# 基于改进的径向基函数神经网络的 铁磁谐振系统混沌控制

### 司马文霞 刘 凡 孙才新 廖瑞金 杨 庆

(重庆大学高电压与电工新技术教育部重点实验室 重庆 400044)(2005年7月1日收到 2006年6月4日收到修改稿)

面向中性点直接接地电力系统发生的铁磁谐振过电压所显现的混沌特性,在径向基函数神经网络的基础上, 提出引进一种极大熵学习算法对该混沌系统进行控制.该方法通过最优化一个目标函数导出中心向量的学习规则,充分利用网络隐层的聚类功能,极大改善网络的回归和学习能力.对具体的铁磁谐振系统的数值实验证实了该 方法在针对铁磁谐振过电压混沌控制中的有效性和可行性.

关键词:中性点直接接地系统,混沌控制,径向基函数,极大熵原理 PACC:0545,0547

## 1.引 言

在电力网络中,铁磁谐振使得电压急剧增加,电 流大幅度上升,可能导致变压器或电压互感器烧毁, 外绝缘闪络或避雷器爆炸等严重事故的发生.由于 铁磁谐振过电压严重影响和危害电力输变电网络运 行的可靠性和安全性,越来越多的专家和学者对该 课题展开了研究<sup>11</sup>.近年来,铁磁谐振中的分形和混 沌现象是比较热门的研究内容.但就电力系统中铁 磁谐振所产生的混沌状态而言混沌抑制的工作还亟 待广泛开展.

目前,单纯针对混沌系统的控制,人们已经提出 了许多混沌控制方法,如参数扰动法<sup>[2]</sup>,它只适用于 离散动力学系统,通常控制目标只能为低周期轨道; 反馈控制法<sup>[3,4]</sup>,它是利用系统变量作为控制信号反 馈到系统中去,可以在任何时刻施加控制,而不像参 数控制法,需等到靠近不动点时才能施加控制,但控 制目标仍然是周期轨道,最优控制法<sup>[5]</sup>,它是采用开 关控制,只需要很小的控制能量,就可以实现控制, 但控制的目标仅是平衡点.我们已经知道,对混沌系 统的认知会严重制约对该系统的控制.

文献 6,7 提出了基于径向基函数(RBF)神经 网络的控制方法,实现了混沌系统的控制.中心向量 的学习是网络性能好坏的关键.目前在基函数的类 型及个数已知时,它的学习算法主要是 C 均值和 Kohonen 聚类算法等<sup>81</sup>.这些算法都是启发式过程, 即它们不是通过最优化某个目标函数导出的,算法 对初始值的选取是相当敏感的.所以这不仅仅影响 了网络的模式分类能力,而且极大地制约了网络的 回归能力.为了提高网络的回归能力,当然可以类似 于 MLP 采用误差回传(BP)算法来训练网络.但是 BP 算法的计算复杂度较高,而且又忽视了 RBF 网 络所固有的特点.

本文将极大熵学习算法对径向基函数神经网络 实施改进,并应用于混沌控制领域,直接运用该算法 对铁磁谐振混沌系统的动力学特性进行学习,用训 练好的神经网络模型进行混沌系统的控制.该控制 方法的特点是中心向量的学习规则是通过最优化一 个目标函数导出的,充分利用了网络隐层的聚类功 能,改善了网络的回归能力,同时不需要被控对象的 解析模型,控制的目标可以是周期轨道,也可以是连 续变化的目标函数,在有测量噪声的情况下控制仍 然有效.

## 2. RBF 网络的极大熵改进学习算法

RBF 神经网络是一种局部收敛的神经网络,设 其输入层、隐含层和输出层的神经元个数分别为 *n*, *q*和*m*个.提供网络一个原本个数有限的训练集合  $\Gamma = \{ x_k, o_k \} \in X \times 0 | k = 1, 2, ..., K \}$ 其中 *K* 为样本 个数, *X* 为输出样本集, *x<sub>k</sub>* = (*x<sub>k1</sub>, x<sub>k2</sub>, ..., x<sub>km</sub>* ) 为网 络第 k 个输入向量  $,o_k = (o_{k1}, o_{k2}, \dots, o_{km})^T$  为对应 的期望输出向量 ,网络的第 j 个隐含神经元的输出 函数相应的定义为函数空间中第 j 个基函数 ,该基 函数通常采用径向对称的高斯函数 ,对于任意的输 入向量  $x \in \mathscr{R}^n$  ,它定义为

$$\phi_{j}(x) = \exp\left\{-\frac{\|x-c_{j}\|^{2}}{\sigma_{j}^{2}}\right\},$$

$$j = 1 \ 2 \ r \cdots \ q \ . \tag{1}$$

网络输出层第 *l* 个神经元的实际输出定义为所有基 函数的加权和 ,即

$$y_l = \sum_{j=1}^{q} w_{lj} \phi_j(x), l = 1 \ 2 \ \dots \ m \ , \qquad (2)$$

在上面的定义中, $c_j = (c_{j1}, c_{j2}, \dots, c_{jn})$ 为第 j 个基函数的中心向量, $\sigma_j^2$ ( $j = 1, 2, \dots, q$ )是第 j 个基函数的宽度, $c_j$ 同时也是网络隐层权向量, $c_{ji}$ 表示第 i 个输入神经元到第 j 个隐含神经元的连接权, $w_i$  是网络输出层权向量, $w_{ij}$ 表示第 j 个隐含神经元与第 l 个输出神经元的连接权.

通常 权向量 w<sub>i</sub> 的学习是基于最小化的误差函数导出,由于 RBF 网络的隐层对输入样本有一个聚类的作用,所以权向量 c<sub>j</sub> 可以利用聚类算法确定. 硬(Hard)C 均值算法是基于最小化 j 来确定 c<sub>j</sub> 的, 它是一个启发式过程而不是最优化过程.

#### 2.1. 极大熵聚类算法

在实际应用中,一般假设样本集 X 中的样本相 互独立,为了研究的一般性,考虑

 $\min_{c} \min_{j} (\|x - c_{j}\|^{2}), x \in \mathscr{R}^{n}$ , (3) 这是个复合极小化问题.文献 9 借助极大熵原理提 出了解决极大极小问题的一个有效算法,利用文献 [10,11 对极小极小化问题所给予的启示,构造复合 极小问题:

$$\min_{\lambda} \{ L_{\mathcal{T}}(c,\lambda) = L(c,\lambda) + \mathcal{T}(\ln q - H(\lambda)) \},$$
(4)

$$I(c , \lambda) = \sum_{j=1}^{q} \lambda_j \parallel x - c_j \parallel , \qquad (5)$$

其中,*T* 是拉格朗日乘子,*H*( $\lambda$ ) = -  $\sum_{j=1}^{q} \lambda_j \ln \lambda_j$ 为 Shannon熵,由于min( $||x - c_j||^2$ )总是不小于零,自 然希望逼近它的 $L_T$ 同样不小于零,已知 *H*( $\lambda$ )  $\leq$  ln*q*,且min(-*H*( $\lambda$ ))等价于min(ln*q*-*H*( $\lambda$ )).

通过简单计算,可得到(4)式的一个解析解并回

代消去 $\lambda$ ,得到下面的函数:

 $J_T(c) = \min L_T(c \lambda)$ 

$$= T \Big( \ln q - \ln \sum_{j=1}^{q} \exp \Big( - \frac{||x - c_j||^2}{T} \Big) \Big) . (6)$$

这样,问题(3)就变成了目标函数 J<sub>r</sub>(c)为可微的一 簇无约束优化问题,由此利用梯度下降法所导出新 的聚类算法,称之为极大熵聚类算法(MECA)<sup>11</sup>,该 算法关于中心向量 c<sub>i</sub>的调整方程为

$$c_{j}(t) = c_{j}(t-1) + 2\eta(t)\lambda_{jk}(x_{k} - c_{j}(t-1)),$$
(7)

其中  $\lambda_{jk} = -\frac{\partial J_{t}(c)}{\partial c_{j}(t-1)} = \lambda_{j}(x_{k}), \eta(t)$ 是学习步长. 利用 MECA 来训练 RBF 神经网络的中心向量的关键问题是参数 *T* 的选取规则.

当  $T \rightarrow \infty$  时  $J_{1}(c)$ 的极限是 $\frac{1}{q} \sum_{j=1}^{q} ||x - c_{j}||^{2}$ , 其实这就是当均匀分配一个输入样本 x 给所有的聚 合中心 ,即  $\lambda_{j} = \frac{1}{q}$  时 $I(c, \lambda)$ 的值 ,这意味着聚类的 随机程度最大 ,当  $T \rightarrow 0$ 时 , $J_{1}(c)$ 的极限是min( ||x $- c_{j}||^{2}$ ),此时表现出聚类的随机性 ,即所谓的 "硬".因此,在聚类过程中,应先选取较大的 T值,然 后逐渐降低它的值,使聚类的随机程度逐渐变小,以 至于趋近"硬"的状态.

### 2.2. 基于 RBF-MECA 的控制方法

在已有的径向基神经网络混沌控制模型<sup>12-15]</sup> 研究基础上,考虑如下混沌系统:

x(k+1) = f(x(k),p) + u(k), (8) 其中  $x \in R^n$  为系统的状态,p 为系统参数,u 为控 制项.

令(8)式中的 u(k)=0,得到

$$(k+1) = f(x(k),p),$$
 (9)

利用 RBF-MECA 学习(9)的输入输出关系,可以得到 其神经网络模型

$$\hat{x}(k+1) = \hat{f}(x(k),p).$$
 (10)

根据离散系统稳定性原理设计控制器

$$(k) = -f(x(k), p) + x_{r}(k+1) + l(x(k) - x_{r}(k)),$$
 (11)

其中 x,( k)为期望的控制目标.

定义误差

$$e(k) = x(k) - x_r(k),$$
 (12)

则

 $e(k+1) = x(k+1) - x_{r}(k+1)$ , (13) 将(11)式代入(8)式得

 $e(k + 1) = f(x(k), p) - \hat{f}(x(k), p) + x_r(k + 1) + l(x(k), -x_r(k)) - x_r(k + 1). (14)$ 

如果神经网络可以很好逼近(9)所示的系统 那么误 差系统为

e(k+1) = l(x(k) - x,(k)) = le(k).(15) 根据离散系统稳定性原理<sup>[16]</sup>,选取|l|<1,使(15) 式所表示的系统为渐近稳定的.

2.3. 误差与精度的理论分析

引理 I<sup>[15]</sup> 给定的任意常数  $\delta_0$  和一个连续函数  $f : X \rightarrow R^n$  ,存在一个权值矩阵  $w = w^*$  ,使得具有 q 个隐元的 RBF 网络的输出满足

 $\max_{x \in X} \| \hat{f}(x, w^*) - f(x) \| \leq \delta_0.$ 其中 q 可能依赖于精度参数  $\delta_0$  和函数 f.

设 f<sub>e</sub>( k ) = f( x( k ),p ) − f( x( k ),p )为模型误 差 其中 f( ·)为径向基神经网络模型.

引理 2 径向基函数神经网络的输出 ƒ(x,w) 关于变量(x,w)是连续的.

于是可以将(8) 武表示为

 $x(k+1) = \hat{f}(x,w^*) + \eta + u(k)$ , (16) 其中  $\eta = f(x) - \hat{f}(x,w^*),w^*$ 是对应于  $x \in X$  的最 优权值阵,即

 $\min_{w} \{ \sup_{x \in X} \| f(x) - \hat{f}(x, w^*) \| \}$ 

 $= \| f(x) - \hat{f}(x, w^*) \| ,$ 

显然,η是有界的.

根据径向基函数神经网络的性质,网络输出  $\hat{f}(x,w^*)$ 可被表示为 $\hat{f}(x,w^*) = w^* \phi(x)$ ,因此 (16)式可改写为 $x(k+1) = w^* \phi(x) + \eta + u(k)$ .当 u = 0时,定义如下的辩识模型:

 $\hat{x}(k+1) = \hat{w}\phi(x)$ ,其中  $\hat{w}$ 为待估计的参数阵. 令  $\xi = \hat{x} - x$ , $\tilde{w} = \hat{w} - w^*$ ,得到的辩识误差模型为

$$\xi = \tilde{w} \not (x) - \eta. \qquad (17)$$

定义最大模型误差为  $\delta_1 = \sup_k |f_e(k)|$ ,稳态最 大跟踪误差为  $\delta_2 = \sup_k |e(k)|$ .

定理 采用改进 RBF 神经网络学习(9)式的输入输出关系 ,得到混沌系统的改进 RBF 神经网络模型  $\hat{f}(\cdot)$  利用(11)式所示的控制器对(8)式所示混 沌系统进行控制 ,则有  $\delta_2 \leq a \delta_1$  ,a 为和 1 有关的正 常数. (k+1) = le(k) + f<sub>e</sub>(k). (18)
由(15) 武渐进稳定,可知(18) 式为输入输出有界系统,将(18) 式等号两边取绝对值,可得

 $| e(k + 1) | = | le(k) + f_e(k) |$ 

 $\leq |f_{e}(k)| + |l| + |e(k)|.$ (19)

由(19)式可得

| e( k + 1)| - | l || e( k) | ≤ | f<sub>e</sub>( k) |. (20) 对(20)式等号两边求上确界 ,有 δ<sub>2</sub> ≤ aδ<sub>1</sub>.

由引理 1 可知, RBF 神经网络能以任意精度逼 近任意连续函数.只要所采用的改进 RBF 神经网络 模型具有足够的精度,控制的精度就可以得到 满足<sup>[14]</sup>.

3. 铁磁谐振系统的混沌控制

3.1. 无测量噪声的情况

在中性点接地系统中,发生铁磁谐振变电站的 典型接线如图 1 所示<sup>[17]</sup>. CB<sub>0</sub> 为母联断路器,CB<sub>1</sub> 和 CB<sub>2</sub> 为线路断路器,它们断口均装设有均压电容.命 名以 DS 开始的设备为隔离刀闸,PT<sub>1</sub>,PT<sub>2</sub> 为母线电 磁式电压互感器(PT). T<sub>1</sub> 和 T<sub>2</sub> 为电力变压器.发生 铁磁谐振时变压器的断路器和隔离刀闸均在断开状 态,因而变压器不在谐振回路中.



图 1 谐振变电站的典型接线图

应用戴维南定理,将图 2 中的(a)简化为(b)所 示的谐振电路,其中

$$E = \frac{2C_{\rm gra}E_{\rm s}}{2C_{\rm gra}+C_{\rm pg}} , C = 2C_{\rm gra}+C_{\rm pg}.$$

这里 E 为电源幅值 , R 为电压互感器的铁心损耗 , L 为励磁电感.此处忽略母线对地电导和相间电容 则



图 2 铁磁谐振电路的简化 (a)谐振电路 (b)等效电路

其中 g 为策动力 ,g =  $\frac{2C_{ga}E}{C}$  ,令 q =  $\frac{1}{RC\omega}$ 为阻尼因 子 ,u =  $\frac{d\phi}{dt}$  ,上式两边变形为

$$\frac{\mathrm{d}u}{\omega \mathrm{d}t} + qu + \frac{\iota_L}{\omega C} = g\cos\omega t \,. \tag{21}$$

将(21)式各参数作归一化处理,得到无量纲方程,其 中  $i_L = a\phi + b\phi^7$ ,  $\phi$ 为变压器磁链,此处取 a = 3.42, b = 0.41. C = 400 pF.

当 E = 5p.u.,  $\omega = 1$ p.u., g = 2, 1/q = 0.06 时, 系统的混沌响应相轨迹如图 3 所示.将 RBF-MECA 的思想运用于本文的谐振变电站的等值电路中,有



图 3 混沌共振相轨迹(横坐标为 pu ,纵坐标为 ø )

数值计算离散化为

 $x(k+1) = g\omega \cos \omega t(k) - qx(k)\omega$ . 设计控制器

$$u(k) = -\hat{f}(x(k)) + x_r(k+1) + l(x(k) - x_r(k)), \quad (22)$$

在施加控制时 ,系统为

$$x(k+1) = g\omega \cos\omega t - qx(k)\omega - \frac{u_L}{C} + u(k)$$

取 l = 0.04,在第 500 步时施加控制,控制目标  $x_i(k) = 0$ ,控制后混沌系统的输出如图 4(图 4—图 7 的横坐标为 pu,纵坐标为 n).使用 RBF-MECA 方法 可以很方便的把中性点接地电力系统发生铁磁谐振 时的系统状态控制到期望的固定点.针对该系统,同 样,选择在第 250 步加入控制,控制目标是

 $x_{,}(k) = 0.25 + 0.55 \sin(k\pi/100),$ 控制结果如图 5.





图 5 控制铁磁谐振混沌系统输出(250步切入控制)

在第 250 步时施加控制,控制目标 x,( k)=0.4, 控制后混沌系统的输出如图 6. 由图 4 至图 6 可以 看出,用极大熵 RBF 神经网络的输出设计的控制器 可以实现对铁磁谐振混沌系统的有效控制.长时数 值实验表明,该方法可以有效控制铁磁谐振过电压 从混沌状态到期望的周期轨道,或者使高值的混沌 过电压转化为幅值很低的谐波电压,大大降低对系 统所产生的危害,从而实现中性点接地系统发生铁 磁谐振时的系统状态在混沌和有序之间转换.



图 6 控制铁磁谐振混沌系统输出(控制目标 x,(k)=0.4)



图 7 测量噪声存在时的混沌控制输出





3.2. 测量噪声存在时的情况

在用于建模的数据中加入均值为 0、方差为测 量值幅值的 0.001 的白噪声,用带有噪声的数据建 立基于极大熵算法的 RBF 神经网络模型,并将该模 型用于(22)式所示的控制器当中(22)式中测量数 据仍然带有上述的测量噪声.在这种情况下对铁磁 谐振的混沌现象进行控制.取 l = 0.03,在第 500 步施加控制,控制目标为  $x_r(k) = 0.3 \sin(\pi k/100)$ ,控制结果如图 7 跟踪误差曲线如图 8. 从图 7 和图 8 可见,采用具有测量噪声的数据建立神经网络模型,并用于对带有测量噪声的混沌系统进行控制,该控制方法依然有效.

### 4. 极大熵学习算法性能对比分析

为了研究极大熵算法对收敛性能的改进情况, 我们用下面的简单函数来对采用 MECA 算法及 RBF-BP 算法的神经网络进行测试 即

 $f(x) = 10\sin(2\pi x) + 20 x = [0, 2].$ 

网络均采用 1—10—1 的单隐层结构,训练最大 次数为 40000 次,精度设置为分别设置为 0.01, 0.001,在每个精度下我们试验 100 次来比较两种算 法的收敛能力.

试验结果发现,在精度较低时两种算法收敛速 度不相上下,而随着目标精度的提高,基于极大熵聚 类的 RBF 算法收敛速度却比 RBF-BP 算法快很多. 试验统计结果见表 1.通过仿真验证可以看出,使用 极大熵算法的 RBF 神经网络的收敛速度相对使用 BP 算法的 RBF 神经网络,收敛速度得到了很大程 度的提高.

表1 两种算法的迭代次数的比较

算法	试验次数	精度 0.01	精度 0.001
极大熵聚类算法迭代次数	100	125	740
误差反传算法迭代次数	100	150	1840

为了研究极大熵聚类算法的函数逼近能力,我 们对采用 BP 算法的 RBF 网络用 1—10—1 结构,对 采用极大熵聚类算法的 RBF 网络用 1—6—1 结构, 比较两种算法在迭代相同次数下网络输出的均方误 差值.试验统计结果如表 2.

表 2 两种算法函数逼近能力的比较

算法	试验次数	迭代 500 次	迭代 1500 次
RBF-BP 算法输出均方误差	200	0.00268957	0.00138975
RBF-MECA 算法输出均方误差	200	0.00175781	0.000874521

从该数值试验我们看出,RBF-MECA 网络与 RBF-BP 网络相比更有优越性,学习时间短,且学习 误差小 综合优势比较明显.

## 5.结 论

在电力网络中,中性点接地系统铁磁谐振过电压的混沌特性会对电力系统安全稳定的运行产生严重影响,本文提出运用 RBF 神经网络的极大熵算法 对铁磁谐振系统进行混沌控制,并进行数值实验,控制效果正确.该方法具有以下特点:1)可以在不同的时刻切入控制,且控制后输出稳定并达到控制目标, 2)控制目标可以是周期轨道也可以是连续变化的函数 控制过程迅速 ,3)在测量噪声存在的情况下,控制效果仍然明显.

由于中性点接地系统中铁磁谐振而引发的过电 压对高压电网造成的巨大危害,为确保电力系统网 络稳定运行,提高电力设备的安全工作可靠性,针对 铁磁谐振过电压物理机理和抑制方法的研究具有极 其重要的意义,该课题还有待进一步深入探讨.

- [1] Van Craenenbroeck T 2003 IEEE Trans POWER DELIVERY 18 1592
- [2] SHENG Z H, MA J H 2001 Analysis inducting theorem of nonlinear dynamic system (Beijing: Science Press) (in Chinese ] 盛昭翰,马 军海 2001 非线性动力系统分析引论(北京 科学出版社)]
- [3] Luo X S, Chen G R et al 2003 Acta Phys. Sin. 52 789(in Chinese) [罗晓曙、陈关荣 2003 物理学报 52 790]
- [4] Luo X S, Fang J Q, Wang L F 1999 Acta Phys. Sin. 48 2196 (in Chinese ] 罗晓曙、方锦清、王力虎 1999 物理学报 48 2196 ]
- [5] Yu J Z, Sun N 1998 Acta Phys. Sin. 47 397(in Chinese) 余建 祖、苏楠 1998 物理学报 47 397]
- [6] Guan X P, Fan Z P 2001 Acta Phys. Sin. 50 1670(in Chinese ] 关 新平、范正平 2001 物理学报 50 1670]
- [7] Guo H J, Liu J H 2004 Acta Phys. Sin. 53 4080(in Chinese]郭 会军、刘君华 2004 物理学报 53 4080]
- [8] Shen J Y, Chang S J, Jia J 1998 Acta Phys. Sin. 47 1967(in Chinese J 申金媛、常胜江、贾 佳 1998 物理学报 47 1967]
- [9] Li X S 1994 Science in Chian(Series A) 24 371 (in Chinese] 李兴 斯 1994 中国科学(A辑) 24 371]
- [10] Zhang Z H , Zheng N N , Shi G 2001 Science in China( Series A )31

59(in Chinese ] 张志华、郑南宁、史 罡 2001 中国科学(E 辑)31 59]

- [11] Zhang Z H, Zheng N N, Zhang H F 2002 Acta Automatica Sinica 28 244 (in Chinese ] 张志华、郑南宁、张淮峰 2002 自动化学报 28 244 ]
- [12] Tan W, Wang YN, Liu Z R 2003 Control Theory & Applications 20 6( in Chinese ) 谭 文、王耀南、刘祖润 2003 控制理论与应用 20 6]
- [13] Guo H J, Liu J H 2004 Acta Phys. Sin. 53 4080 (in Chinese ] 郭 会军、刘君华 2004 物理学报 53 4080 ]
- [14] Liu D, Ren H P, Kong Z Q 2003 Acta Phys. Sin. 52 531(in Chinese J 刘 丁、任海鹏、孔志强 2003 物理学报 52 531]
- [15] Wen X C, Guo Q B, Qiu S S 1998 Control and Decision 13 272 in Chinese J 温香彩、郭清溥、丘水生 1998 控制与决策 13 272 ]
- [16] Liao X X 2001 Application and theorem of stability (Wuhan: Huazhong Normal Universities Press)(in Chinese) 廖晓昕 2001 稳定性的数学理论及应用(武汉:华中师范大学出版社)]
- [17] Li Y G, Shi W 2003 Proceedings CSEE 23 141 (in Chinese ] 李云 阁、施 围 2003 中国电机工程学报 23 141 ]

## Chaos control of ferroresonance system based on improved RBF neural network

Sima Wen-Xia Liu Fan Sun Cai-Xin Liao Rui-Jin Yang Qing

( High Voltage and New Electrical Technology Key Laboratory of Education Ministry of China , Chongqing 400044 , China )
 ( Received 1 July 2005 ; revised manuscript received 4 June 2006 )

#### Abstract

Facing to the ferroresonance over voltage of neutral grounded power system, an improved learning algorithm based on RBF neural networks is used to control the chaos system. The algorithm optimizes the object function to derive learning rule of central vectors, and uses the clustering function of network hidden layers. It improves the regression and learning ability of neural networks. The academic derivation testifies the errors and precision could satisfy demand of chaos control. And simulation calculation also displayed that the rate of convergence of the improved RBF neural network is much quickly and approach ability is much stronger. The numerical experimentation of ferroresonance system testifies the reliability and stability of using the algorithm to control chaos in neutral grounded power system.

Keywords : neutral grounded power system , chaos control , radial basis function , maximum-entropy principle PACC : 0545 , 0547