第 55 卷 第 11 期 2006 年 11 月
1000-3290/2006/55(11)/5667-07
物 理 学 报
ACTA PHYSICA SINICA
Vol.55, No.11, November, 2006

开关变换器混沌 PWM 频谱量化特性分析*

杨 汝[1)2)†] 张 波[1)]

1)(华南理工大学电力学院,广州 510640)

2)(广州大学物理与电子工程学院,广州 510006)

(2005 年 11 月 30 日收到;2006 年 3 月 29 日收到修改稿)

将 PWM 脉冲波形作为一个过程或事件流,在分析周期扩频 PWM 的频谱特征基础上,基于统计学的原理分析了混沌扩频 PWM 的特征函数、概率密度函数,基于不变分布计算分析了混沌扩频 PWM 功率谱密度,由此得出混沌扩频 PWM 抑制 EMI 的特点,从而说明混沌扩频抑制开关变换器 EMI 的有效性.实验验证了理论分析的结论.

关键词:混沌扩频,频谱量化,电磁干扰

PACC:0545

1. 引 言

开关变换器脉宽调制(PWM)的高频开关工作状态,是目前最严重的电磁干扰源(EMI)之一.长期以来,解决开关变换器 EMI 的方法,主要采取硬件滤波和屏蔽措施,其显著的缺点是增加变换器的成本和体积,且效果强烈依赖于设计者的经验.研究人员也试图从机理上解决开关变换器的电磁干扰问题,如采用软开关技术降低功率开关管的电流、电压应力,以减少电流、电压高频谐波[1—3].1996 年,CPES 研究中心的研究人员分别采用零电压转换与硬开关电路对两个单相 400W PFC 升压变换器实验模型的传导干扰进行对比实验[1],测试结果出人意料,采用 ZVT 技术的软开关变换器与硬开关变换器间的 EMI 差异很小,甚至于如果 ZVT 的谐振电路不当,会使 EMI 更高.在软开关电路拓扑中,主开关元件的电磁干扰降低,但辅助开关元件引入新的电磁干扰,成为重要的干扰源,难以实现主拓扑和辅助拓扑的同时优化.

开关变换器产生 EMI 的主要原因在于电磁干扰的强度峰值集中出现在开关频率的倍频处,成为以开关频率为基频的离散频谱,从而难以抑制.近年来研究表明,混沌控制技术在扩展频带抑制 EMI 方面的优势初见弥端[4—8].

开关变换器混沌控制目前有两种方法[9]:一是参数控制法,通过控制电流、电压反馈系数或电流、电压参考值来实现变换器混沌运行状态,但控制条件极为苛刻,它要求在保证不同负载和其他参数变化条件下,变换器始终处于混沌态,并且不影响变换器主要工作特性,因此在设计上和硬件实现上有较大难度;二是扩频控制法,它通过 PWM 的载频混沌控制,实现 EMI 频谱的连续性,从而降低电磁干扰的峰值,可以保证变换器主电路、控制电路基本不变和控制率不变,虽具有比较实际的应用前景,但也存在频率范围控制的优化设计问题.

无论是混沌参数控制法和扩频控制法,目前还没有对开关变换器混沌频谱的量化描述的研究,从而无法从理论上说明它的有效性,此外通过量化描述研究,还可能定量分析各种参数对 EMI 频谱分布的影响,达到优化控制的目的.为此,本文基于扩频控制法,将 PWM 的驱动波形作为一个过程或事件流,在分析周期扩频 PWM 的频谱特征基础上,基于统计学的原理分析了混沌扩频 PWM 的特征函数、概率密度函数;基于不变分布计算分析了混沌扩频 PWM 功率谱密度,由此得出混沌扩频 PWM 抑制 EMI 的特点.最后给出相应的实验结果,以验证理论分析的有效性.

* 国家自然科学基金(批准号:60474066)和广东省自然科学基金重点项目(批准号:05103540)资助的课题.

† E-mail:Lisayang702@yahoo.com.cn

2. 扩频控制原理和描述

开关变换器 PWM 扩频控制原理可用下式描述：

$$f = f_s + \Delta f, \tag{1}$$

其中 f_s 为 PWM 基准开关频率；Δf 为附加的扩频信号频率，这是一个按扩频信号的时域特性变化的频率.

由(1)式可见，PWM 扩频控制取决于对 Δf 的控制，当 Δf 周期变化时，PWM 为周期扩频控制；当 Δf 混沌变化时，PWM 为混沌扩频控制.

扩频后 PWM 驱动波形构成了一个脉冲过程，如图 1 所示，并可表示为以下脉冲序列：

$$\xi(t) = \sum_{k=1}^{\infty} A\delta(t - \tau_{k-1}), \tag{2}$$

式中 τ_k 表示第 k 个 PWM 波形的起始时间，A 表示驱动脉冲的幅值，T_k 为第 k 个脉冲时间间隔.

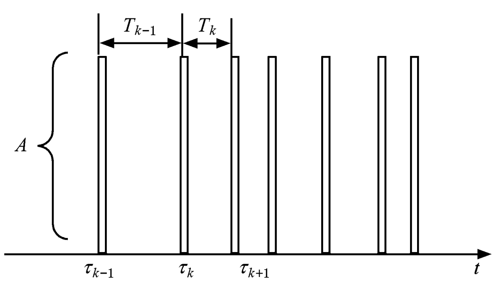

图 1 PWM 驱动脉冲过程 $\xi(t)$

对应周期或混沌扩频信号，PWM 脉冲的时间间隔 T_k 分别呈现周期变化或混沌变化. 第 k 个驱动波形的起始时间 τ_k 是时间间隔 T_k 的累积，有

$$\tau_k = \tau_{k+1} + T_{k-1}. \tag{3}$$

若 $\tau_0 = 0$，则 $\tau_k = \sum_{i=1}^{k} T_i$，故第 k 个 PWM 脉冲起始时间 τ_k 的值也随着扩频信号的不同，呈现出周期性、混沌性.

根据序列 $\tau_k (k = 0, 1, \cdots)$ 可以定义一个时间连续过程 $N(t)$ 为[10]

$$N(t) = \max\{k : \tau_k \leqslant t\}, \tag{4}$$

式中 $N(t)$ 代表时间间隔 $[0, t)$ 内 PWM 脉冲的个数，称为 PWM 驱动脉冲过程 $\xi(t)$ 的记数过程或更新过程.

$N(t)$ 的离散概率分布 $F_k(T)$ 为

$$F_k(T) = P(N(t) = k) = F_\tau(t, k) - F_\tau(t, k+1), \tag{5}$$

式中 $F_\tau(t, k)$ 是第 k 个混沌 PWM 驱动脉冲到达时间的分布.

PWM 驱动脉冲过程 $\xi(t)$ 的记数过程 $N(t)$ 如图 2 所示.

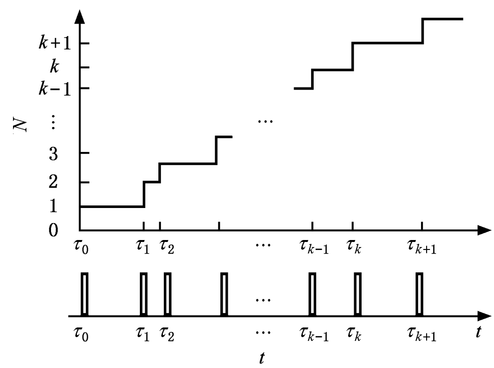

图 2 PWM 驱动脉冲的记数过程 $N(t)$

3. PWM 周期性扩频频谱量化分析

在(1)式中，设 $\Delta f = f_A \sin(2\pi f_m t)$ 为正弦波周期扩频信号，则 PWM 的开关工作频率为

$$f = f_s + f_A \sin(2\pi f_m t), \tag{6}$$

式中 $f_m = 1/T_m$ 是扩频正弦信号的频率，f_A 是扩频后的 PWM 驱动脉冲产生的频率偏移最大值.

则周期扩频后的 PWM 驱动脉冲的 n 次谐波的瞬态频率为

$$f_{\mathrm{inst},n} = \frac{1}{2\pi}\frac{\mathrm{d}\theta_n}{\mathrm{d}t} = n[f_s + f_A \sin(2\pi f_m t)], \tag{7}$$

式中 θ_n 为 n 次谐波的相位，因此

$$\begin{aligned}\theta_n &= 2\pi n\int_0^t [f_s + f_A \sin(2\pi f_m t)]\mathrm{d}t \\ &= 2\pi n f_s t - n\beta\cos(2\pi f_m t) + n\beta,\end{aligned}$$

式中 $\beta = \frac{f_A}{f_m}$ 定义为周期扩频参数.

将 PWM 脉冲过程 $\xi(t)$ 由 Fourier 序列描述，并代入上式 θ_n 的表达式得

$$\begin{aligned}\xi(t) &= \sum_{n\to-\infty}^{\infty} C_n \mathrm{e}^{\mathrm{j}\theta_n} \\ &= \sum_{n\to-\infty}^{\infty} C_n \mathrm{e}^{\mathrm{j}(2\pi n f_s t + n\beta)}\{\cos[n\beta\cos(2\pi f_m t)] \\ &\quad - \mathrm{j}\sin[n\beta\cos(2\pi f_m t)]\}.\end{aligned} \tag{8}$$

进一步用 Jacobin 方程[11]和 k 阶 Bessel 函数 $J_k(\cdot)$ 表示 cos，sin，驱动脉冲 $\xi(t)$ 在频率 f 处的频

谱幅度 $\xi(f,\beta)$ 为

$$\xi(f,\beta) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n \Big\{ J_0(n\beta)\delta(f - nf_s) + \sum_{k=1}^{\infty} J_k(n\beta)\big[\delta(f - nf_s - kf_m) + (-1)^k \delta(f - nf_s + kf_m)\big]\Big\}. \quad (9)$$

从而可得，周期扩频 PWM 脉冲过程的功率谱密度 $S_\xi(\omega)$ 为

$$S_\xi(\omega) = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T} \mid \xi(f,\beta) \mid^2, \quad (10)$$

从 PWM 驱动脉冲过程的 Fourier 序列和功率谱密度可以看出，PWM 驱动脉冲频谱由 β 和 f_m 决定的无穷多离散频谱组成，周期扩频虽可以部分降低 PWM 脉冲功率谱的峰值，但得到的还是一个离散频谱，能量集中在以 $nf_s \pm kf_m$ 为中心的特定频点，没有得到完全的扩展，EMI 还无法满足实际的需要. 这从图 3 和图 4 正弦波周期扩频的 PWM 脉冲与其频谱分布中可以看到.

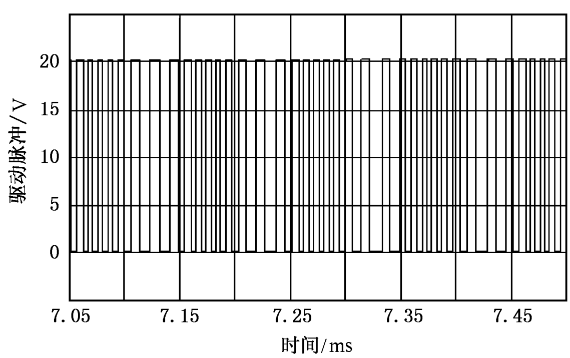

图 3　正弦信号扩频 PWM 驱动脉冲

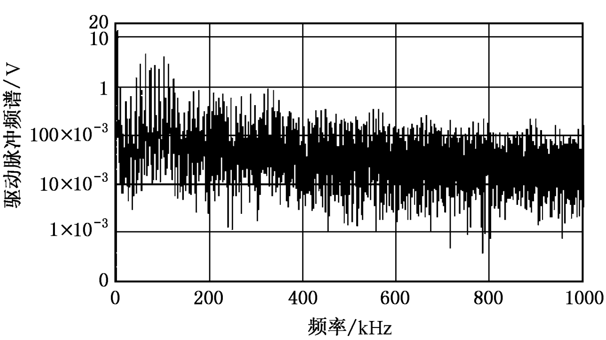

图 4　正弦扩频的 PWM 驱动脉冲频谱

显然若在(9)式中，令 $\beta = 0$，$J_0(0) = 1$，此时即为常规的定频 PWM 的脉冲频谱，表示为

$$\xi(f,\beta) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n \delta(f - nf_s). \quad (11)$$

由(11)式可见，PWM 驱动脉冲的功率谱集中在 f_s 整数倍频处，这从图 5 和图 6 定频的 PWM 驱动脉冲波形及其频谱分布可以验证.

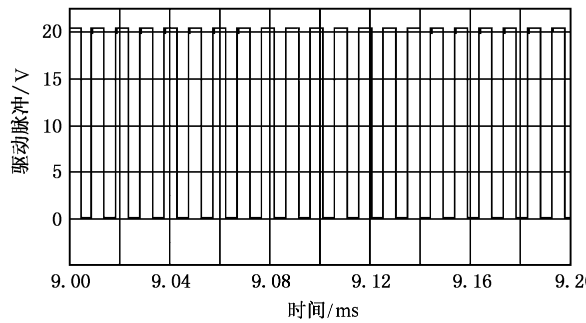

图 5　定频 PWM 驱动脉冲波形

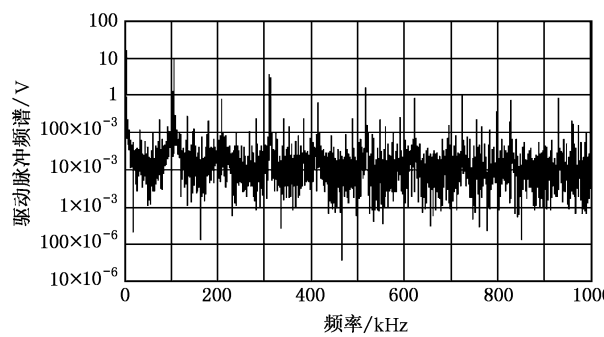

图 6　定频 PWM 驱动脉冲频谱

4. PWM 混沌扩频频谱量化分析

参见图 1，混沌扩频控制下的 PWM 脉冲的间隔时间 T_k 由以下混沌映射 φ 描述：

$$T_{k+1} = \varphi(T_k), \quad (12)$$

则第 k 个 PWM 驱动脉冲起始时间 τ_k 为一混沌序列，即

$$\tau_{k+1} = T_1 + \varphi(T_1) + \varphi^{(2)}(T_1) + \cdots + \varphi^{(K)}(T_1) = \phi^{(k)}(T_1). \quad (13)$$

由此，混沌序列 τ_k 的联合概率密度函数为

$$f_{\tau_1,\cdots,\tau_k}(k_1,\cdots,x_k) = \frac{\partial^k F(\tau_1 < x_1,\cdots,\tau_k < x_k)}{\partial x_1\cdots\partial x_k} = f_\tau(x_1)\cdot \prod_{i=1}^{k-1} \delta(x_{i+1} - \phi^{(i+1)}(x_1)). \quad (14)$$

相应 τ_k 的特征函数为

$$\begin{aligned}\Theta_{\tau_1,\cdots,\tau_k}(\omega_1,\cdots,\omega_k) &= E\left(\exp\left(\mathrm{j}\sum_{i=1}^{k}\omega_i\cdot\tau_i\right)\right)\\ &=\int_x\cdots\int\left(\exp\left(\mathrm{j}\sum_{i=1}^{k}\omega_i\cdot x_i\right)\right)\\ &\times f_{\tau_1,\cdots,\tau_k}(x_1,\cdots,x_k).\end{aligned}\tag{15}$$

τ_k 的概率密度函数 $f_\tau(x)$ 是混沌映射 φ 的不变分布，不变分布的收敛决定于 Frobenius-Perron 算子[12]，Frobenius-Perron 算子表示为 ρ，

$$\rho(y)=\sum_{x_i=f^{-1}(y)}\frac{\rho(x_i)}{f'(x_i)}$$

是线性和无穷维的，不变分布是其中的固定点（或具有特征值 1 的特征函数），不变分布可以由 Frobenius-Perron 算子对初始密度 $f_0(x)$ 的叠代得到

$$f_{k+1}(x)=\rho f_k(x).\tag{16}$$

对任意固定时间 T，$\tau_{N(T)}\leqslant T\leqslant\tau_{N(T)+1}$，$N(T)$ 为(4)式定义的混沌 PWM 脉冲驱动过程 $\xi(t)$ 的记数过程，则混沌 PWM 脉冲驱动过程 $\xi(t)$ 的傅里叶频谱为

$$\xi_T(\mathrm{j}\omega)=\sum_{i=1}^{N(t)}A\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\omega\tau_{i-1}}.\tag{17}$$

从而可得，混沌扩频 PWM 脉冲过程的功率谱密度 $S_\xi(\omega)$ 为[12]

$$S_\xi(\omega)=\lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}E(|\xi_T(\mathrm{j}\omega)|^2),\tag{18}$$

$$\begin{aligned}|\xi_T(\mathrm{j}\omega)|^2 &=\sum_{i=1}^{N(T)}\sum_{k=1}^{N(T)}A\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\omega\tau_i}\cdot A\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\omega\tau_k}\\ &=\sum_{k=1}^{N(T)}A^2+2\sum_{i=1}^{N(T)-1}\sum_{k=1}^{N(T)-1}A^2\\ &\quad\cdot\cos(\omega(\tau_{i+k}-\tau_i)).\end{aligned}\tag{19}$$

得到数学期望

$$\begin{aligned}&E(|\xi_T(\mathrm{j}\omega|^2)\\ &=N\cdot A^2+2\sum_{L=1}^{\infty}P_{N(T)}(T)\\ &\times\sum_{i=1}^{N(T)-1}\sum_{k=1}^{N(T)-1}A^2\cdot\cos(\omega(\tau_{i+k}-\tau_i)).\end{aligned}\tag{20}$$

这里 $N=E(N(T))$，$P_{N(T)}(T)$ 是事件

$$\{\tau_{N(T)}\leqslant T\leqslant\tau_{N(T)+1}\}$$

的概率.

定义 $\xi=T-\tau_{N(T)}$，T 是如前所述的固定时间，$\tau_{N(T)}$ 为第 $N(T)$ 个混沌驱动脉冲的到达时间，则 ε 的概率密度函数

$$p_\varepsilon(x)=\sum_{k=1}^{\infty}F_k(T)p_{\tau_k}(T-\tau),\tag{21}$$

式中 p_{τ_k} 是第 k 个混沌 PWM 驱动脉冲起始时间 τ_k 的不变分布，$F_k(T)$ 是 $N(T)$ 的离散概率分布.

当 $T\to\infty$ 时，ε 的概率密度函数

$$p_\varepsilon(x)=\frac{1}{E(T_k)}\int_x^{\infty}p_{\tau_k}(y)\mathrm{d}y.\tag{22}$$

由 Wald 定律[13] 有

$$\begin{aligned}E(T)&=E(\varepsilon+\tau_{N(T)})\\ &=E(\varepsilon)+E(\tau_{N(T)})\\ &\approx\varepsilon'+N\cdot E(T_k).\end{aligned}\tag{23}$$

又因为

$$0\leqslant\varepsilon'=E(\varepsilon)\ll N\cdot E(T_k),$$

所以

$$E(T)\approx N\cdot E(T_k).\tag{24}$$

由(24)式和(19)式可以得到(18)式混沌 PWM 脉冲过程的功率谱密度为

$$\begin{aligned}S_\xi(\omega)&=\lim_{T\to\infty}\frac{1}{N\cdot E(T_K)}A^2E\Big\{N\\ &+2\sum_{L=1}^{\infty}P_{N(T)}(T)\\ &\times\sum_{i=1}^{N(T)-1}\sum_{k=1}^{N(T)-1}\cos(\omega(\tau_{i+k}-\tau_i))\Big\},\end{aligned}\tag{25}$$

因为 $\lim\limits_{T\to\infty}\lim\limits_{N(T)\to\infty}P_{N(T)}(T)=1$.

应用 Birkhoff 遍历定理和 Lebesque 测度[12]，可以得到混沌序列 T_k 的功率谱密度为

$$\begin{aligned}S_\xi(\omega)&=\frac{1}{E(T_k)}A^2\sum_{k=0}^{\infty}\int f_{\tau_1,\cdots,\tau_k}(x_1,\cdots,x_k)E\Big(\cos\omega\sum_{j=1}^{k}x_j\Big)\\ &=\frac{1}{E(T_k)}\sum_{k=0}^{\infty}A^2\Theta_{\tau_k}(\omega),\end{aligned}\tag{26}$$

$\Theta_{\tau_k}(\omega)$ 是混沌 PWM 驱动脉冲到达时间 τ_k 的特征函数.

从(25)，(26)式可见，混沌扩频控制 PWM 脉冲频谱具有连续性，混沌扩频的驱动脉冲功率谱不再集中在特定的频谱，而是包含了各个频点的频谱，能量不再集中分布在特定的频点，在整个频率范围上能量扩展，所以混沌扩频比周期扩频的 EMI 抑制效果要好得多，也成为了解决开关变换器 EMI 问题的有效途径.图 7 和图 8 是混沌扩频控制的 PWM 脉冲及其频谱，可以看出其频谱的连续性，且峰值得到平滑.

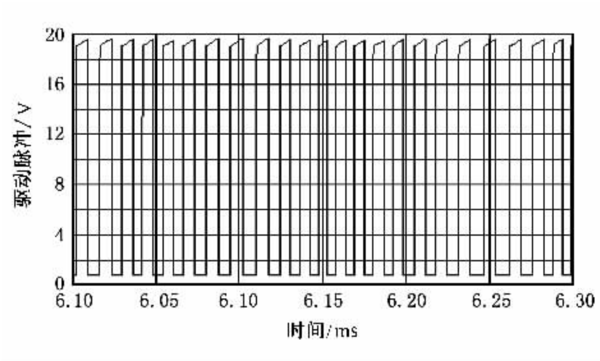

图 7　混沌扩频 PWM 驱动脉冲

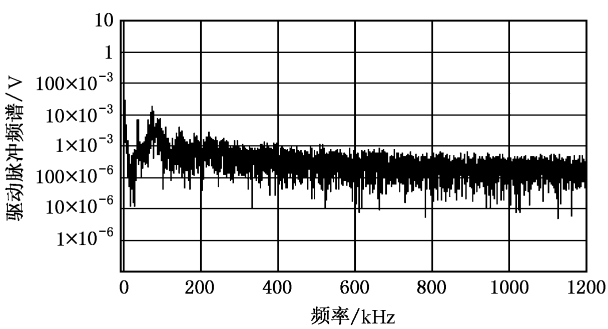

图 8　混沌扩频 PWM 驱动脉冲频谱

5. 实验验证

电路图 9,10,11 分别是固定频率 PWM、正弦波周期信号扩频 PWM 和混沌扩频 PWM 的实验波形,其中固定频率为 100kHz;周期正弦扩频信号从 50Hz 工频电源信号采样得到;混沌扩频信号由蔡氏电路产生. PWM 控制芯片为 SG6846,主电路拓扑为 65W 的 AC-DC 单端反激电路.

实验电路和仿真电路的拓扑结构及 PWM 控制芯片一致,图 3 至图 8 的电路仿真软件为 Simplis.

从实验波形(图 9,10)可以看出,周期扩频的 PWM 驱动信号频谱比传统固定频率的 PWM 驱动信号频谱峰值只降低了约 1—2dB,而且周期扩频的 PWM 驱动信号频谱和固定频率的 PWM 驱动信号频谱基本形状一致,都是离散的频谱. 从图 11 可以看出混沌信号扩频的 PWM 驱动信号频谱连续化. 混沌信号扩频比传统固定频率的 PWM 驱动信号,大多数频点频谱峰值降低了约 10dB.

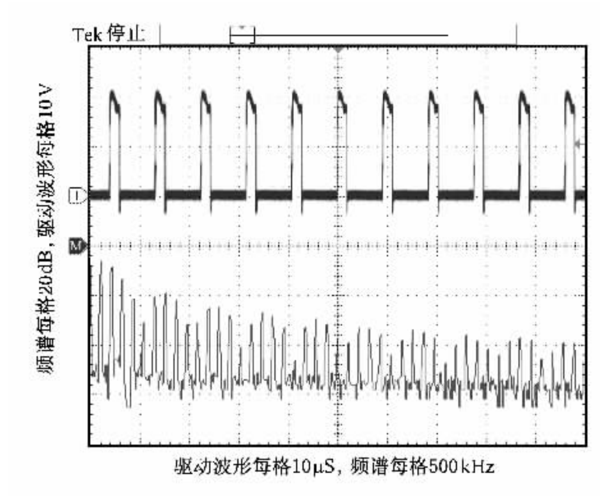

图 9　固定频率 PWM 的驱动脉冲波形及频谱

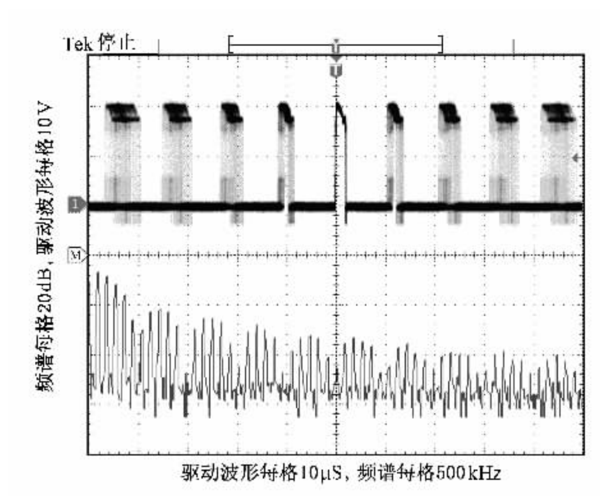

图 10　正弦波扩频 PWM 的驱动脉冲波形及频谱

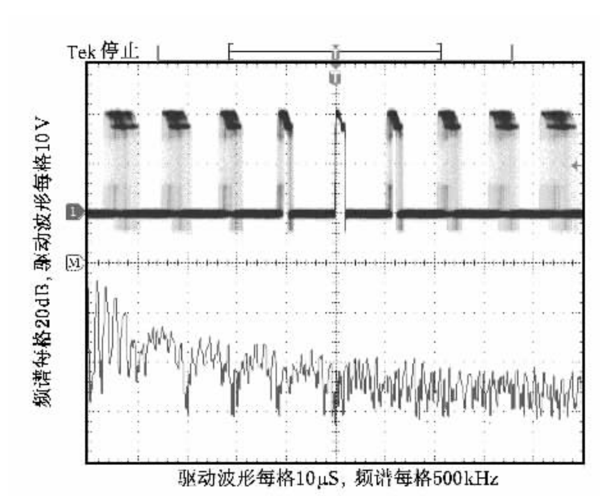

图 11　混沌扩频 PWM 的驱动脉冲波形及频谱

6. 结 论

本文将 PWM 驱动脉冲作为研究对象，分析开关变换器扩频 PWM 的频谱特性，理论上说明了固定频率 PWM 由于离散频谱，高频电磁干扰集中在开关频率的倍频处，以至于 EMI 峰值较大，且无法有效抑制 ;通过将 PWM 的驱动波形作为一个过程或事件流，应用傅里叶频谱和 k 阶 Bessel 函数分析，得出周期扩频 PWM 虽然可以改变频谱分布，扩展频谱范围至 $nf_s \pm kf_m$，但仍然无法改变其离散频谱分布的特点，使得其抑制 EMI 效果有限 ;本文基于统计学的原理用随机点过程理论分析了混沌扩频 PWM 的特征函数、概率密度函数，基于不变分布计算分析混沌扩频 PWM 功率谱密度. 结果表明，混沌扩频 PWM 的频谱完全连续，从而有效地降低了开关变换器的 EMI，是一种有发展潜力的 EMI 抑制技术. 相应的实验也验证理论分析正确性.

[1] Zhang D，Chen D Y，Lee F C 1996 27th Annual IEEE Power Electronics Specialists Conference. PESC '96 1992
[2] Caldcira P，Liu R，Dalal D，Gu W J 1993 24th Annual IEEE Power Electronics Specialists Conference PESC '93 134
[3] Paramesh J，Jouanne A V 2001. *IEEE Trans. on Industrial Electronics* **48** 111
[4] Luo X S，Chen G R 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 12 (in Chinese) [罗晓曙、陈关荣 2003 物理学报 **52** 12]
[5] Li M，Ma X K，Dai D，Zhang H 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 1084 (in Chinese) [李 明、马西魁、戴 栋、张 浩 2005 物理学报 **54** 1084]
[6] Dai D，Ma X K，Li X F 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 2369 (in Chinese) [戴 栋、马西魁、李小峰 2003 物理学报 **52** 2369]
[7] Zhou Y F，Chen J N 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 3676 (in Chinese) [周宇飞、陈军宁 2004 物理学报 **53** 3676]
[8] Zhou Y L，Luo X S 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 2978 (in Chinese) [邹艳丽、罗晓曙 2003 物理学报 **52** 2978]
[9] Zhang B 2005 5th annual meeting of Guangdong power electronics Guangdong，Shunde 17 (in Chinese). [张 波 2005 广东省电源学会第五届学术交流年会论文集 广东，顺德 17]
[10] Hu D H 2005 *Random process : base theory application* (Wuhan University Press) 551 (in Chinese) [胡笛鹤 2005 随机过程论 :基础 理论 应用(武汉大学出版社) 551]
[11] Carlson A B 1986 *Communication Systems : An Introduction to signal and noise in electrical communication*. (New York : McGraw-Hill)
[12] Gianluca S，Riccardo R 2002 *Proceeding of the IEEE* **90** 6621
[13] Wang J G 2005 *Modern theory of probability* (Fudan University Press) (in Chinese) [汪嘉冈 2005 现代概率论基础(复旦大学出版社) 120]

Quantification description of the chaotic PWM spectrum of the switching converter*

Yang Ru[1)2)†] Zhang Bo[1)]

1)(Electric Power College, South China University of Technology, Guangzhou 510640, China)

2)(School of Physics and Electronic Engineering, Guangzhou University, Guangzhou 510006, China)

(Received 30 November 2005; revised manuscript received 29 March 2006)

Abstract

EMI of the switching-converter is decided by the spectrum of the PWM waveform. There is great theoretical and practical meaning to quantify and analysis them. This paper takes the PWM drive waveform as a time series of processes or events. Based on the analysis of the periodic frequency- spreading, statistical theory is applied to analyze the probability density function, characteristic function, invariable distribution and power spectral density of the PWM waveform under chaotic frequency-spreading, the characteristics of chaotic frequency-spreading are obtained. Finally, some feasible experiments are carried out which verified that the EMI of the switching converters is suppressed effectively by chaotic frequency-spreading.

Keywords: chaotic frequency-spreading, spectrum quantification, EMI

PACC: 0545

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 60474066) and the Major Program of the Natural Science Foundation of Guangdong Province, China (Grant No. 05103540).

† E-mail: Lisayang702@yahoo.com.cn