### 一种时延范德波尔电磁系统中的复杂行为(Ⅱ) ——时空混沌图案动态

### 王玲桃 马西奎 邹建龙 杨 梅

(西安交通大学电气工程学院,西安 710049) (2005年9月13日收到2006年1月16日收到修改稿)

对于一个由线性无损传输线加非线性边界条件组成的简单无穷维电磁系统,应用行波理论确定了电压反射波的局部映射关系.数值仿真结果表明,当系统参数发生变化时,传输线沿线电压存在着非常丰富的时空非线性现象.通过描绘出空间振幅变化图和时空行为发展图,定性分析了传输线沿线电压的时空混沌图案动态,为研究和理解时空混沌提供了一种良好的可求解模型.

关键词:图案,时空混沌,无穷维系统,时延范德波尔电磁系统

**PACC**: 0545

### 1. 引 言

近年来 非线性动力学研究引起了人们的广泛 关注 ,人们对于非线性现象的认识也取得了可喜的 成果[12].随着在低维动力系统中非线性理论应用的 不断深入 ,无穷维动力系统中的时空复杂现象也已 成为人们关注的焦点[34].低维动力系统中的混沌研 究只涉及时间复杂性 ,难以讨论空间图案 ,而自然界 中的现象都是在一定的时间和空间中出现的 ,大量 实际系统的状态都是同时随时间和空间而变化的 , 分析这类无穷维动力系统要比分析仅随时间变化的 系统更为复杂、也更难处理 . 与低维动力系统相比 , 无穷维动力系统具有许多重要特性 ,也很容易得到 振荡解以至混沌解 . 但是目前 ,人们对于无穷维动力 系统时空发展行为的认识尚处于摸索阶段 .

无穷维动力系统的例子很多,传输线就是一种典型的无穷维电磁系统。由于传输线沿线的电压、电流关系由偏微分方程描述,因此含传输线的系统是一个无穷维的电磁系统。近年来,有关传输线时延系统及传输线系统中的时空非线性现象研究引起了许多学者的关注[5-10]。本文基于范德波尔电路,建立了一种简明的且可积的非线性传输线系统——时延范德波尔电磁系统,并对传输线沿线电压复杂的时空混沌图案动态进行了定性分析,观察到了许多不同于低维系统的非线性现象,丰富了无穷维系统的非

### 线性研究成果.

本文工作主要包括:1)给出时延范德波尔电磁系统模型 应用行波理论建立了传输线左端点电压右行波的局部离散映射模型及传输线沿线电压的离散映射关系 2)对非线性终端不加直流偏置的对称时延范德波尔电磁系统中的沿线电压进行数值仿真 ,并通过描绘空间分布图、Poincaré 映射演化图、振幅变化图和时空行为发展图来观察系统的时空混沌图案动态 3)对非线性终端含有直流偏置的不对称时延范德波尔电磁系统进行数值仿真 ,分析系统的时空非线性特性.

### 2. 时延范德波尔电磁系统模型与方程

时延范德波尔电磁系统的电路原理如图 1 所

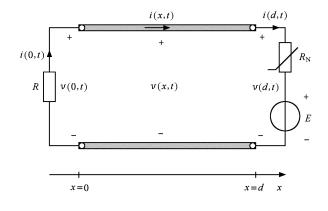


图 1 传输线时延范德波尔电磁系统模型

 $\pi^{[11]}$ .其中,电阻 R 为线性负电阻,非线性电阻  $R_N$  的伏安关系可以表示为

$$i_{R_{\rm N}} = g(v_{R_{\rm N}}) = \frac{1}{3}v_{R_{\rm N}}^3 - v_{R_{\rm N}}.$$
 (1)

### 2.1. 电压右行波分量的局部映射关系

根据行波理论,无损传输线满足的电报方程的解为

$$u(x,t) = u^{-}(t - x/c) + u^{+}(t + x/c), (2)$$

$$u(x,t) = \frac{1}{R_{c}} [u^{-}(t - x/c) - u^{+}(t + x/c)](3)$$

其中  $u^+(t+x/c)$  和  $u^-(t-x/c)$  分别表示电压左 行波分量和右行波分量 ;c 为传输线中波的传播速度 ; $R_c$  为传输线特征阻抗 . 将(2)(3)式与传输线边界条件结合并整理 ,可以得到边界 x=0 处电压右行波分量  $u^-(t)$  的局部映射关系式为

$$u^{-}(t) = \lambda \int [u^{-}(t-T)]$$

$$= \lambda \left\{ \frac{1}{2R_{c}} [24R_{c}^{2}u^{-}(t-T) - 12R_{c}^{2}E + 4\sqrt{4R_{c}^{3} \cdot (1-R_{c})^{3} + 9R_{c}^{4} \cdot [2u^{-}(t-T) - E]^{2}}]^{1/3} \right\}$$

$$+ \frac{2(R_{c}-1)}{[24R_{c}^{2}u^{-}(t-T) - 12R_{c}^{2}E + 4\sqrt{4R_{c}^{3} \cdot (1-R_{c})^{3} + 9R_{c}^{4} \cdot [2u^{-}(t-T) - E]^{2}}]^{1/3}}$$

$$- u^{-}(t-T) + E \right\}, \qquad (4)$$

这里 T = 2d/c 为波的一个传播周期.(4)式的详细推导过程和局部映射关系曲线见文献 11].

### 2.2. 传输线沿线电压、电流的分布

假设已知初始时刻沿线电压、电流分布分别为

$$v(x, t = 0) = v_0(x),$$
  
 $i(x, t = 0) = i_0(x),$   
 $(0 \le x \le d),$  (5)

则在初始周期 –  $T/2 \le t_0 \le T/2$  内 左端点电压右行 波分量满足如下关系:

$$u_{0}^{-}(t_{0}) = \frac{1}{2}[v_{0}(-ct_{0}) + R_{c}i_{0}(-ct_{0})],$$

$$(-T/2 \leq t_{0} \leq 0),$$

$$u_{0}^{-}(t_{0}) = \frac{\lambda}{2}[v_{0}(ct_{0}) - R_{c}i_{0}(ct_{0})],$$

$$(0 \leq t_{0} \leq T/2).$$
(6)

任意时刻传输线沿线电压、电流满足

$$v(x,t) = u^{-}(t-x/c) + \frac{1}{\lambda}u^{-}(t+x/c),$$
 $(0 \le x \le d),$ 
 $(x,t) = \frac{1}{R_c} \left[ u^{-}(t-x/c) - \frac{1}{\lambda}u^{-}(t+x/c) \right],$ 
 $(0 \le x \le d),$ 
 $(8)$ 
可以看出 ,只要已知函数  $u^{-}(t_0)$ 在  $-T/2 \le t_0 \le T/2$ 
时间范围内的表达式,就可以得到传输线在  $t \ge 0$  的

任意时刻的电压分布,如果将左端点电压右行波分

量的局部映射(4)式与初始周期表达式(6)相结合, 再结合行波的传播过程,根据(7)(8)式就可以得到传输线沿线电压和电流的分布。

### 3. 时延范德波尔电磁系统的离散模型

上述的时延范德波尔电磁系统的时间、空间和状态变量是连续的,它们适于用偏微分方程来描述,但无论是进行理论分析还是数值计算,都比较复杂,而且运算量也大。一种有效的方法是将时间和空间变量离散化,但状态变量仍保持连续,既能克服上述缺点,又能从本质上显示出系统复杂的时空特性。在这里,我们对空间变量 x 和时间变量 t 同时进行离散化.

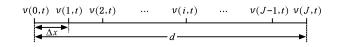


图 2 传输线空间离散方式

如图 2 所示 将长度为 d 的传输线在空间中均匀离散成 J 等份 则空间离散步长为  $\Delta x = d/J$  ,各离散点的空间坐标为  $x = i\Delta x$  ,i = 0 ,1 ,2 ,... ,J ;电压(或电流 )的右行波分量和左行波分量在空间中以速度(  $c = 1/\sqrt{LC}$  )沿 x 方向分别向右和向左进行传播 因此取离散时间步长为  $\tau = \Delta x/c$  ,各离散点的时

间坐标为  $t = n\tau$  ,n = 0 ,1 ,2 ,... ;初始周期 –  $T/2 \le t_0$  < T/2 内 ,离散时间  $n_0$  与连续时间  $t_0$  的对照关系 如表 1 所示.

表 1 离散时间  $n_0$  与时间  $t_0$  的对应关系

$t_0$	- T/2	$-T/2 + \tau$	 0	τ	 $T/2 - \tau$
$n_0$	0	1	 J	J + 1	 2 <i>J</i> – 1

将传输线沿线电压表示为用离散时间变量和离散空间变量表示的序列。假设已知左端点电压右行波分量在初始周期[-T/2,T/2)内的值 $u^-(0,n_0)$ ( $n_0=0$ ,1,... 2J-1)),根据(7)式可以得到离散时间序列 $u^-(0,n)$ 满足如下迭代关系:

$$u^{-}(0, n + 2J) = \lambda \cdot f(u^{-}(0, n)),$$
  

$$(n = n_0 + 2kJ, k = 0, 1, 2, ...).$$
 (9)

应用(9)式可以计算出  $u^{-}(0,n)$ 随时间的发展规律.

根据传输线沿线电压与左端点右行波分量的关系式(7),得到如下离散化的传输线沿线电压(i,n)在(i,n)在(i,n)的时间轴上的离散映射关系式

$$u(i,n) = u^{-}(J-i+n) + \frac{1}{\lambda} \cdot u^{-}(J+i+n),$$

$$(i = 0,1,\dots,J,n = 0,1,2,\dots).$$
(10)

基于(9)与(10)式,可以分析传输线沿线各点电压随时间变化的发展规律,即传输线电压在时间-空间中的整体发展行为.

## 4. 时延范德波尔电磁系统的时空混沌 动态分析

显示时空图案最常用的两种方法是空间振幅变化图  $^{14]}$ . 前者可以用来观察系统各格点状态随时间的发展变化行为 ,后者则更为直观地展示了时空非线性现象在时间和空间的变化行为 .本文通过仔细调节 x=0 处的反射系数  $\lambda$  (即调节线性电阻 R )进行数值仿真实验 ,描绘出相应的波形图 ,定性分析了传输线时延系统中时空混沌的各种图案 ,阐述时空混沌的机理 . 在数值实验中 ,选择系统长度 L=51 ,即 J=50 .沿传输线取 51 个格点上的电压为系统状态变量 .

### 4.1. 直流偏置电压 E = 0V 的情况

首先取偏置电压 E = 0V ,分析电压右行波分量 局部映射(7)式随反射系数  $\lambda$  变化时 ,传输线沿线 电压的时空行为 .这时 , $\lambda > 0$  与  $\lambda < 0$  的电压右行波 局部映射的动态过程基本相似,本文仅考虑  $\lambda > 0$  时的传输线沿线电压随着  $\lambda$  增加的时空动态行为. 图 3 给出了电压右行波分量局部映射的分岔图在  $2.9 \le \lambda \le 4.8$  范围内的放大图,图中用箭头指向的反射系数  $\lambda$  值,对应于在随后的数值分析中表示不同的时空混沌图案时所选取的参量值.

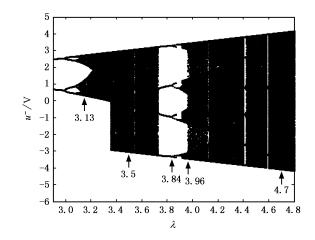


图 3  $u_0 = 0.5 \text{V}$  , E = 0 V 时  $u^-$  局部分岔图

当参数  $\lambda < \lambda_1 \approx 2.463$  时,电压右行波分量局部映射只有周期 1 解,此时传输线沿线电压的行为也是平庸的,它的最终行为是电压  $\imath(i,n)$ 所有的状态都落在一个值上.当参数  $\lambda_1 < \lambda < \lambda_2 \approx 2.989$  时,电压右行波分量局部映射出现了倍周期分岔,传输线沿线电压出现了扭结与反扭结现象.

若给定电路左端点电压反射波分量在一个周期内的初始值为图 4 所示的半正弦波.图 5(a)为  $\lambda=2.8$ 时,舍去 1000次的暂态过程后,将每个格点随时间演化 100 个周期的状态叠加到一起而成的空间振幅变化图.从分岔图(图 3 )中不难观察到当  $\lambda=2.8$ 时,系统收敛到周期 2 状态;由图 5(a)也可以看到传输线沿线电压的时间变化行为也呈现出周期 2 的

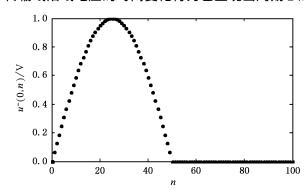
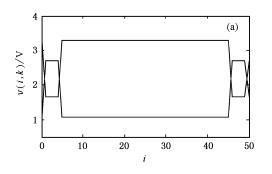


图 4  $u^{-}(0,n)$  在初始周期内的分布

状态 ,在空间方向上出现了扭结现象 .图  $\S$  b )为  $\lambda$  = 2.8 时传输线沿线电压的时空行为发展图 ,可知传输线沿线电压随时间、空间的变化行为也呈现出周期 2 的状态 .需要指出的是 ,在相同的参数  $\lambda$  下 ,如果左端点电压右行波分量在初始周期内的取值不同 则传输线沿线电压的空间振幅变化与时空发展行为也会不相同 .研究表明 ,扭结位置对于不同的初始条件是不同的 ,但经过过渡过程后 ,扭结的位置将不随时间而变化 .但是在相同的参数  $\lambda$  下 ,初始值不会改变传输线沿线电压的非线性动力学特性 ,即系统是否处于混沌状态仅与  $\lambda$  相关 .

当参数 λ 进一步增大时 ,电压右行波分量局部 映射的行为将越来越复杂 ,传输线沿线电压的时空 混沌图案动态也将更为多样化.图 6—13( a ) ( b ),

(c)(d)分别画出了电压右行波分量在一个周期内的初始值为正弦半波时,不同 λ 对应的空间分布图、第 25 个空间格点状态的 Poincaré 映射演化图、空间振幅变化图、时空行为发展图. 由图 3 可知,λ = 3.13 时的电压右行波局部映射处于二带混沌区,同样从图 (d)(c)可以看出,第 25 个空间格点状态的 Poincaré 映射时间演化和空间所有格点的状态随时间的发展行为均呈二带混沌状态;图 (d)清楚地显示出传输线沿线电压随时间发展和在空间中传播也是以小幅度振荡的形式.可以看出在该参数下,混沌被限制,空间振幅在四个混沌窄带内变化,可以称其为一种受限制的时空混沌现象.这种图案模式一直保留到电压右行波局部映射从二带混沌区到一带混沌区的并合点附近.



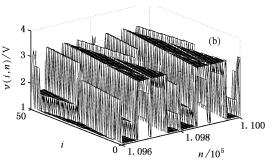


图 5  $\lambda = 2.8$  时传输线沿线电压 (a)空间振幅变化图;(b)时空行为发展图

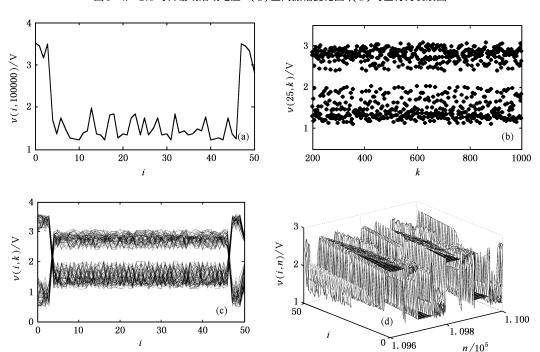


图 6 传输线沿线电压的数值仿真结果( λ = 3.13 ) (a )空间分布图(b )第 25 个格点状态的 Poincaré 映射演化图(c )空间 振幅变化图(d )时空行为发展图

当参数  $\lambda$  进一步增大时,二带混沌波动幅度逐渐增大,二带混沌区域趋于交错在一起。最后达到一带混沌的状态.  $\lambda=3.5$  时电压右行波局部映射处于一带混沌区,由图 7(b)(c) 可以看出,第 25 个空间格点状态的 Poincaré 映射时间演化和所有格点状态随时间的发展行为均呈混沌状态,通过图 7(d) 可以清楚地看到传输线沿线电压在时间和空间的传播过程并未完全达到混沌状态,振荡的幅度也不是很大,

通过比较图 6(c)和 7(c)可以发现,如果继续增加  $\lambda$  混沌的波动幅度也逐渐增大.需要指出的是,由空间振幅变化图观察到的混沌图案只是随时间的变化和在空间方向的传播分别处于混沌状态,但此时在时空方面并未达到完全时空混沌状态.通过比较图 6(d)和 7(d)的时空行为发展图可以观察到,随着 $\lambda$  的增大,时空周期态的区域逐渐减少,时空混沌态的区域逐渐扩大.

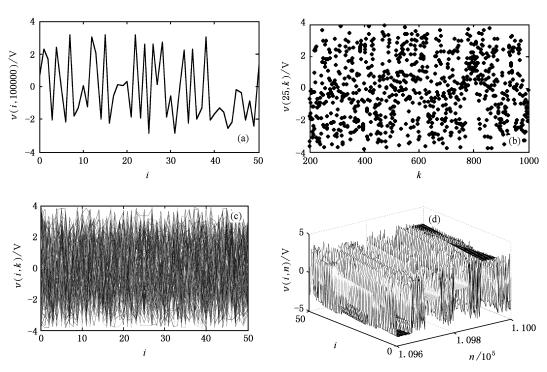


图 7 传输线沿线电压的数值仿真结果(  $\lambda$  = 3.5 ) ( a )空间分布图 ( b )第 25 个格点状态的 Poincaré 映射演化图 ( c )空间振幅变化图 ( d )时空行为发展图

当  $\lambda$  = 3.84 时,由图 3 可知电压右行波分量局部映射处于混沌间歇区的周期 4 窗口内. 由图 8 (a)(b)可以看到传输线沿线电压在 n = 100000 时刻的空间分布、第 25 个空间格点状态的 Poincaré映射时间演化呈现周期 4 的状态. 由图 8(c)可知系统中所有格点的状态随时间的发展行为也呈现周期 4 的状态,然而图 8(d)的时空行为发展图并没有呈现周期 4 的状态,但是与  $\lambda$  = 3.5 时的时空行为发展图相比,时空周期态的区域有所扩大,时空混沌态的区域有所减小.

当  $\lambda$  = 3.96 时,电压右行波局部映射临近于混沌区的周期 4 窗口与混沌区的交界处,由图  $\mathfrak{g}(a)$ 可以看到传输线沿线电压在 n = 100000 时刻的空间分布处于高倍周期态,图  $\mathfrak{g}(b)$ 表明第 25 个空间格点状态的 Poincaré 映射时间演化也表现为高倍周期

态,介于周期态与混沌态之间,由图  $\S(c)$ 可以看到扭结点将空间、沿横轴)分成一些不相关的区域。在相同参数  $\lambda$  下,对于不同的初值  $u^-(0,n)$ ,这些区域的位置和尺寸的分布是不同的,由图  $\S(d)$ 可以清楚地看到传输线沿线电压在时间和空间的传播过程并未完全达到混沌状态,但与  $\lambda=3.84$  时的时空行为发展图相比,时空周期态的区域减小很多,时空混沌态的区域扩大很多,研究表明,当反射系数  $\lambda$  对应于局部映射分岔图混沌间歇区内相对宽一些的周期窗口时,可以有效地抑制时空混沌状态,

继续增加  $\lambda$  对空混沌的震荡幅度逐渐增大  $\lambda$  决定动状态将逐渐扩散  $\lambda$  直到趋于图  $\lambda$  所示的完全时空混沌状态  $\lambda$  研究表明  $\lambda$  ,即使未加直流偏置电压 ,随着系统参数  $\lambda$  的逐渐增大  $\lambda$  ,传输线沿线电压的时空混沌现象也是非常复杂的 ,需要经过不同的图案

### 最终才能达到完全时空混沌状态.

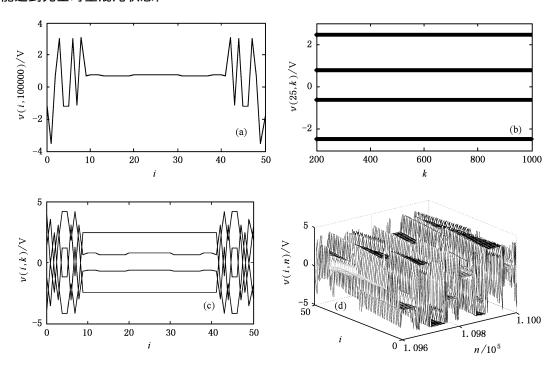


图 8 传输线沿线电压的数值仿真结果( $\lambda=3.84$ )(a)空间分布图(b)第25 个格点状态的 Poincaré 映射演化图(c)空间振幅变化图(d)时空行为发展图

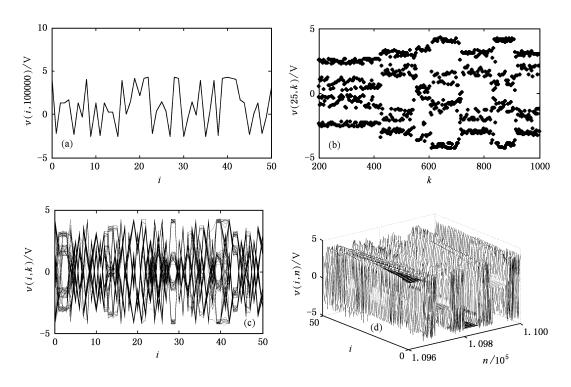


图 9 传输线沿线电压的数值仿真结果(  $\lambda$  = 3.96 ) ( a )空间分布图 ( b )第 25 个格点状态的 Poincaré 映射演化图 ( c )空间振幅变化图 ( d )时空行为发展图

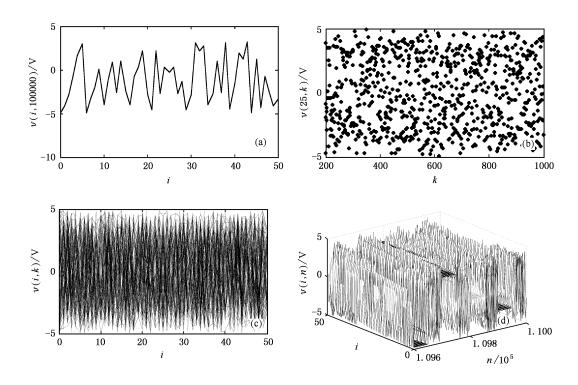


图 10 传输线沿线电压的数值仿真结果( $\lambda = 4.7$ )(a)空间分布图(b)第 25 个格点状态的 Poincaré 映射演化图(c)空间振幅变化图(d)时空行为发展图

### 4.2.加直流偏置电压的情况

这里,以 E=1V 为例来分析加直流偏置电压时的时空混沌动态过程。图 11 为电压右行波分量局部映射分岔图在  $2.6 \le \lambda \le 2.95$  范围内的放大,图中用箭头指向的反射系数  $\lambda$  值 对应于我们在随后的数值实验中表示不同的时空混沌图案时所选取的参量值。

当参数  $\lambda < \lambda_1 \approx 2.186$  时,电压右行波分量局部映射只有周期 1 解,此时传输线沿线电压的行为也是平庸的,电压 v(i,n)所有的状态都落在一个值

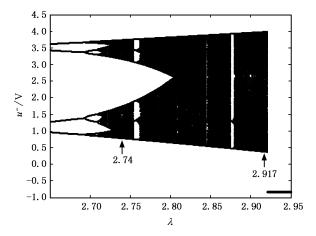


图 11 E = 1V,  $u_0 = 0.5V$  时  $u^-$  局部分岔图

上. 当参数  $\lambda_1 < \lambda < \lambda_2 \approx 2.622$  时,电压右行波分量局部映射出现了倍周期分岔,传输线沿线电压出现了扭结与反扭结现象,扭结的位置对于不同的初始条件是不同的,但经过过渡过程后,扭结的位置将不再随时间而变化

当参数  $\lambda$  进一步增大时,加直流偏置时与不加直流偏置时传输线沿线电压时空非线性的动态也将不同.  $\lambda$  = 2.74 时的电压右行波局部映射处于二带混沌区,由图 1 $\chi$  b) ( c) 可以看出,第 25 个空间格点状态的 Poincaré 映射时间演化和所有格点的状态随时间的发展行为均呈二带混沌状态,但与图  $\chi$  c)相比不同的是空间振幅只在两个混沌窄带内变化. 图 1 $\chi$  d) 清楚地显示传输线沿线电压随时间变化和在空间上也是以很小的幅度振荡进行传播。

 $\lambda$  = 2.917 时电压右行波分量局部映射处于一带混沌区 ,由图 13( b)( c)可以看出,第 25 个空间格点状态的 Poincaré 映射时间演化和所有格点的状态随时间的发展行为均呈混沌状态,通过图 13( d)可以清楚地看到传输线沿线电压在时间和空间中的传播过程并未完全达到混沌状态。比较图 12( c)和 13( c)可以发现,当参数  $\lambda$  进一步增大时,二带混沌区域逐渐扩大,最后达到整个区域混沌的状态,随着  $\lambda$  的继续增大,混沌区域的波动幅度也逐渐增大,通过

比较图 12( d )和 13( d )的时空行为发展图可以观察到 随着 λ 的增大,时空周期态的区域逐渐减小,时空混沌态的区域逐渐扩大,需要指出的是 尽管电压右行波分量局部映射分岔图在混沌区中出现了周期

6、周期 3 窗口 ,当参数  $\lambda$  对应于分岔图中混沌间歇区的周期窗口的参量时 ,对时空的混沌运动状态有所抑制 ,但由于周期窗口过于狭窄 ,参数  $\lambda$  稍有变化 ,对时空混沌状态的抑制作用就不是很明显 .

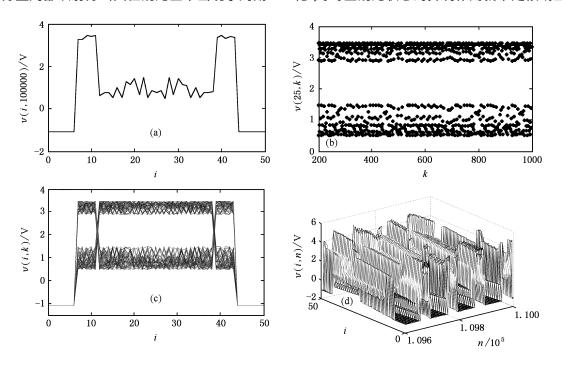


图 12 传输线沿线电压的数值仿真结果( $E=1V_\lambda=2.74$ )(a)空间分布图(b)第 25 个格点状态的 Poincaré 映射演化图;(c)空间振幅变化图(d)时空行为发展图

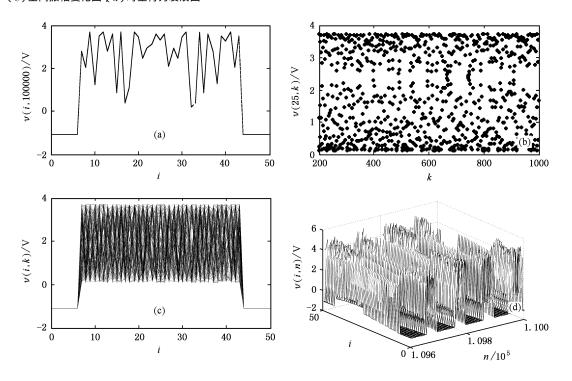


图 13 传输线沿线电压的数值仿真结果( $E=1V_{\lambda}=2.917$ )(a)空间分布图(b)第 25 个格点状态的 Poincaré 映射演化图(c)空间振幅变化图(d)时空行为发展图

当参数  $\lambda$  继续增加时,传输线沿线电压在时间和空间的传播过程没有达到如图 10(d)所示的完全时空混沌状态,就直接进入周期 1 的状态;若参数  $\lambda$  继续增大,还会出现周期 2、周期 4 等状态. 研究结果表明,加直流偏置电压时,随着系统参数  $\lambda$  的逐渐增大,传输线沿线电压的时空混沌经过几种不同的时空图案,但最终没有达到完全时空混沌状态. 直流偏置电压 E 的加入会使传输线沿线电压产生时空混沌现象的  $\lambda$  的相应范围减小,使得在  $\lambda$  的某些范围内加直流偏置电压 E 可以抑制传输线沿线电压的时空混沌运动状态(如 E=1V 时, $\lambda \in [3.13$ ,4.02]),而在  $\lambda$  的另一些范围内,加入直流偏置电压 E 可以加速传输线沿线电压的时空混沌扩散运动(如 E=1V 时, $\lambda \in [2.71,2.92]$ ).  $\lambda$  值的具体范围与直流偏置电压 E 的取值有关.

### 5. 结 论

本文数值模拟了传输线时延范德波尔电磁系统

中产生时空混沌的过程.数值实验结果表明:1) 若初值不同,空间振幅变化图的纽结位置也不同 2)通向时空混沌的过程是二带混沌区域逐渐扩大,最后整个区域达到混沌的状态  $\beta$ )当调节参数  $\lambda$  使得电压右行波分量局部映射处于混沌间歇区时,可以使时空混沌运动状态得到抑制  $\lambda$ ) 在参数  $\lambda$  的某些范围内,加入直流偏置电压 E 可以抑制时空混沌状态,而在参数  $\lambda$  的另一些范围内,直流偏置电压 E 的加入可以加速传输线沿线电压的时空混沌扩散运动, $\lambda$  的取值范围取决于所加直流偏置电压 E 的量值.此外,从时空混沌的图案动态过程这一角度分析时空非线性现象,对理解传输线沿线电压的时空发展规律具有重要意义

最后需要指出的是,本文只是用空间振幅变化 图和时空行为发展图,显示了时延范德波尔电磁系 统中的时空复杂行为,这仅是一种定性的描述,这些 描述还远远不足以刻画这些复杂的时空行为.为此, 进一步的研究工作是还需要引入许多不同的定量刻 画方法.

- [ 1 ] Zhang H , Ma X K , Yang Y , Xu C D 2005  $\mathit{Chin}$  .  $\mathit{Phys}$  . 14 86
- [2] Li M, Ma X K, Dai D, Zhang H 2005 Acta Phys. Sin. **54** 1084(in Chinese ] 李 明、马西奎、戴 栋、张 浩 2005 物理学报 **54** 1084]
- [3] Shibata H 2001 Physica A 292 182
- [4] Kaneko K 1989 Physica D **34** 1
- [5] Corti L , De Menna L , Miano G , Verolino L 1994 *IEEE Trans* . Circ . Syst . I 41 730
- [6] Sharkovsky A N, Maistrenko YU, Chua L O 1993 Journal of Circuits, Systems, and Computers 3 645
- [7] Hosny E A, Sobhy M I 1994 IEEE Trans. Circ. Syst. I 41 915
- [8] Biey M, Bonani F, Gilli M, Maio I 1997 IEEE Trans. Circ. Syst.
- [9] Sharkovsky A N 1993 IEEE Trans. Circ. Syst. I 40 781

- [ 10 ] Bai E W , Lonngren K E 2000 Chaos Solitons and Fractals 11 935
- [11] Ma X K, Yang M, Zou J-L, Wang L T 2006 Acta Phys. Sin. 55 5648 in Chinese I 马西奎、杨 梅、邹建龙、王玲桃 2006 物理学报 55 5648 ]
- [12] Liu B Z, Peng J H 2004 Nonlinear Dynamics (Beijing: Higher Education Press) p53% in Chinese) [刘秉正、彭建华 2004 非线性动力学(北京 高等教育出版社)第 538页]
- [13] Yang W M 1994 Spatiotemporal Chaos and Coupled Map Lattices (Shanghai: Shanghai Scientific and Technological Education Publishing House) p1% in Chinese I 杨维明 1994 时空混沌和耦 合映象格子(上海:上海科技教育出版社)第17页]
- [14] Jiang P Q, Wang B H, Xia Q H, Bu S L 2004 Acta Phys. Sin. 53 3280 in Chinese J 蒋品群、汪秉宏、夏清华、卜寿亮 2004 物理学报 53 3280]

# Study of complex behavior in a time-delayed van der Pol 's electromagnetic system ( I ) ——Pattern dynamics in spatiotemporal chaos

Wang Ling-Tao Ma Xi-Kui Zou Jian-Long Yang Mei

( School of Electrical Engineering , Xi 'an Jiaotong University , Xi 'an 710049 , China )

( Received 13 September 2005 ; revised manuscript received 16 January 2006 )

#### Abstract

Based on a simple infinite dimensional electromagnetic system consisting of a linear lossless transmission line in combination with a nonlinear boundary condition, the local map of backward voltage wave is established by using the traveling wave theory. The numerical simulation results show rich spatiotemporal nonlinear phenomena in the voltage wave on the lossless transmission line. The pattern dynamics in spatiotemporal chaos of the voltage wave on the lossless transmission line are qualitatively analyzed by depicting space-amplitude plot and space-time diagram. A good model with solution is established to study and understand the spatiotemporal chaos.

**Keywords**: pattern , spatiotemporal chaos , infinite dimensional system , time-delayed van der Pol 's electromagnetic system **PACC**: 0545