

# 复杂像散椭圆光束的轨道角动量的实验研究<sup>\*</sup>

董一鸣 徐云飞 张璋 林强<sup>†</sup>

(浙江大学物理系光学研究所 杭州 310027)  
(2005 年 7 月 23 日收到 2006 年 3 月 8 日收到修改稿)

提出一种直接测量光束的轨道角动量的方法,其原理是把具有轨道角动量的光束照射到一个金属靶上,使其在光束的角动量作用下发生转动.通过测量靶转动的角度来计算光束的角动量值.对几种不同参数的光束的轨道角动量进行了测量,获得了轨道角动量与光束参数之间的关系,实验结果与理论分析较好地符合.

关键词:复杂像散椭圆光束,轨道角动量,测量

PACC: 1160, 9850M, 0710C

## 1. 引言

光束的角动量可分为自旋角动量和轨道角动量,其中自旋角动量取决于光的偏振态.圆偏振的光束具有自旋角动量,而线偏振的光束不具有自旋角动量.光束的轨道角动量则取决于光场的空间振幅和位相分布.光的自旋角动量很早就被认识到<sup>[1]</sup>.相对来说,人们对光束的轨道角动量的认识要晚得多.1992年,Allen等人<sup>[2]</sup>指出:带有角向位相因子  $\exp(-i\ell\phi)$  的光束具有轨道角动量,平均每个光子的轨道角动量为  $\ell\hbar$ .例如拉盖尔-高斯(LG)光束和高阶贝塞尔光束<sup>[3,4]</sup>均可带有轨道角动量.1997年,Courtial等人<sup>[5]</sup>研究了复杂像散椭圆高斯光束的轨道角动量,指出这种光束平均每个光子的轨道角动量可以高达  $10000\hbar$ .

光束的轨道角动量在实验方面也得到了证实. Friese等人<sup>[6]</sup>成功地观测到被束缚在LG光束中的CuO颗粒在吸收了光的轨道角动量之后发生的旋转, Simpson等人<sup>[7]</sup>也观测到类似的现象.高明伟等人<sup>[8]</sup>利用具有轨道角动量的扭转对称环形光束研制成功了“光学扳手”,并实现了对直径  $8\mu\text{m}$  左右的微粒进行俘获和旋转.这些结果均证实光束确实具有轨道角动量.在研究光与物质的相互作用中,定量地确定光束具有的角动量是非常重要的<sup>[9,10]</sup>.但要精确地测量光束的轨道角动量并不是一件容易的

事情.

本文提出一种能够直接测量光束的轨道角动量的方法,并测量了复杂像散椭圆光束的轨道角动量.在实验中,我们把具有轨道角动量的光束照射到一个悬挂起来的金属靶上,金属靶在激光束的照射下发生旋转,通过测量金属靶的旋转角度,以此来测定光束的轨道角动量.实验测量结果与理论分析很好相符.

## 2. 复杂像散椭圆光束的轨道角动量的理论分析

根据电磁场理论,光束的总角动量密度定义为<sup>[11]</sup>

$$\mathbf{M} = \epsilon_0 \mathbf{r} \times (\mathbf{E} \times \mathbf{B}), \quad (1)$$

其中  $\epsilon_0$  是真空介电常数,  $\mathbf{E}$  和  $\mathbf{B}$  分别为光束的电场和磁场.光场的总角动量为

$$\mathbf{J} = \epsilon_0 \int \mathbf{r} \times (\mathbf{E} \times \mathbf{B}) d\mathbf{r}. \quad (2)$$

在傍轴情况下,光场的总角动量可分为轨道角动量  $L$  和自旋角动量  $S$ ,

$$\mathbf{J} = \mathbf{L} + \mathbf{S}. \quad (3)$$

对于线偏振的傍轴光束,可以用标量场描述.这时没有自旋角动量,轨道角动量则沿着  $z$  方向(光束的传播方向).当标量光场  $u(x, y, z)$  通过一个薄透镜时,将得到附加位相因子  $\chi(x, y)$ ,因此从透镜

<sup>\*</sup> 国家自然科学基金(批准号:10334050,10574110)资助的课题.

<sup>†</sup> E-mail: qlin@zju.edu.cn

输出的光场(紧贴透镜处)可以表示为<sup>[5]</sup>

$$u'(x, y, z) = u(x, y, z) \exp[i\chi(x, y)]. \quad (4)$$

理论上已经证明<sup>[12]</sup>沿  $z$  方向的轨道角动量将发生如下变化:

$$\delta L_z = -\omega \epsilon_0 \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} dx dy \left( x \frac{\partial \chi}{\partial y} - y \frac{\partial \chi}{\partial x} \right) \times |u(x, y, z)|^2, \quad (5)$$

其中  $\omega$  是光束的角频率, 柱面透镜的位相因子  $\chi(x, y)$  可以表示为<sup>[5]</sup>

$$\chi(x, y) = -\frac{k}{2f} (x \sin \alpha + y \cos \alpha)^2, \quad (6)$$

其中  $k$  为波矢的大小,  $f$  为柱面透镜的焦距,  $\alpha$  是柱透镜的光轴和  $x$  轴的夹角. 光束在  $z$  方向的轨道角动量的改变量可以表示为

$$\delta L_z = \frac{\omega \epsilon_0 k}{2f} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} dx dy \left( (x^2 - y^2) \sin 2\alpha + 2xy \cos 2\alpha \right) \times |u(x, y, z)|^2. \quad (7)$$

如果在初始光束的表达式  $u(x, y, z)$  中  $x, y$  能够分离变量, 那么(7)式能够简化为

$$\delta L_z = \frac{\omega \epsilon_0 k \sin 2\alpha}{2f} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} dx dy (x^2 - y^2) \times |u(x, y, z)|^2. \quad (8)$$

从(8)式可以看出, 光束的轨道角动量的变化量正比于  $\sin 2\alpha$ . 如果入射光束本来不具有轨道角动量, 则(8)式就是出射光束的轨道角动量. 由于实验中产生的复杂像散光束一般并不是单一的模式, 往往是由很多个模式的叠加而成, 在很多情况下, 我们甚至不知道各个模式所占的比例. 因此, 我们不可能在理论上计算这种光束的轨道角动量, 而需要通过实

验来测量.

### 3. 光束轨道角动量的测量

我们所用的复杂像散光束是由半导体激光器产生的近似椭圆高斯光束. 实验中让它先经过一个焦距为 1cm 的薄透镜准直, 然后再通过一个焦距为 2.5cm 的柱面镜变换, 如图 1(a)所示. 柱面镜的对称轴与光束的对称轴成一定的夹角, 激光的中心波长  $\lambda = 808\text{nm}$ . 图 1(b)是根据拍摄到的光斑的光强分布得到的等高线图. 为了避免饱和, 拍摄时光强被衰减到较低的水平. 图中的等高线不是很规则的椭圆形, 这表明该激光束并不是标准的基模椭圆高斯光束, 而应该有其他模式成分存在.

测量装置如图 2 所示. 复杂像散椭圆光束经反射镜反射后垂直照射在由一根扭矩为  $2.9\text{mg}\cdot\text{cm}/90^\circ$  的扭丝悬挂起来的金属靶上, 金属靶吸收了光束的角动量后会旋转. 同时因为扭丝的作用和空气阻尼的存在, 金属靶将在平衡位置附近作阻尼振荡. 通过测量射在反射片上的参考光反射出的光斑的位置, 可以算出金属靶转过的角度, 从而推算出光束的角动量. 实验中我们使用光电位置敏感元件(PSD)作为探测器. 在 PSD 器件公共端上加上一定的电压, 在其两个输出端上可以测到电压信号. 随着射在 PSD 表面上光斑位置的移动, 电压信号将发生变化. 测量这个信号就可以知道光斑的移动距离.

金属靶在光束的作用下的所满足的运动方程为

$$I\ddot{\theta} = M - k\theta - \gamma\dot{\theta}, \quad (9)$$

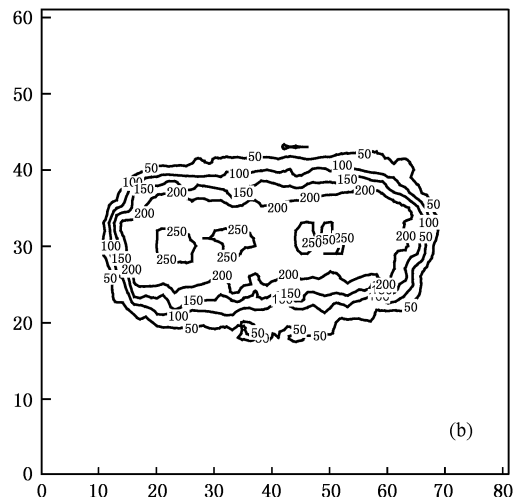
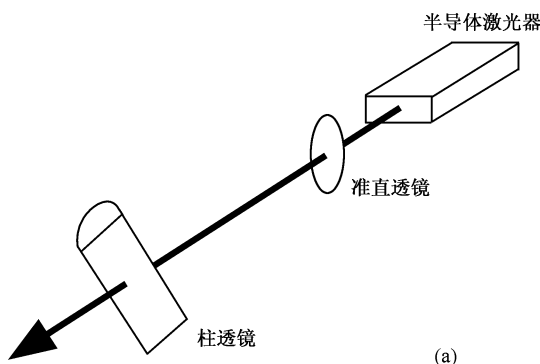


图 1 (a)产生复杂像散椭圆光束的装置示意图;(b)光斑的光强分布等高线图

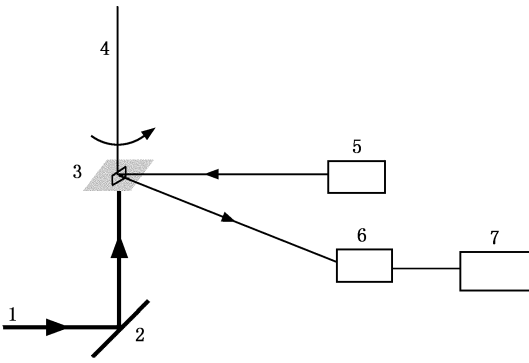


图2 测量装置示意图 1为复杂像散椭圆光束 2为反射镜 3为金属靶 4为铍青铜扭丝 5为参考光源 6为PSD探测器 7为电脑采集数据装置

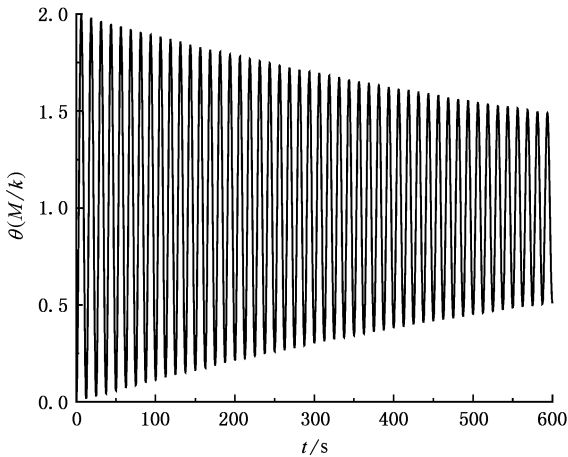


图3 在具有角动量的光束照射下 靶转动的角度随时间的阻尼振荡曲线

其中  $\theta$  为靶旋转的角度,  $M$  为靶受到的转矩,  $I$  为转动惯量,  $k$  为扭丝的弹性恢复系数,  $\gamma$  为空气的阻尼系数. 由于空气阻尼很小, 满足  $\gamma^2 - 4Ik < 0$ . 设初始条件为  $\theta(t=0) = 0$ ,  $\dot{\theta}(t=0) = 0$ , 方程(9)的解为

$$\alpha(t) = \frac{M}{k} - \frac{M}{k} \exp\left(-\frac{\gamma}{2I}t\right) \left( \cos\left(\frac{\sqrt{4Ik - \gamma^2}}{2I}t\right) + \frac{\gamma}{\sqrt{4Ik - \gamma^2}} \sin\left(\frac{\sqrt{4Ik - \gamma^2}}{2I}t\right) \right). \quad (10)$$

我们可以画出  $\theta-t$  关系图, 如图3所示. 各参数取值为  $I = 7.16 \times 10^{-7} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ ,  $k = 2.9 \text{ mg} \cdot \text{cm}/90^\circ$ ,  $\gamma = 1.72 \times 10^{-4} \text{ g} \cdot \text{cm}/\text{s}$ . 从图中可以看到, 随着时间的增大, 振荡的幅度越来越小, 到最后趋于平衡态  $\theta = M/k$ .

随着靶在光束作用下转动, 反射在 PSD 上的光斑也随之晃动, 光斑移动的距离  $\Delta s$  满足

$$\Delta s = 2d \cdot \Delta\theta, \quad (11)$$

其中  $d$  是靶和 PSD 之间的距离, 实验中为 30cm. 因此, 我们可以得到光束的轨道角动量为(自旋角动量比轨道角动量小得多, 可忽略)

$$L_z = \frac{\Delta s k}{2d\eta}, \quad (12)$$

其中,  $\eta = 50\%$  是金属靶的吸收率. 平均每个光子的轨道角动量为

$$J_z = \frac{L_z \omega}{P} \hbar = \frac{\Delta s k \omega}{2d\eta P} \hbar. \quad (13)$$

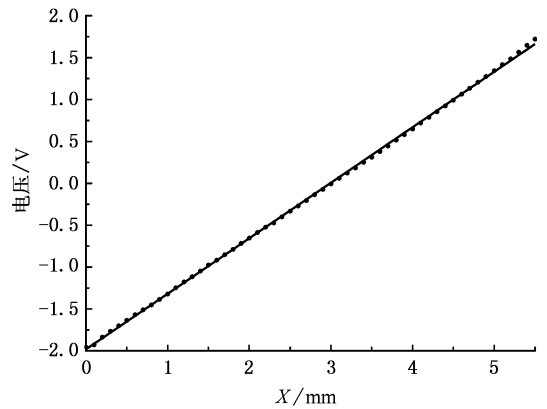


图4 PSD输出的电压信号和光斑位置之间的关系(黑色的点是实验测量结果, 实线是对黑点进行拟合后得到的直线)

为了定出 PSD 输出的电压信号和移动距离之间的关系, 我们使用了一个可以精确到 0.01mm 的一维调节架移动光斑位置, 并记录下电压读数. PSD 有效长度为 5.5mm. 实验测量结果及其拟合曲线如图4所示. 其中, 黑色的点是实际测量结果, 实线是对黑点进行拟合后而成的直线. 拟合表达式为  $V = -1.98148 + 0.662494x$ . 可以看到, PSD 的电压变化和光斑位置成良好的线性关系.

图5是在光功率为 50mW, 柱透镜光轴与光束光轴成  $0^\circ$  和  $-45^\circ$  的情况下, 电脑记录的 PSD 输出电压随时间的变化情况. 电压的变化和靶转动的角度成正比, 两幅图中的虚线表示这两种情况的平衡位置. 从图中可以看出, 两种情况下, 光斑都在各自的平衡位置附近振荡. 两个平衡位置之间的距离就是在激光的作用下光斑移动的距离. 由此, 我们可以得出靶吸收的光束角动量.

我们分别测量了光束功率为 50mW, 75mW, 100mW, 柱透镜与光轴夹角为  $\pm 45^\circ$ ,  $\pm 30^\circ$ ,  $\pm 15^\circ$  时光斑移动情况, 从而求得光束的角动量. 结果如表1所示.

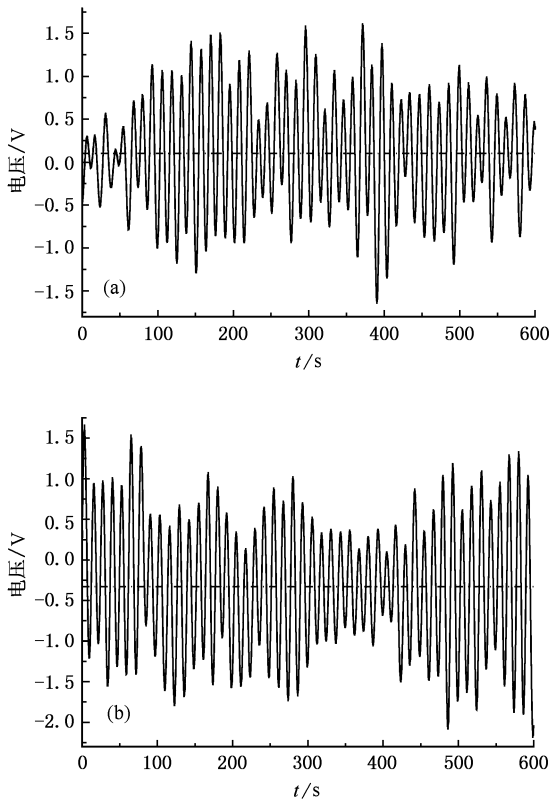


图5 激光功率为50mW时,柱透镜光轴与光束光轴成(a)  $\alpha = 0^\circ$ 和(b)  $\alpha = -45^\circ$ 的情况下,PSD产生的电压随时间的变化曲线

分析表1中的数据可以看到,在同一功率下,不同角度的角动量近似地与  $\sin 2\alpha$  成正比,这与理论结果相符合.对于同一角度,不同功率时的平均每个光子的轨道角动量不相等,那是由于随着光功率的变化,光束的模式会发生改变,相应的角动量也随之改变.另外,当柱透镜光轴与激光光轴平行时,靶也会发生一定的旋转,这是由于实验过程中靶的底

表1 不同光束功率和柱透镜与光轴夹角时的平均每个光子的轨道角动量 ( $\hbar$ )

光功率	50mW	75mW	100mW
$45^\circ$	$1.59 \times 10^7$	$1.19 \times 10^7$	$2.36 \times 10^7$
$-45^\circ$	$1.73 \times 10^7$	$-1.22 \times 10^7$	$-2.16 \times 10^7$
$30^\circ$	$1.49 \times 10^7$	$9.57 \times 10^6$	$1.10 \times 10^7$
$-30^\circ$	$-1.20 \times 10^7$	$-7.49 \times 10^6$	$-1.61 \times 10^7$
$15^\circ$	$7.94 \times 10^6$	$7.60 \times 10^6$	$8.76 \times 10^6$
$-15^\circ$	$-4.06 \times 10^6$	$-1.79 \times 10^6$	$-8.78 \times 10^6$

面与激光束不能达到完全垂直,在光压和气流的作用下发生旋转,但这种旋转在不同功率照射下总是转向同一个方向,不影响对角动量的测量.

## 4. 结 论

本文把半导体激光器产生的椭圆光束经过透镜准直以后,利用柱面透镜使之变成具有复杂像散的椭圆光束,然后利用光学扭秤的方法测量这种光束的轨道角动量.成功地测量了功率分别10mW,75mW和50mW时复杂像散椭圆光束的轨道角动量,得出光束的轨道角动量与  $\sin 2\alpha$  成正比的结论.这一实验结果与理论很好地符合.本文所用的方法能直接测量复杂像散光束的轨道角动量,并且装置简单,对实验仪器的要求也比其他方法低得多.

王育竹院士曾对本文工作给予指导,王绍民教授提供了金属扭丝,陆璇辉教授提供了半导体激光器,在此表示衷心的感谢!

- [1] Beth R A 1936 *Phys. Rev.* **50** 115
- [2] Allen L, Beijersbergen M W, Spreeuw R J C, Woerdman J P 1992 *Phys. Rev. A* **45** 8185
- [3] Barnett S M, Allen L 1994 *Optics Comm.* **110** 670
- [4] Volke-Sepulveda K, Garc'es-Ch'avez V, Ch'avez-Cerda S, Arlt J, Dholakia K 2002 *J. Opt. B: Quantum Semiclass* **4** S82
- [5] Courtial J, Dholakia K, Allen L, Padgett M J 1997 *Opt. Comm.* **144** 210
- [6] He H, Friese M E J, Heckenberg N R, Rubinshtein-Dunlop H *Phys. Rev. Lett.* 1995 **75** 826
- [7] Simpson N B, Dholakia K, Allen L, Padgett M J 1997 *Optics Lett.* **22** 12
- [8] Gao M W, Gao C Q, He X Y, Li J Z, Wei G H 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 413 (in Chinese) [高明伟、高春清、何小燕、李家泽、魏光辉 2004 物理学报 **53** 413]
- [9] Allen L, Babiker M, Lai W K, Lembessis V E 1997 *Phys. Rev. A* **54** 4259
- [10] Parkin S J, Nieminen T A, Heckenberg N R, Rubinshtein-Dunlop H 2004 *Phys. Rev. A* **70** 023816
- [11] Jackson J D 1962 *Classical Electrodynamics* (Wiley, New York)
- [12] van Enk S J, Nienhuis G 1994 *Opt. Comm.* **112** 225

# The experimental investigation of orbital angular momentum of complex astigmatic elliptical beams<sup>\*</sup>

Dong Yi-Ming Xu Yun-Fei Zhang Zhang Lin Qiang<sup>†</sup>

( *Institute of Optics , Zhejiang University , Hangzhou 310027 , China* )

( Received 23 July 2005 ; revised manuscript received 8 March 2006 )

## Abstract

Complex astigmatic elliptical beams possess very high orbital angular momentum. This kind of beams has important applications in many fields , such as atomic physics and biology. An experimental method of optical torsion balance to measure the orbital angular momentum of the beams is presented in this paper. In our experiment , the absorption slice rotates under the irradiation of the beam. The angular momentum of beams is obtained by measuring the rotation angle of the absorption slice. The angular momentum of complex astigmatic elliptical beam with different parameters is measured in this paper. The dependences of orbital angular momentum on the parameters of the elliptical beams are investigated. The experimental results are consistent with the theoretical predictions.

**Keywords** : complex astigmatic elliptical beam , orbital angular momentum , measurement

**PACC** : 1160 , 9850M , 0710C

---

<sup>\*</sup> Project supported by the National Natural Science Foundation of China ( Grant Nos. 10334050 and 10574110 ).

<sup>†</sup> E-mail : qlin@zju.edu.cn