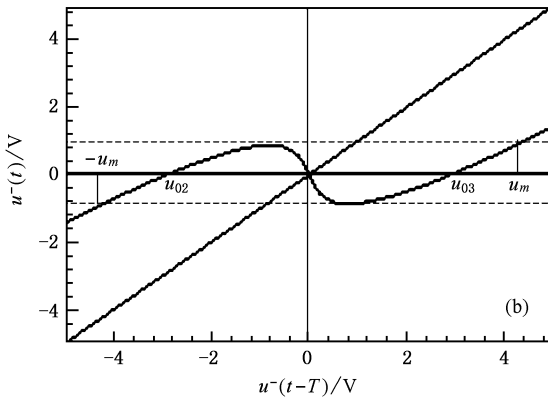
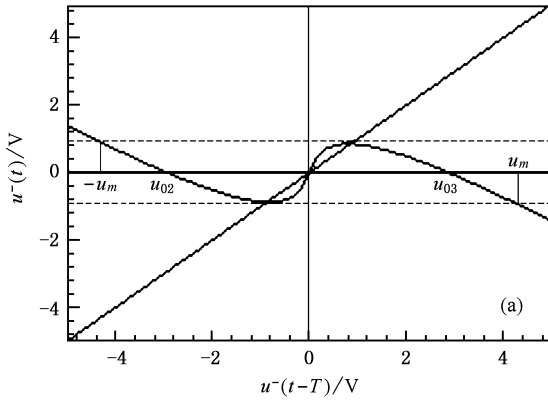


图4 左端点电压反射波分量映射关系曲线($R_c = 0.55\Omega$) (a) $\lambda = 1$ (b) $\lambda = -1$

从(10)式可以看出,只要已知 $u^-(t)$ 在一个周期内的初值,就可求得左端点电压反射波分量随时间变化的历程.根据(6)–(8)式,并结合已知的初始时刻($t=0$)传输线沿线电压 $v_0(x)$ 、电流 $i_0(x)$ 的空间分布,可以得到在 $-T/2 \leq t \leq T/2$ 的一个周期内,左端点电压反射波分量满足如下关系:

$$\begin{aligned}
 u_0^-(t) &= \begin{cases} \frac{1}{2}[v_0(-ct) + R_c i_0(-ct)], & (-T/2 \leq t \leq 0), \\ \frac{\lambda}{2}[v_0(ct) - R_c i_0(ct)], & (0 \leq t \leq T/2). \end{cases} \quad (11)
 \end{aligned}$$

根据(6)和(8)式,可以得到传输线沿线电压分布满足

$$\begin{aligned}
 v(x,t) &= u^-(t-x/c) + \frac{1}{\lambda} u^-(t+x/c), \\
 (0 \leq x \leq d), \quad (12)
 \end{aligned}$$

可以看出,只要已知函数 $u^-(t)$ 在 $-d/c \leq t \leq d/c$ 时间轴上的表达式,就可以得到传输线在 $t \geq 0$ 的任意时刻的电压分布.如上所述,结合(10)式和初始周期表达式(11),已经求得了 $u^-(t)$ 在 $t \in [-d/c, \infty)$ 范围内的值,所以根据(12)式容易得到传输线沿线电压分布.同理,传输线沿线电流分布可以类似地求解.

4. 时延范德波尔电磁系统中的分岔与混沌

(10)式给出了左端点处电压反射波分量 $u^-(t)$ 满足的方程,它对分析是非常有利的.研究表明,随反射系数 λ 的变化(即随线性电阻 R 变化),传输线沿线电压会表现出周期和混沌等复杂的动力学行为.

本文采用Poincaré映射^[9]方法考察左端点电压反射波分量 $u^-(t)$ 的混沌动力学特性.其中,离散时间间隔 Δt 自然地取为 π (即波在传输线上的一个传播周期),得到时延方程对应的Poincaré映射在形式上与(10)式相同,记为

$$u_{n+1}^- = F(u_n^-). \quad (13)$$

下面根据(13)式考察时延范德波尔电磁系统随反射系数 λ 变化所发生的分岔与混沌现象.

4.1. 映射区间 I_1 以及 λ 收敛范围的确定

首先确定系统的映射区间和 λ 对应的收敛范围.为分析问题方便起见,将映射关系做归一化处理.令 $\frac{u_{n+1}^-}{\lambda} = \bar{u}_{n+1}^-$ (13)式可以记为

$$\bar{u}_{n+1}^- = \mathcal{F}(u_n^-), \quad (14)$$

(14)式的映射关系曲线与图4(a)相同.根据(14)式

以及它的奇对称性,容易确定出该映射与横轴有 3 个交点: $u_{01} = 0, u_{02} = -\sqrt{3\left(1 + \frac{1}{R_c}\right)}$ 和 $u_{03} = -u_{02}$; 并且在区间 $[u_{02}, u_{03}]$ 内,存在两个极值点: $\bar{u}_{\max} = \frac{1+R_c}{3}\sqrt{1+\frac{1}{R_c}}$ 和 $\bar{u}_{\min} = -\bar{u}_{\max}$.

映射区间 I_1 通过如下方法确定. $I_1 = [-u_m, u_m]$ 其中 u_m 满足

$$|f(u_m)| = \bar{u}_{\max}, u_m \notin [u_{02}, u_{03}]. \quad (15)$$

可以看出,对于任何 $u_0 \in I_1$,当 $|\lambda| \leq \lambda_{\max}$ 时 ($\lambda_{\max} = \left|\frac{u_m}{u_{\max}}\right|$),系统将映射到自身;而当 $|\lambda| \geq \lambda_{\max}$ 时,对 $u_0 \notin I_1$ 的任何初值, u_n 将迅速发散.

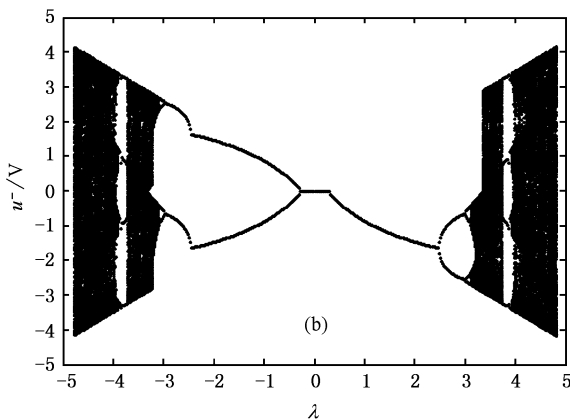
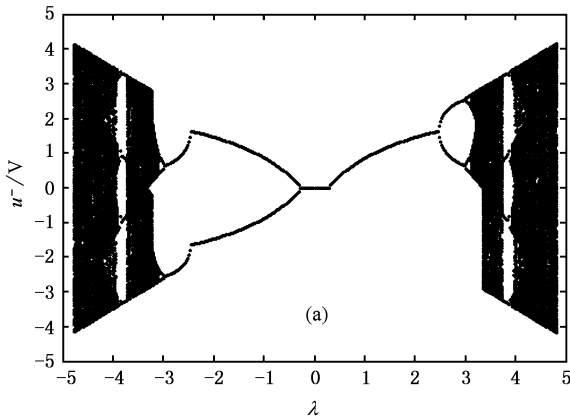


图 5 $R_c = 0.55\Omega, \lambda$ 为分岔参数的 $u^-(n)$ 分岔图 (a) $u^-(0) = 0.5V$ (b) $u^-(0) = -0.5V$

4.2. 吸引子共存与倍周期分岔现象

图 5(a)(b) 分别对应从不同初值 u_0 出发,以反射系数 λ 为分岔参数的反射波分量 $u^-(n)$ 的分

岔图.从图 5(a)(b) 中可以看出,当 $|\lambda| < 0.29$ 时, $u^-(n)$ 收敛到零状态;而在 $[0.29, 2.463]$ 范围内,对于不同的初值,映射存在 P1 吸引子共存.分析不动点稳定性发现,当 $|\lambda| < \left|\frac{1-R_c}{1+R_c}\right| \approx 0.29$ 时,反射波分量收敛到零状态;而当 $\frac{1-R_c}{1+R_c} < \lambda < \lambda_b$ ($\lambda_b = \frac{2+\sqrt{3+R_c^2}}{1+R_c} \approx 2.463$ 为由 P1 向 P2 过渡的分岔点.) 时,系统存在两个稳定的不动点,这表明若初值不同,最终可能收敛到不同的 P1 吸引子.此外,从分岔图中不难观察到当 $\lambda = 2.8$ 时,系统收敛到不同的 P2 状态;当 $\lambda = 3$ 时, P4 吸引子共存;以及当 $\lambda = 3.3$ 时,出现混沌吸引子共存现象.

由图 5 可以看出,映射存在有由倍周期分岔通向混沌的道路.当反射系数 $\lambda \approx 2.989$ 时,发生由 P2 到 P4 的倍周期分岔; $\lambda \approx 3.078$ 时,又由 P4 通过倍周期分岔进入 P8;..... 本文还计算了离散映射的 Schwarzian 导数^[10],其值小于零.从图 5 中还可以看到存在着狭窄的周期窗口.此外在图 5 所示的 2 带混沌区中,自左向右依次还存在着 $2 \times 3P, 2 \times 4P, 2 \times 5P, \dots$ 窗口.

为了能从物理意义上更好地解释当反射系数 λ 变化时,时延范德波尔电磁系统的动力学特性,现在讨论以下几种特殊的情况.

1) $\lambda = 1$ (匹配情况,即 $R = R_c$)

当左端电阻 $R = R_c$ (即负载匹配)时,传输线上没有反射波分量,此时左行波携带的能量全部由负载吸收,对应的右行波 $u^-(t) \equiv 0$.

2) $\lambda = -1$ (短路情况,即 $R = 0$)

当左端电阻 $R = 0$ (即短路情况)时,在传输线左端发生全反射.此时左行波携带的能量全部以反射波的形式传播回去.且每反射一次,左行波被反相一次.因此系统达到稳态时,左端点电压右行波分量 $u^-(t)$ 的 Poincaré 映射处于稳定的 P2 状态.

3) $\lambda = 1$ (开路情况,即 $R \rightarrow \infty$)

当左端电阻 $R \rightarrow \infty$ (即开路情况)时,电磁波传播到传输线左端时也会发生全反射.与短路情况不同的是,此时电压右行波分量与左行波分量同相.在没有外电路提供能量的情况下,传输线系统最终将达到稳态. $u^-(t)$ 的 Poincaré 映射将处于稳定的 P1 状态.

5. 不对称时延范德波尔电磁系统的非线性动力学特性

在前面的研究中,左端点电压右行波分量映射关系曲线具有对称的特点.如果在传输线右端边界串联一个直流偏置电压 E ,将会破坏系统的这种对称性,电路结构如图 6 所示.在这种不对称的时延范德波尔电磁系统中,传输线沿线电压、电流满足的电报方程不变,仅仅边界条件(5)式变为

$$i(x = d, t) = g(v(x = d, t) - E), \quad (t \geq 0). \quad (16)$$

利用与前面同样的分析方法,得到左端点电压

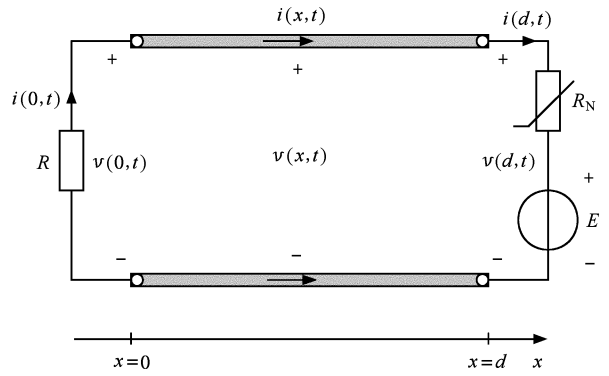


图 6 带直流偏置电压的时延范德波尔电磁系统

反射波分量满足下列时延方程:

$$u^-(t) = \lambda [u^-(t - T)] = \lambda \left\{ \frac{1}{2R_c} [24R_c^2 u^-(t - T) - 12R_c^2 E + 4 \sqrt{4R_c^3 \cdot (1 - R_c)^3 + 9R_c^4 \cdot [2u^-(t - T) - E]^2}]^{3/2} + \frac{\chi(R_c - 1)}{[24R_c^2 u^-(t - T) - 12R_c^2 E + 4 \sqrt{4R_c^3 \cdot (1 - R_c)^3 + 9R_c^4 \cdot [2u^-(t - T) - E]^2}]^{3/2}} - u^-(t - T) + E \right\}. \quad (17)$$

此时,映射关系曲线如图 7 所示(取 $R_c = 0.55\Omega, E = 1V$).很显然,该映射相当于原映射经坐标平移

$$\begin{cases} x \rightarrow x + \frac{E}{2} \\ y \rightarrow y + \frac{\lambda \cdot E}{2} \end{cases} \text{后的结果.}$$

同样,采用 Poincaré 映射方法研究不对称时延范德波尔电磁系统的混沌动力学特性.其中,映射区间 $I'_1 = [-u_m + \frac{E}{2}, u_m + \frac{E}{2}]$, λ 收敛范围的确定方法与前面相类似.

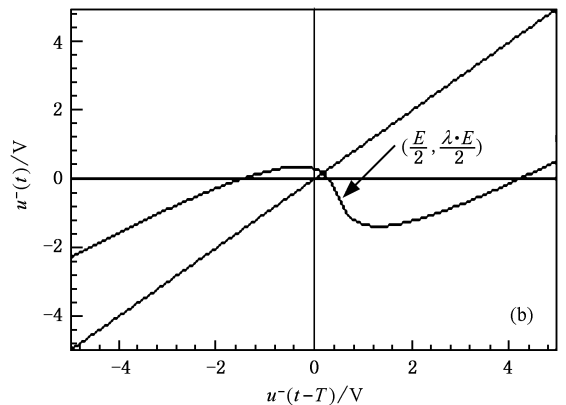
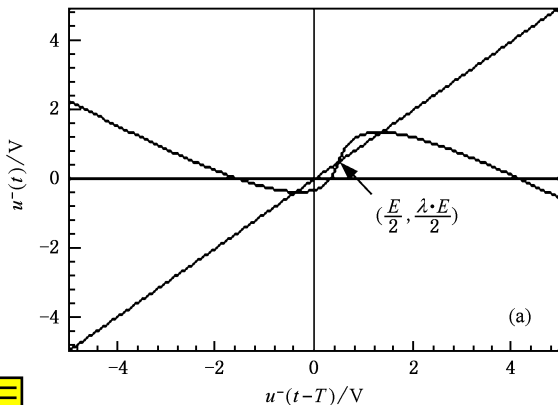


图 7 含直流偏置电压的反射波分量映射关系曲线($R_c = 0.55\Omega, E = 1V$) (a) $\lambda = 1$ (b) $\lambda = -1$

当 $E = 1V$ 时,从不同初值出发得到的分岔图如图 8(a)(b)所示.可以看出,不对称时延范德波尔

电磁系统中不仅存在有周期吸引子共存现象,并且出现了混沌吸引子与周期吸引子共存的情形.

从图 8(a)可以看出,在 $\lambda = 0.68$ 附近电压反射波分量的稳态值随 λ 变化不连续.这是在连续光滑系统中不多见的,产生这种跳跃的主要原因是此时映射曲线与分角线 $y = x$ 相切,当 λ 减小到 $\lambda \leq 0.67$ 时,原来稳定的不动点退化,映射的吸引域发生变

化,系统被吸引到另外一个稳定的 P1 轨道.同时,在 $\lambda = 2.92$ 附近,出现了混沌吸引子到周期吸引子的跳跃,其产生机理主要是由吸引子共存引发的.仔细观察还可以发现在 $\lambda = 3.7$ 附近,出现了高倍周期轨道与 P2 轨道共存.

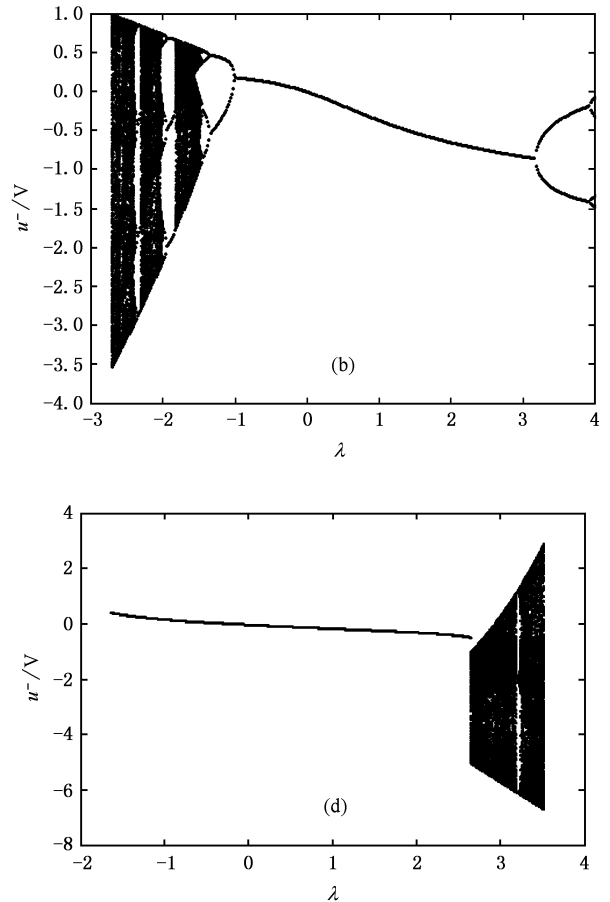
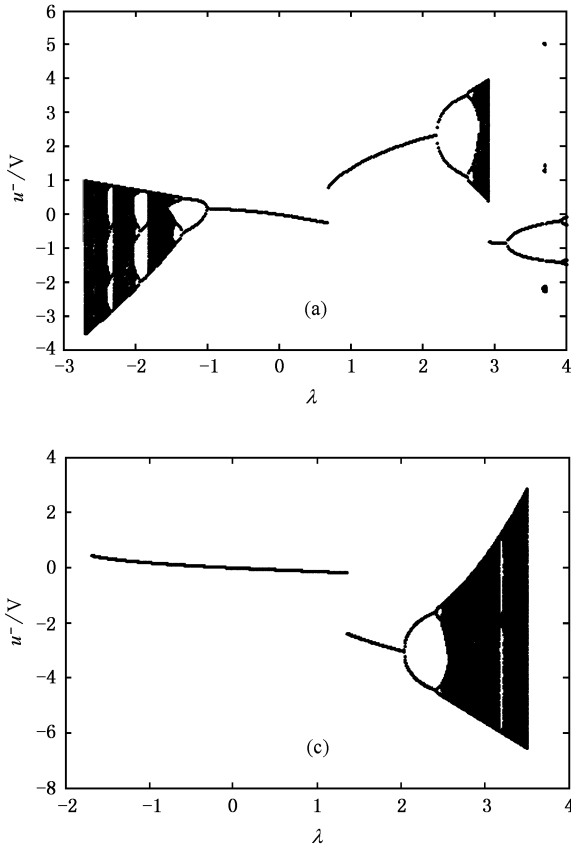


图 8 反射系数 λ 为分岔参数的 $u^-(n)$ 分岔图 (a) $E = 1V, u^-(0) = 1.31V, -2.72 \leq \lambda \leq 4.02$ (b) $E = 1V, u^-(0) = -0.31V, -2.72 \leq \lambda \leq 4.02$ (c) $E = -2V, u^-(0) = 1.31V, -1.7 \leq \lambda \leq 3.5$ (d) $E = -2V, u^-(0) = -0.31V, -1.7 \leq \lambda \leq 3.5$

比较图 8(a)和(b),可以看出从不同初值出发,系统在 $2.2 \leq \lambda \leq 2.9$ 范围内,存在有 P1 吸引子与 P2, P4, P8, ... 以及混沌吸引子共存的现象.

由图 8(a)(b)还可以看出,随着 λ 的减小,系统由周期 1 进入周期 2,随后通过倍周期分岔进入混沌;在 $\lambda = -1.8$ 附近进入周期 3,通过倍周期分岔进入混沌;又在 $\lambda = -2.3$ 附近进入周期 4,同样也是通过倍周期分岔进入混沌.....这种现象类似于 Sharkovsky 发现的周期增加现象^[4].其区别是,Sharkovsky 在研究时延蔡氏电路时发现的周期增加现象中,每次周期增加后都由周期态直接进入混沌态,而本文研究的系统则是通过倍周期分岔进入混沌.产生这种现象的原因主要是由于本文研究的系

统是一个连续光滑系统,一般通过倍周期分岔进入混沌,而文献 4 中的时延蔡氏电路是一个分段线性系统,映射存在导数不连续的情况,系统发生了边界碰撞,会突然由某个周期轨道跃变到混沌态.

当 $E = -2V$ 时,从不同初值出发的映射分岔图如图 8(c)(d)所示.分岔图中也存在吸引子共存现象.值得注意的是,在图 8(d)中,从初值 $u^-(0) = -0.31V$ 出发,则在 $\lambda = 2.62$ 附近系统由 P1 状态突然进入混沌态,这类似于在分段光滑系统中常见的边界碰撞分岔现象.然而,它产生的机理却完全不同.在本文研究的连续光滑系统中,这种现象产生的原因是随着 λ 的变化,映射的吸引域发生变化,导致了“类似边界碰撞”的发生.

分别比较图 8(a)与(c)(b)与(d)还可以发现,对于相同的初值以及相同的参数 λ ,偏置电压 E 直接影响着端点电压的混沌动力学特性.例如,当 $\lambda = -1.7$ 时,图 8(a)处于混沌状态,而图 8(c)则处于稳定的周期 1 状态.

由于直流偏置电压的存在,时延范德波尔电磁系统的对称性被破坏,系统不再沿着典型的倍周期分岔道路通向混沌.对于不同的初始值,系统将被吸引到不同的轨道.随着直流偏置电压 E 和参数 λ 的变化,出现了丰富的非线性现象.通过计算加入相同的直流偏置电压时相应的 Lyapunov 指数随参数 λ 的分布,可知对于某些 λ 参数值来说 Lyapunov 指数是大于零的;另外还发现对于含直流偏置的时延范德波尔电磁系统,若初值不同,对应的 Lyapunov 指数随参数 λ 的分布也不同.

本文研究的时延范德波尔电磁系统不仅存在时间上的混沌,其空间沿线电压、电流分布也会出现混沌.假设初始时刻传输线沿线电压右行波分量的空间分布 $u^-(x/c+0)$ 为梯形分布,如图 9 所示.下面分别从电压右行波分量的空间分布图和左端点电压反射波分量的叠加分岔图^[11],来研究不对称时延范德波尔电磁系统在空间和时间的混沌.图 10(a), (b)分别对应于 $E = 1V, \lambda = 2.65$ 和 $E = 1V, \lambda = 2.85$ 时,经过 1000 个传播周期后电压右行波分量 $u^-(x/c + 1000T)$ 的空间分布图.可以看出,当 $E = 1V, \lambda = 2.65$ 时, $u^-(x, 1000T)$ 在空间中稳定到 5 个稳态值,参照分岔图 8,此时左端点电压右行波分量存在 P1 吸引子与 P4 吸引子共存的现象.当 $E = 1V, \lambda = 2.85$ 时,空间分布图如图 10(b)所示,此时电压右行波分量在空间上的分布进入混沌状态.

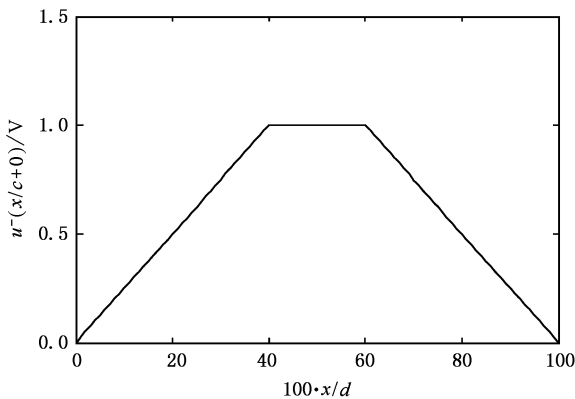


图 9 初始时刻电压右行波分量沿线空间分布

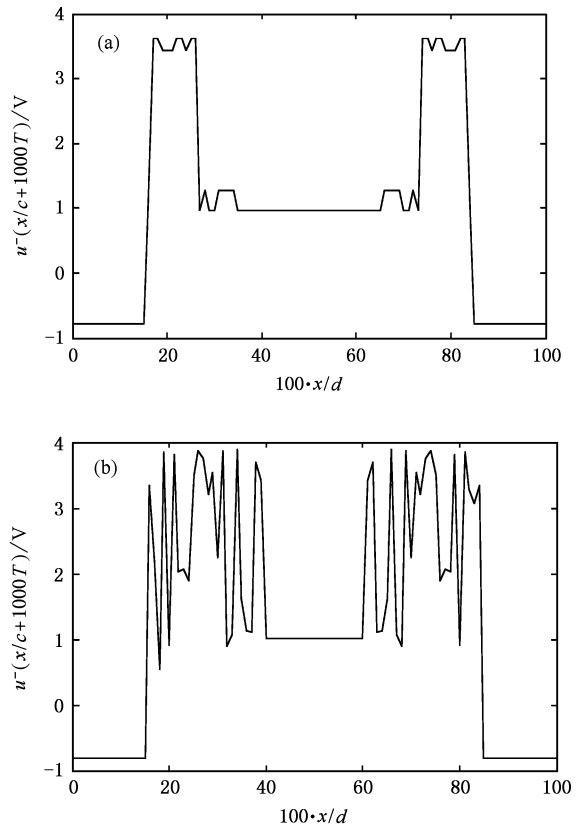


图 10 左端点电压右行波分量空间分布图 (a) $E = 1V, \lambda = 2.65$ (b) $E = 1V, \lambda = 2.85$

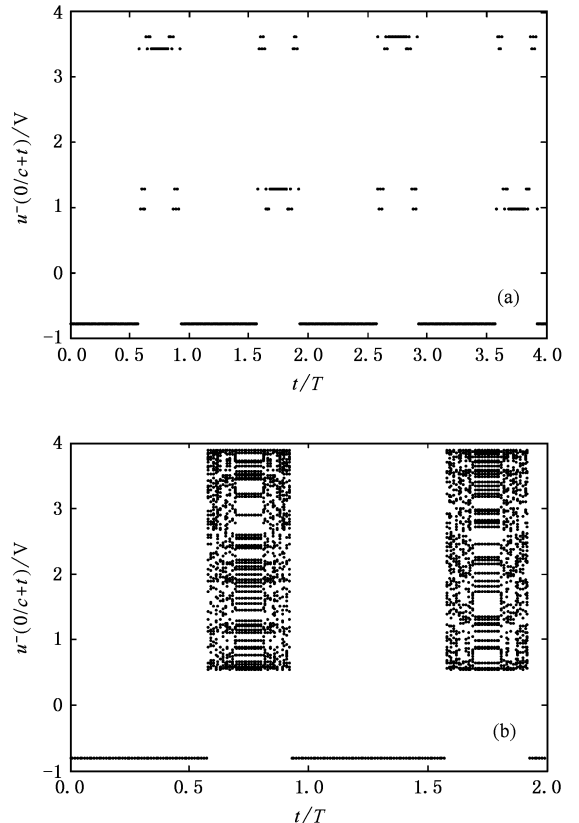


图 11 左端点电压反射波分量的叠加分岔图 (a) $E = 1V, \lambda = 2.65$ (b) $E = 1V, \lambda = 2.85$

图 11(a)和(b)分别对应参数 $E = 1V, \lambda = 2.65$

和 $\lambda = 2.85$ 时,左端点电压右行波分量的叠加分岔图.叠加分岔图的做法如下,去掉前 1000 个周期作为过渡过程,以时间为横坐标,以电压右行波分量幅值为纵坐标,在图 11(a)中每 4 个传播周期 T 为一个单元,将 50 个单元的幅值叠加到同一幅图中,在图 11(b)中每 2 个传播周期 T 为一个单元,画法类似.

分析叠加分岔图 11(a)可以看出,左端点电压右行波分量在时间上处于周期 4.图 11(b)中出现了周期 1 与混沌间歇发生的行为,是一种间歇性的混沌现象.值得注意的是,这种间歇性混沌与有限维系统中常见的间歇性混沌有所区别,它具有整周期的特点,即以电压波在传输线上的一个传播周期 T 为整周期,周期内出现周期 1 与混沌间歇发生的行为.

6. 讨论与结论

本文研究了一种时延范德波尔电磁系统中的分

岔与混沌现象,发现了许多与有限维系统不同的非线性特性.数值仿真发现,对于对称的时延范德波尔电磁系统,系统沿着倍周期分岔的道路进入混沌,并且发现了吸引子共存现象.在非线性电阻端增加直流偏置电压 E 会破坏映射的对称性.对于不同的初值和参数组合,不对称的时延范德波尔电磁系统通向混沌的道路不同,发现了周期加通向混沌以及类似边界碰撞分岔通向混沌的道路.通过描绘叠加分岔图还发现,不对称的时延范德波尔电磁系统还存在一种具有整周期特点的间歇性混沌现象,这种现象产生的原因主要有两点:1)系统存在吸引子共存现象;2)时延范德波尔电磁系统是一个无穷维系统.值得注意的是,不对称时延范德波尔电磁系统可能出现周期吸引子与混沌吸引子共存的现象.即初值不同,对应的 Lyapunov 指数分布也可能不同,这与对称时延范德波尔电磁系统中的吸引子共存是有区别的.通过描绘空间分布图,观察到时延范德波尔电磁系统随参数 λ 和 E 变化时,在空间中也会呈现出周期和混沌等不同的图案.

- [1] Liu B Z , Peng J H 2004 *Nonlinear Dynamics* (Beijing : Higher Education Press) p214 (in Chinese) [刘秉正、彭建华 2004 非线性动力学(北京:高等教育出版社)第 214 页]
- [2] Shimura M 1967 *IEEE Trans. Circ. Syst.* **14** 60
- [3] Corti L , De Menna L , Miano G , Verolino L 1994 *IEEE Trans. Circ. Syst.* **41** 730
- [4] Sharkovsky A N , Maistrenko Y , Chua L O 1993 *Journal of Circuits , Systems , and Computers* **3** 645
- [5] Hosny E A , Sobhy M I 1994 *IEEE Trans. Circ. Syst.* **41** 915
- [6] Biey M , Bonani F , Gilli M , Maio I 1997 *IEEE Trans. Circ. Syst.* **44** 486
- [7] Kawata J , Nishio Y , Ushida A 1997 *IEEE Trans. Circ. Syst.* **44**

556

- [8] Qiu G Y 2001 *Electric circuit* (Beijing : Higher Education Press) p457 (in Chinese) [邱关源 2001 电路(北京:高等教育出版社)第 457 页]
- [9] Edward Ott 1993 *Chaos in dynamical Systems* (Cambridge : Cambridge University Press)
- [10] Banerjee S , Verghese G C 2001 *Nonlinear phenomena in power electronics : Attractors , Bifurcations , Chaos , and Nonlinear Control* (New York : IEEE Press)
- [11] Zhang H , Ma X K , Liu W Z 2005 *Chaos Solitons and Fractals* **23** 431

Study of complex behavior in a time-delayed van der Pol 's electromagnetic system (I)

——The phenomena of bifurcations and chaos

Ma Xi-Kui Yang Mei Zou Jian-Long Wang Ling-Tao

(School of Electrical Engineering , Xi'an Jiaotong University , Xi'an 710049 , China)

(Received 13 September 2005 ; revised manuscript received 16 January 2006)

Abstract

In this paper , a simple infinite dimensional system (time-delayed van der Pol 's electromagnetic system) with rigorous solution is developed. Based on Poincaré mapping of the right-traveling voltage wave at the left end of the transmission line ($x = 0$) , the phenomena of bifurcations and chaos are investigated with the variation of system parameters E and λ . Numerical results show that there are very complex nonlinear dynamical behaviors in this time-delayed system , such as attractor co-existing , intermittent chaos , quasi border collision bifurcation to chaos and period-adding phenomena. In the meantime of studying the temporal chaotic behaviors , the spatial chaotic behaviors are preliminarily analyzed. Through depicting spatial distribution profile of the voltages , the different spatial patterns are observed in the time-delayed van der Pol 's electromagnetic system with the variation of system parameters E and λ , such as chaos , period and so on.

Keywords : bifurcation , chaos , infinite dimensional system , time-delayed van der Pol 's electromagnetic system

PACC : 0545