

二维声子晶体带结构的多散射分析及解耦模式^{*}

蔡 力 韩小云

(国防科技大学机电工程研究所,长沙 410073)

(2006 年 2 月 19 日收到,2006 年 3 月 27 日收到修改稿)

利用多散射方法研究了二维声子晶体中的带结构,通过对柱散射波各阶分波之间的耦合分析,发现在带隙边缘的模式存在与对称性相关的解耦现象,由此在低阶带隙边缘出现独立的自洽的零阶多散射模式.通过引入周期结构因子和 Mie 散射因子,得到表征低阶带隙起始频率的解析公式.利用该公式,采用图解法,定量地说明了带隙起始频率随周期性和单散射体 Mie 散射特性变化的规律.

关键词:声子晶体,多散射

PACC:4320,4335

1. 引 言

近年来,关于弹性波在周期性复合介质中传播的研究比较活跃^[1-17].弹性波受到周期性复合材料弹性常数的调制,会产生弹性波带隙,即在一定频率范围内弹性波的传播被抑制或禁止,此类复合材料称为声子晶体^[1].声子晶体在无源隔音、精密机械平台减振、声滤波器 etc 新型声学功能材料方面具有广泛的应用前景.因此,声子晶体带隙特性的研究正在成为一个新的热点^[3-11].

目前,对由固(液)体柱(球)置于固(液)体基体中形成的二(三)维周期性复合介质^[12-14],都可以得到弹性波带隙.对于两组元系统,最低带隙出现于弹性波波长与晶格常数数量级相当的频率范围^[15],带隙的起始、终止频率随基体和散射体的材料参数差异、填充率等的变化而变化.这时,带隙的产生一般归结于 Bragg 机理,即在一定频段内周期性分布的散射体散射波之间的 Bragg 干涉引起弹性波的反射^[16].而另一方面,对单个固(液)体柱(球)散射特性的研究发现带隙位于散射截面随频率变化曲线的峰值之间,单个散射体散射截面随频率的变化可以定性地预测带隙的位置^[17,18].以上定性的研究可以看出周期性和单个散射体的 Mie 散射特性都是决定带隙的重要因素. Bragg 干涉产生的条件是周期结构的半波长条件,而 Mie 散射峰值与周期无关.声子晶

体结构的周期性与单元的 Mie 散射作用是如何共同作用决定带隙特性的呢?这是个值得探索的问题.

本文采用多散射方法^[19,20]研究了二维周期系统的带结构,通过对柱散射波各阶分波之间的耦合分析,发现在带隙边缘存在解耦现象.对于低阶带隙的带边,解耦使得 Bragg 干涉和 Mie 散射共同形成一个简单的自洽场,通过引入周期结构因子和 Mie 散射因子,得到计算带隙起始频率的解析公式,最终,周期性和单散射体 Mie 散射的结合由图解法准确地表示出来.

2. 基本理论

假定无限大固体中嵌入按正方结构周期性排列

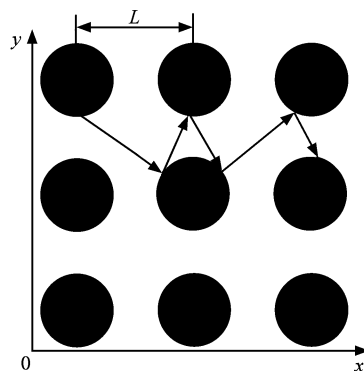


图 1 二维声子晶体横截面示意图

的无限长圆柱形散射体.令沿圆柱体轴线方向为 z

^{*} 国家重点基础研究发展规划项目(批准号 51307)资助的课题.

轴,入射到散射体上的弹性波将在圆柱体内激发弹性波,在圆柱体外则存在入射波和散射波.图 1 为该结构的横截面示意图.

圆柱散射体内外波场的位移 u 满足弹性波方程

$$(\lambda + 2\mu)\nabla(\nabla \cdot u) - \mu \nabla \times \nabla \times u + \rho \omega^2 u = 0, \quad (1)$$

式中 ρ 为密度, λ 和 μ 为拉梅常数.对任一个弹性柱 i 外的弹性波场,采用柱坐标系,可以表示为

$$u(r_i) = u_i^{in}(r_i) + u_i^{sc}(r_i) = \sum_{ns} [a_{ns} J_{ns}(r_i) + b_{ns} H_{ns}(r_i)], \quad (2)$$

式中 $u_i^{in}(r_i) = \sum_{ns} a_{ns} J_{ns}(r_i)$ 为入射场, $u_i^{sc}(r_i) = \sum_{ns} b_{ns} H_{ns}(r_i)$ 为柱体散射产生的散射场.这里 r_i 以弹性柱 i 圆心为坐标原点, $J_{ns}(r)$ 和 $H_{ns}(r)$ 分别为

$$\begin{aligned} J_{n1}(r) &= \nabla [J_n(\alpha r) e^{in\phi}], \\ J_{n2}(r) &= \nabla \times [\hat{z} J_n(\beta r) e^{in\phi}], \\ J_{n3}(r) &= \frac{1}{\beta} \nabla \times \nabla \times [\hat{z} J_n(\beta r) e^{in\phi}], \\ H_{n1}(r) &= \nabla [H_n(\alpha r) e^{in\phi}], \\ H_{n2}(r) &= \nabla \times [\hat{z} H_n(\beta r) e^{in\phi}], \\ H_{n3}(r) &= \frac{1}{\beta} \nabla \times \nabla \times [\hat{z} H_n(\beta r) e^{in\phi}], \end{aligned} \quad (3)$$

式中 $\alpha = \omega \sqrt{\rho(\lambda + 2\mu)}$, $\beta = \omega \sqrt{\rho/\mu}$, $J_n(x)$ 和 $H_n(x)$ 为 Bessel 函数和第一类 Hankel 函数.下标 1 表示纵波模式, 2, 3 表示横波模式.

对任一个弹性柱 i , 其入射场为外部入射平面波场和除该柱体外其他所有柱的散射场之和,

$$u_i^{in}(r_i) - u_i^{in(0)}(r_i) = \sum_{j \neq i} \sum_{n'\sigma'} b_{n'\sigma'}^j H_{n'\sigma'}^j(r_j), \quad (4)$$

其中 $u_i^{in(0)}(r_i)$ 为外部入射平面波, r_i, r_j 为分别以柱 i, j 为坐标原点时空间同一点的位置矢量. (4) 式左边为以柱 i 为中心展开的柱函数, 右边则是以柱 j 为中心展开的.式中含多个坐标系, 可以证明

$$H_{n'\sigma'}^j(r_j) = \sum_{ns} G_{n'\sigma'ns}^{ij} J_{ns}^i(r_i), \quad (5)$$

这里

$$G_{n'\sigma'ns}^{ij} = \begin{cases} H_{n-n'}(\alpha R_{ij}) e^{-\kappa(n'-n)\phi_{ij}}, \\ H_{n-n'}'(\beta R_{ij}) e^{-\kappa(n'-n)\phi_{ij}}, \end{cases} \quad (6)$$

其中 $R_{ij} = R_i - R_j$, R_i, R_j 分别为柱 i, j 的位置矢量.这样, 不同坐标系的展开式可以变换到同一坐标系处理.

同时, 对于任一个散射圆柱, 其散射场通过柱体

的幂散射矩阵与入射场相联系

$$B = TA, \quad (7)$$

其中 $B = \{b_{n\sigma}^i\}$, $A = \{a_{n\sigma}^i\}$, T 为幂散射矩阵.

将 (5) (7) 式代入 (4) 式, 得到

$$\sum_{jn'\sigma'} [\delta_{ij} \delta_{nn'} \delta_{\sigma\sigma'} - \sum_{n''\sigma''} t_{n'\sigma'n''\sigma''}^{ij} G_{n''\sigma''ns}^{ij}] a_{n'\sigma'}^j = a_{n\sigma}^{(0)}. \quad (8)$$

这样, 得到二维多散射系统的一般方程.

对于周期系统的本征模式, 令外部入射波为零, 由上式得本征方程

$$\det \left| \delta_{ss'} \delta_{nn'} \delta_{\sigma\sigma'} - \sum_{n''\sigma''} t_{n'\sigma'n''\sigma''}^{ss'} G_{n''\sigma''ns}^{ss'}(k) \right| = 0, \quad (9)$$

s 和 s' 标示一个周期单元中的各个散射体, $G_{n''\sigma''ns}^{ss'}(k)$ 定义为

$$G_{n''\sigma''ns}^{ss'}(k) = \sum_R G_{n''\sigma''ns}(O_s - O_s - R) \times \exp(ik \cdot R), \quad (10)$$

O_s 和 O_s' 为各个散射体的位置矢量, 如果一个周期单元仅有一个散射体, $O_s = O_s' = 0$. 晶格求和 \sum_R 中 R 取周期结构的所有格点位置矢量.

3. 周期性结构中的耦合波和解耦

考虑二维正方结构铅/树脂复合结构, 晶格常数 L 为 15mm. 材料参数如表 1 所示. 对于正入射情况, 二维固/固体系的带结构可以分解为两类非耦合模式: 质点运动方向垂直于波传播平面的 z 模式和平行于传播平面的 $x-y$ 模式. 我们分别对二者进行讨论.

表 1 数值计算中用到材料的物理参数

材料	密度/kg·m ⁻³	纵波速度/m·s ⁻¹	横波速度/m·s ⁻¹
铅	11400	2160	860
树脂	1180	2535	1157

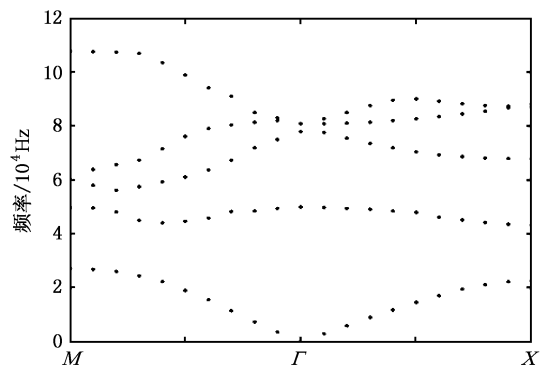


图 2 正方结构铅/树脂声子晶体 z 模式带结构

首先考虑 z 模式, 这时对 (9) 式, $O_s = O_s' = 0$, σ

$= \sigma' = 3$, 由于多散射方法具有很好的收敛性, n 的截断取 $n = 4$ 即可^[19]. 填充率为 0.1 时的色散曲线如图 2 所示, 第一带隙位于第一、第二条色散曲线之

间, 带隙起始位置为 Brillouin 区边界.

这时 (9) 式展开为

$$\det \begin{vmatrix} \dots & \dots & \dots \\ 1 - t_{-1,3,-1,3} G_{-1,3,-1,3} & - t_{-1,3,-1,3} G_{-1,3,0,3} & - t_{-1,3,-1,3} G_{-1,3,1,3} \\ - t_{0,3,0,3} G_{0,3,-1,3} & 1 - t_{0,3,0,3} G_{0,3,0,3} & - t_{0,3,0,3} G_{0,3,1,3} \\ - t_{1,3,1,3} G_{1,3,-1,3} & - t_{1,3,1,3} G_{1,3,0,3} & 1 - t_{1,3,1,3} G_{1,3,1,3} \\ \dots & \dots & \dots \end{vmatrix} = 0, \quad (11)$$

从该式和 (4) 式可知, 对色散曲线上的任意一点, 任一柱体的入射波为其周围柱体散射波之和, 而每一个柱体的散射波与入射波之间遵循多散射矩阵关系, 每一个散射体周围的波场都同时满足这两个关系. 色散曲线上任一点表征的周期系统本征模式都是一个自洽的多散射过程. (11) 式中 $t_{n,3,m,3}$ 来源于联系柱散射体入射波与散射波的多散射矩阵 T . 对于 T 矩阵, 非对角元素为零, 即对多散射过程中任一单散射体的 Mie 散射过程来说, 入射波与散射波各阶柱面波分量是非耦合的. 而对 (11) 式中

$G_{n,3,m',3}$, 由 (5) 式有

$$H_{1,3}^i(r_j) = G_{1,3,-1,3}^{ij} J_{-1,3}^i(r_i) + G_{1,3,0,3}^{ij} J_{0,3}^i(r_i) + G_{1,3,1,3}^{ij} J_{1,3}^i(r_i) + \dots \quad (12)$$

在柱与柱之间的多次散射过程中入射波与散射波各阶柱面波分量发生耦合. 可见, 周期结构中弹性波的传播是多散射过程, 也是弹性波各阶分量彼此交换能量的耦合波传播过程. 对于图 2 中第一、二条色散曲线, n 的截断取 $n = 1$ 即可得到与 $n = 4$ 相差仅 0.4% 的结果. 这时 (11) 式化简为

$$\det \begin{vmatrix} 1 - t_{0,3,0,3} \cdot G_{0,3,0,3} & - 2 \cdot t_{0,3,0,3} \cdot G_{0,3,1,3} \\ - t_{1,3,1,3} \cdot G_{1,3,0,3} & 1 - t_{1,3,1,3} \cdot G_{1,3,1,3} + t_{1,3,1,3} \cdot G_{1,3,-1,3} \end{vmatrix} = 0, \quad (13)$$

(13) 式表明第一、二条色散曲线描述的多散射过程主要包括弹性波零阶、一阶分量, 非对角项表征零阶、一阶分量之间的耦合作用.

显然, 耦合的大小由晶格求和 (10) 式表征. 对 z 模式有

$$G_{n',3,n,3}^z(k) = \sum_R G_{n',3,n,3}^z(R) \exp(ik \cdot R) = \sum_R H_{n-n'}(\beta R_y) e^{-i(n-n')\theta_y} \exp(ik \cdot R) \quad (14)$$

该求和可以简化为^[21]

$$G_{n',3,n,3}^z(k) = P_{n-n'}^J(k) + i \cdot P_{n-n'}^Y(k), \quad (15)$$

$$P_{n-n'}^J(k) = - \delta_{n-n',0}, \quad (16)$$

$$P_{n-n'}^Y(k) = \left\{ - \left[Y_1(\beta) + \frac{2}{\pi\beta} \right] \delta_{n-n',0} - 4 \cdot i^{n-n'} \beta \sum_h \frac{J_{(n-n')_h+1}(\mathcal{Q}_h)}{\mathcal{Q}_h(\mathcal{Q}_h^2 - \beta^2)} e^{i(n-n')\theta_h} \right\} / J_{(n-n')_h+1}(\beta), \quad (17)$$

式中 $\mathcal{Q}_h = \mathbf{K}_h + k = (Q_h, \theta_h)$, \mathbf{K}_h 为晶格的倒格矢.

作为正方晶格, \mathbf{K}_h 具有四重旋转对称性. 由 (15)–(17) 式可以得到结果: 当 $k = \mathbf{K}_h/2$ 时, 如果 $n - n'$ 不是二的整数倍, 则 $G_{n',3,n,3}^z(k) = 0$. 这样, 在 Brillouin 区边界, $G_{1,3,0,3} = G_{0,3,1,3} = 0$ (13) 式简化为

$$\det \begin{vmatrix} 1 - t_{0,3,0,3} \cdot G_{0,3,0,3} & 0 \\ 0 & 1 - t_{1,3,1,3} \cdot G_{1,3,1,3} + t_{1,3,1,3} \cdot G_{1,3,-1,3} \end{vmatrix} = 0. \quad (18)$$

这时, 零阶、一阶分量之间的耦合消失了. 两个对角项分别表征独立的零阶、一阶多散射过程. 其特征频

率即为带隙的起始、终止频率, 由以下两式得到:

$$1 - t_{0,3,0,3} \cdot G_{0,3,0,3} = 0, \quad (19)$$

$$1 - t_{1313} \cdot G_{1313} + t_{1313} \cdot G_{13-13} = 0. \quad (20)$$

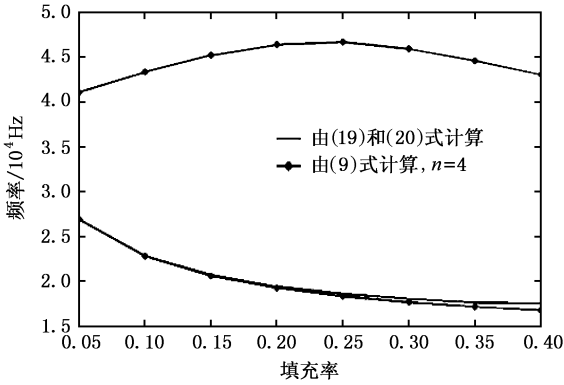


图3 z 模式带隙起、止频率随填充率的变化

图3为带隙起、止频率随填充率的变化,由(19), (20)两式得到的特征频率与由(11)式在 $n = 4$ 得到的结果对比,终止频率的结果两者相差小于 0.6%。起始频率在填充率小于 0.2 时相差小于 1%,填充率达到 0.4 时小于 4%,该偏差起源于对高阶分量的忽略,特别是二阶分量的作用。

对应用来说, $x-y$ 模式更受重视。图4为填充率为 0.4 时二维正方声子晶体 $x-y$ 模式的色散曲线。 n 的截断取 $n = 4$ 。第一带隙位于第二、第三条色散曲线之间,带隙起始位置为 Brillouin 区中心的 η 点。

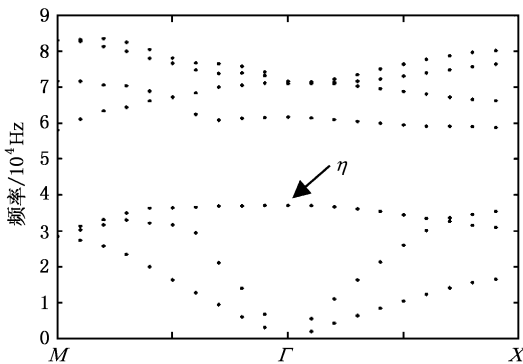


图4 正方结构铅/树脂声子晶体 $x-y$ 模式带结构

与 z 模式同样,对最低的三条色散曲线, n 的截断取 $n = 1$ 即可得到足够精确的结果。这三条色散曲线描述的多散射过程同样是主要包括弹性波零阶、一阶分量的耦合波传播过程。由于同时存在纵波、横波耦合和零阶、一阶分量之间的耦合,表达式远比(13)式复杂。但对带隙的起始位置,引入周期性结构对称性将得到简单的结果。

由(15)(16)(17)式,当 $k = 0$ 时,只有 $n - n''$ 为 4 的整数倍时 $G_{n''n}(k) \neq 0$ 。因而弹性波零阶分量

与一、二、三阶分量间的耦合都消失了。这时(9)式化简为

$$\det \begin{pmatrix} A_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & A_{22} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & A_{33} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & A_{44} \end{pmatrix} = 0, \quad (21)$$

式中

$$A_{11} = 1 - t_{0101} \cdot G_{0101}, \quad (22)$$

$$A_{22} = 1 - (t_{1111} - t_{1112} \cdot t_{1212}/t_{1212}) \cdot G_{1111}, \quad (23)$$

$$A_{33} = 1 - t_{0202} \cdot G_{0202}, \quad (24)$$

$$A_{44} = 1 - (t_{1212} - t_{1211} \cdot t_{1112}/t_{1111}) \cdot G_{1212}. \quad (25)$$

这样,出现了四个独立的多散射过程(22)与(24)式分别为独立的零阶纵波与横波的多散射模式(23)与(25)式为一阶纵波与横波的多散射过程,其中包括纵横耦合行为。

通过对比发现,带隙起始位置 η 点的多散射模式由(24)式表征,另三式表征更高阶色散曲线在 $k = 0$ 时的模式。这样,带隙起始频率可由下式得到:

$$1 - t_{0202} \cdot G_{0202} = 0. \quad (26)$$

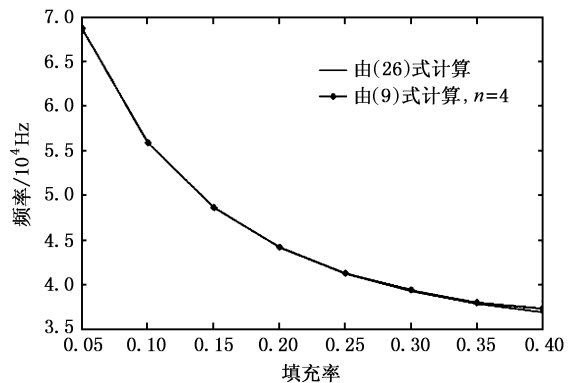


图5 $x-y$ 模式带隙起始频率随填充率的变化

图5为带隙起始频率随填充率的变化,由(26)式得到的特征频率与由(9)式在 $n = 4$ 得到的结果对比,两者结果在填充率为 0.4 时相差仍小于 0.6%。该结果比 z 模式要好。这是由于这时二、三阶分量都不会对零阶分量产生影响。

多散射过程中 $x-y$ 模式一般都需要考虑纵横波耦合,但 $k = 0$ 时出现了无耦合的横波和纵波模式。 $k = 0$ 时的耦合消失可以清楚地解释这种现象。对称性使得零阶分量与一、二、三阶分量的耦合消失了,而零阶纵、横波分量是不耦合的。

4. Bragg 干涉与 Mie 散射

由以上我们可以看到,由于 Brillouin 区高对称点处的解耦效应,不论 z 模式还是 $x-y$ 模式,最低带隙起始位置的模式是一个简单的零阶柱面波分量的自洽多散射过程.它们的特征频率可由下式得到:

$$G_{0,\sigma,0,\sigma} = 1/t_{0,\sigma,0,\sigma}, \quad (27)$$

式中 $\sigma = 2, 3$, 对 z 模式 $k = K_h/2$, 对 $x-y$ 模式 $k = K_h$. 式中左边与周期结构参数和基体材料参数有关,右边只与单散射体的 Mie 散射特性相关.我们分别定义它们为周期结构因子和 Mie 散射因子,则带隙起始频率可由图解法进行分析.

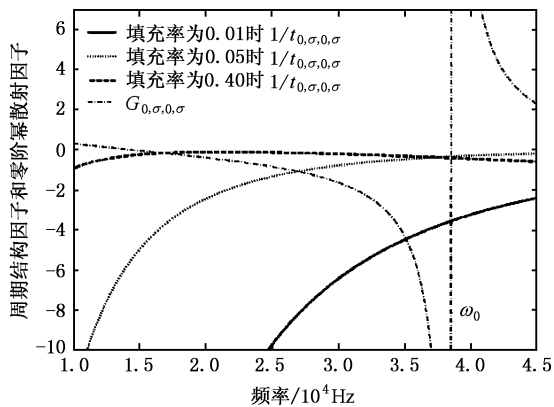


图 6 由图解法得到带隙起始频率

图 6 是 z 模式下这二者随频率的变化曲线,它们的交点为带隙起始频率.周期结构因子随频率的变化在 ω_0 附近存在跳跃翻转.由(17)式分析,当

$$Q_h^2 - \beta^2 = 0 \quad (28)$$

时周期结构因子趋于无限大,由于对 Brillouin 区高对称点 $k = n \cdot K_h/2$,由(28)式得 $\omega_0 = n \cdot \pi \cdot c_l/L$,这与 Bragg 公式结果是一致的^[22].

结合 Mie 散射因子可以看到,较小的散射体(填

充率)带隙起始频率接近 ω_0 .随散射体的增大,起始频率逐渐远离 ω_0 .这可以由多散射过程的自洽来解释.对(19)(26)或(27)式,如果单个散射体的 Mie 散射能力较小,则一个较大的周期结构因子才能达到自洽.而周期结构因子在 ω_0 附近才具有较大值.反过来较大的 Mie 散射能力对应于较小的周期结构因子.

可见,带隙起始频率是由周期结构特性和散射体 Mie 散射特性共同决定的.由图 6 中起始频率的变化可以看出,当散射体的半径趋于零时,起始频率趋于 ω_0 ,即由 Bragg 公式得到的频率.其实 Bragg 公式及与其等效的劳埃公式就是在散射体等效为质点的前提下得到的.作为多散射的一种极端情况,Mie 散射的影响被忽略了.而对较大的填充率,当散射体材料参数与基体差异较大时,起始频率逐渐远离 ω_0 .这时周期结构因子很小且随频率的变化也较小,起始频率对应于 Mie 散射能力较大的频率,且随单散射体 Mie 散射的变化而变化.这也就是所发现的带隙位于散射截面随频率变化曲线的峰值之间的情况^[17,18].

5. 结 论

利用多散射方法可以看到,二维声子晶体中弹性波传播的物理图像是柱散射波各阶分量相互耦合的传播过程,一般而言,传播过程中存在的模式是非常复杂的.然而对晶格求和的分析发现,在带隙边缘,即 Brillouin 区的高对称点处的模式,存在与对称性相关的解耦现象.在低阶带隙的边缘,由此出现独立的自洽的零阶多散射模式.通过引入周期结构因子和 Mie 散射因子,得到表征低阶带隙起始频率的解析公式.利用该公式,采用图解法,定量地说明带隙起始频率由周期特性和单散射体 Mie 散射特性共同决定,但 Mie 散射的强弱决定二者谁起主导作用.

- [1] Kushwaha M S, Halevi P, Dobrzynski L, Djafari-Rouhani B 1993 *Phys. Rev. Lett.* **71** 2022
- [2] Wu F G, Liu Y Y 2002 *Acta Phys. Sin.* **51** 1434 (in Chinese) [吴福根、刘有延 2002 物理学报 **51** 1434]
- [3] Wang G, Liu Y Z, Wen J H, Yu D L 2006 *Chin. Phys.* **15** 407
- [4] Kushwaha M S, Halevi P, Martinez G, Dobrzynski L, Djafari-Rouhani B 1994 *Phys. Rev. B* **49** 2313

- [5] Wen J H, Wang G, Liu Y Z, Yu D L 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 3384 (in Chinese) [温激涛、王刚、刘耀宗、郁殿龙 2004 物理学报 **53** 3384]
- [6] Psarobas I E, Stefanou N, Modinos A 2000 *Phys. Rev. B* **62** 278
- [7] Liu Z Y, Chan C T, Sheng P, Goertzen A L, Page J H 2000 *Phys. Rev. B* **62** 2446
- [8] Wu F G, Liu Z Y, Liu Y Y 2002 *Phys. Rev. E* **66** 046628

- [9] Liu Z Y , Zhang X X , Mao Y W *et al* 2000 *Science* **289** 1734
- [10] Wang G , Wen J H , Liu Y Z *et al* 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 1247
(in Chinese)[王 刚、温激鸿、刘耀宗等 2005 物理学报 **54** 1247]
- [11] Wang G , Wen J H , Han X Y *et al* 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 1943
(in Chinese)[王 刚、温激鸿、韩小云等 2003 物理学报 **52** 1943]
- [12] Sigalas M M , Economou E N 1993 *Solid State Commun.* **86** 141
- [13] Vasseur J O , Djafari-Rouhani B , Dobrzynski L , Kushwaha M S , Halevi P 1994 *J. Phys. Condens. Matter* **6** 8759
- [14] Kafesaki M , Sigalas M M , Economou E N 1995 *Solid State Commun.* **96** 285
- [15] Martinez-Sala R , Sancho J , Sanchez J V *et al* 1995 *Nature* **378** 241
- [16] Datta s , Chan C T , Ping Sheng *et al* 1993 *Photonic Band Gaps and Localization* (New York : Plenum) p 289
- [17] Kafesaki M , Economou E N 1995 *Phys. Rev. B* **52** 13317
- [18] Klironomos A D , Economou E N 1998 *Solid State Commun.* **105** 327
- [19] Mei J , Liu Z Y , Shi J , Tian D C 2003 *Phys. Rev. B* **67** 245107
- [20] Kafesaki M , Economou E N 1999 *Phys. Rev. B* **60** 11993
- [21] Chin S K , Nicorovici N A , McPhedran R C 1994 *Phys. Rev. E* **49** 4590
- [22] Gu B L , Wang X K 1989 *Solid-state Physics* (Beijing : Tsinghua University Press) p68 (in Chinese)[顾秉林、王喜坤 1989 固体物理学(北京 清华大学出版社) 第 68 页]

Study of the band-structure and the uncoupled modes in two-dimensional phononic crystals with the multiple-scattering theory *

Cai Li Han Xiao-Yun

(*Institute of Mechatronical Engineering , National University of Defense Technology , Changsha 410073 , China*)

(Received 19 February 2006 ; revised manuscript received 27 March 2006)

Abstract

The multi-scattering theory (MST) method is applied to study the band structure of the two-dimensional phononic band-gap material. A comprehensive study is performed for the coupling between various order components of the cylindrical scattered wave. It has been found that there are decoupling effects at the edge of the band gap. Therefore , a self-contained self-consistent multiple scattering model of the zeroth-order scattered wave is obtained at the edge of the first band gap. A Mie scattering factor and a lattice structure factor are introduced to give a physical insight into the variation of the gap 's starting frequency by graphic analytic method.

Keywords : phononic crystal , multiple scattering

PACC : 4320 , 4335