

# 周期量级激光脉冲的 Thomson 散射

张 鹏<sup>1)</sup> 宋晏蓉<sup>1)</sup> 张志刚<sup>1)2)</sup>

1) 北京工业大学应用数理学院, 北京 100022)

2) 北京大学信息科学与技术学院, 北京 100871)

(2006 年 3 月 13 日收到, 2006 年 7 月 21 日收到修改稿)

用经典辐射理论对线偏振周期量级激光脉冲的线性 Thomson 散射进行分析, 从理论上得到它可产生亚阿秒脉冲的结论. 计算显示, 在电子相对论因子为 50、激光脉冲中心波长为  $1 \mu\text{m}$ 、归一化光场强度为 0.01 的情况下, 用包含 1.5 个光周期的激光脉冲, 可获得 0.2 as (半高全宽) 的散射脉冲输出. 还对光场载波包络初相  $\phi_{ce}$  和电子进入光场的初相  $\phi_m$  对散射脉冲的影响作了分析讨论. 结果表明, 在适当的  $\phi_{ce}$  和  $\phi_m$  条件下, 能实现单个阿秒脉冲输出, 并可对脉冲宽度和频率进行调谐.

关键词: 线性 Thomson 散射, 周期量级激光脉冲, 载波包络初相, 阿秒脉冲

PACC: 0330, 0350

## 1. 引 言

在实现了用飞秒脉冲研究分子动力学过程<sup>[1]</sup>之后, 利用阿秒脉冲研究原子内电子的跃迁和弛豫等动力学过程, 成为人们探索微观世界的下一个目标. 产生阿秒脉冲的诸多方法已被提出<sup>[2-6]</sup>. 本文提出一种原理简洁的产生亚阿秒脉冲的新方法——利用线偏振周期量级激光脉冲的线性 Thomson 散射来产生亚阿秒脉冲.

作为一种可调谐、可小型化、可获超短脉冲和高亮度的新型 X 射线源, 相对论电子束团对强激光超短脉冲的 Thomson 散射, 以其独具的特点和广阔的应用前景已被广泛深入研究<sup>[7-17]</sup>. 然而, 已有的研究大都集中在持续时间大于 20 fs 的激光脉冲的 Thomson 散射, 对周期量级激光脉冲的 Thomson 散射的理论及实验研究尚不充分. 本文研究了周期量级激光脉冲线性 Thomson 散射的独特之处, 指出其可作为阿秒及亚阿秒脉冲源.

在 Thomson 散射中, 入射激光脉冲的传播方向与电子束团前进方向之间的夹角会影响出射 X 射线的频率及其脉冲宽度, 因此, 改变该角度是对出射 X 射线进行调谐的主要方式. 由于  $180^\circ$  散射 (或称迎面散射) 能获得最大的出射 X 射线频率,  $90^\circ$  散射较易实现和调控, 因而这两种散射被研究得较多且较常用. 本文研究的是线偏振激光脉冲的  $90^\circ$

Thomson 散射.

在一定频率下, 激光脉冲中所包含的光周期数  $N$  决定了脉冲持续时间的长短. 在长脉冲 Thomson 散射中, 入射激光脉冲的时间宽度和空间分布与电子束团的时间宽度和空间分布以及散射角度共同决定出射 X 射线的的时间宽度<sup>[18, 19]</sup>. 入射激光脉冲中光周期数的减少, 会使电子在光场中的运动时间更短, 运动在时间上的周期性降低, 从而使电子辐射的频谱加宽. 当入射激光脉冲接近一个光周期时, 对电子辐射谱的理论计算表明, 辐射脉冲已处于亚阿秒范围.

从激光脉冲光电场的一般表达式  $E = E_0 f(t) \times \cos(\omega_0 t - k_0 z + \phi_{ce})$  可以看出, 与多周期缓变包络长脉冲不同, 周期量级激光脉冲中光场的振幅  $E_0$  和频率  $\omega_0$  已不足以描述光场的变化, 因为光场强度的瞬时值会随载波包络初相  $\phi_{ce}$  的不同而显著改变. 对 Thomson 散射, 这会使电子在光场中的运动在空间上的周期性降低, 导致出射 X 射线频谱进一步加宽, 有利于超短脉冲的产生. 同时, 频谱分布会受到载波包络初相  $\phi_{ce}$  的调制.

## 2. 亚阿秒脉冲的产生

在如图 1 所示的  $90^\circ$  Thomson 散射中, 设入射激光脉冲的波矢  $k_0$  沿  $z$  方向, 其电场强度矢量  $E$  在  $x$  方向, 磁感应强度矢量  $B$  在  $y$  方向, 电子沿  $y$  方向

前进.

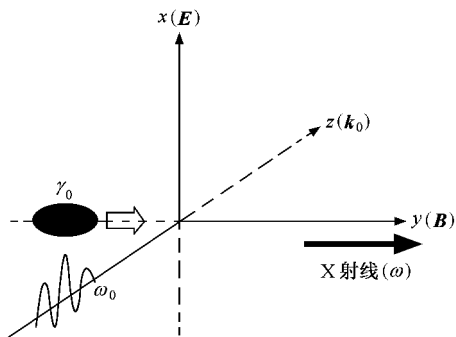


图 1 90° Thomson 散射示意图

由于散射辐射将主要分布在电子前进方向上的顶角  $\theta \approx 1/\gamma$  的狭小锥体范围内<sup>[20]</sup>, 为了讨论的方便, 本文将观察方向限定在  $y$  方向是合理的, 因此, 下面观察方向的单位矢量  $\mathbf{n} = \hat{y}$ .

入射激光脉冲光场可表示为

$$\mathbf{E} = \frac{E_0}{\sqrt{2}} f(\phi) \left[ (1 + \delta_p)^{1/2} \cos(\phi + \phi_{ce}) \hat{x} + (1 - \delta_p)^{1/2} \sin(\phi + \phi_{ce}) \hat{y} \right].$$

此处把包络和载波均视为相位  $\phi$  的函数<sup>[21]</sup>,

$$\phi = \omega_0 \left( t - \frac{z}{c} \right),$$

其中  $\omega_0$  为激光脉冲中心频率,  $c$  为真空中光速;  $E_0$  为光场振幅;  $\phi_{ce}$  称为载波包络初相, 是载波包络函数最大值与载波函数最大值之间的相位差;  $\delta_p$  反映光的偏振特性. 对于本文所讨论的线偏振光,  $\delta_p = 1$ , 则光场可写为

$$\mathbf{E} = E_0 f(\phi) \cos(\phi + \phi_{ce}) \hat{x}, \quad (1)$$

$$\mathbf{B} = \frac{1}{c} E_0 f(\phi) \cos(\phi + \phi_{ce}) \hat{y}. \quad (2)$$

设电子与激光脉冲相互作用的初始条件如下:  $t = 0$  时, 归一化能量(或称相对论因子)为  $\gamma_0$ , 归一化速度为  $\beta_{x,0} = \beta_{y,0} = 0, \beta_{z,0} = \beta_0$ , 坐标为  $x_0 = y_0 = z_0 = 0$  相位为  $\phi_0 = 0$ . 在此条件下, 电子在光场中运动时其动量和能量分别满足

$$\frac{d(\gamma\boldsymbol{\beta})}{dt} = -\frac{e}{m_0 c} (\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}), \quad (3)$$

$$\frac{d\gamma}{dt} = -\frac{e}{m_0 c^2} \mathbf{v} \cdot \mathbf{E}. \quad (4)$$

这里, 电子的归一化速度为

$$\boldsymbol{\beta} = \frac{\mathbf{v}}{c},$$

归一化能量为

$$\gamma = \frac{mc^2}{m_0 c^2} = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}},$$

归一化动量为

$$\gamma\boldsymbol{\beta} = \frac{m\mathbf{v}}{m_0 c},$$

其中  $m_0$  为电子的静止质量.

取周期量级激光脉冲包络函数

$$f(\phi) = \sin^2 \frac{\phi}{2N},$$

其中  $N$  为包络内的光周期数,  $0 < \phi < 2N\pi$ . 由方程(3)(4)解出电子在光场中的运动速度

$$\begin{aligned} \beta_x &= \frac{ag(\phi)}{\gamma_0 \left[ 1 + \frac{a^2}{2\gamma_0^2} g^2(\phi) \right]}, \\ \beta_y &= \frac{\beta_0}{1 + \frac{a^2}{2\gamma_0^2} g^2(\phi)}, \\ \beta_z &= \frac{\frac{a^2}{2\gamma_0^2} g^2(\phi)}{1 + \frac{a^2}{2\gamma_0^2} g^2(\phi)}. \end{aligned} \quad (5)$$

进而求出电子在光场中的轨迹

$$\begin{aligned} x &= \frac{c}{\omega_0} \frac{a}{\gamma_0} h(\phi), \\ y &= \frac{c}{\omega_0} \beta_0 \phi, \\ z &= \frac{c}{\omega_0} \frac{a^2}{2\gamma_0^2} r(\phi). \end{aligned} \quad (6)$$

在(5)(6)式中,  $a$  为归一化光场强度,

$$a = \frac{eE_0}{m_0 \omega_0 c},$$

其余各量分别为

$$\begin{aligned} g(\phi) &= -\int_0^\phi d\phi f(\phi) \cos(\phi + \phi_{ce}), \\ h(\phi) &= \int_0^\phi d\phi g(\phi), \\ r(\phi) &= \int_0^\phi d\phi g^2(\phi). \end{aligned}$$

在归一化光场强度  $a \ll 1$ , 即线性 Thomson 散射, 且  $\gamma_0 \gg 1$  条件下(5)(6)式均可进一步简化.

散射 X 射线的能谱表达式为<sup>[22]</sup>

$$\begin{aligned} \frac{d^2 I}{d\Omega d\omega} &= \frac{q^2}{16\pi^3 \epsilon_0 c} \left| \int dt \frac{\mathbf{n} \times [(\mathbf{n} - \boldsymbol{\beta}) \times \dot{\boldsymbol{\beta}}]}{(1 - \mathbf{n} \cdot \boldsymbol{\beta})^2} \right. \\ &\quad \left. \times \exp \left[ -i\omega \left( t - \frac{\mathbf{n} \cdot \mathbf{r}}{c} \right) \right] \right|^2, \quad (7) \end{aligned}$$

角分布表达式为

$$\frac{dP(t')}{d\Omega} = \frac{q^2}{16\pi^2\epsilon_0 c} \frac{|\mathbf{n} \times [(\mathbf{n} - \boldsymbol{\beta}) \times \dot{\boldsymbol{\beta}}]|^2}{(1 - \mathbf{n} \cdot \boldsymbol{\beta})^3}. \quad (8)$$

这里  $q$  为电子束团总电量,  $\epsilon_0$  为真空介电常数,  $\mathbf{n}$  为观察方向的单位矢量,  $\mathbf{r} = x\hat{x} + y\hat{y} + z\hat{z}$  为位置矢量,  $t'$  为电子坐标系中的固有时间, 它与实验室坐标系中的观察时间  $t$  的关系为<sup>[22]</sup>

$$\frac{\partial t}{\partial t'} = 1 - \mathbf{n} \cdot \boldsymbol{\beta}.$$

强相对论条件下可认为<sup>[4]</sup>

$$\frac{\Delta t}{\Delta t'} \approx 1 - \mathbf{n} \cdot \boldsymbol{\beta}.$$

理论推导表明, 散射辐射的电矢量方向会维持与入射激光脉冲相同的偏振方向, 即在  $x$  方向. 如果入射脉冲的偏振方向在  $y$  方向上, 散射辐射除偏振在  $y$  方向外, 其余结果均与前者类同.

图 2 是电子辐射脉冲的能谱图, 是在归一化光场强度  $a = 0.01$  (线性散射要求的典型值), 光周期数分别为  $N = 1.5, 2, 2.5$  的条件下, 由(5)–(7)式得到. 图 2 中辐射频率用  $2\gamma_0^2\omega_0$  归一化, 能谱强度用

$\frac{q^2}{16\pi^3\epsilon_0 c}$  归一化. 从图 2 可以看出, 这些谱宽对应的

辐射脉冲已处于阿秒乃至亚阿秒量级, 以  $N = 1.5$  的情况为例, 取入射激光脉冲中心波长  $\lambda_0 = 1 \mu\text{m}$ , 相对论因子  $\gamma_0 = 50$ , 得到对应辐射脉冲的时间宽度 (半高全宽) 约为  $0.2 \text{ as}$ . 从图 2 还可看出, 电子辐射脉冲的时间宽度主要取决于相对论因子  $\gamma_0$ , 与  $\gamma_0^2$  成反比, 增大  $\gamma_0$  可得到更短的散射辐射, 这一点可用于对所产生的阿秒脉冲宽度进行有效调谐. 当然, 上述调谐同时也会改变阿秒辐射的中心频率 (可认

为图 2 中能谱的中心频率为  $2\gamma_0^2\omega_0$ , 尽管结果显示中心频率对  $2\gamma_0^2\omega_0$  有极小的红移, 关于这一点文献 [16] 有类似报道).

### 3. 相位对辐射脉冲的影响

图 3 是载波包络初相  $\phi_{ce}$  对入射光场、辐射脉冲形状 (辐射的角分布) 及辐射能谱分布的影响图, 是在电子相对论因子  $\gamma_0 = 50$ 、入射激光脉冲归一化光场强度  $a = 0.01$ 、中心波长  $\lambda_0 = 1 \mu\text{m}$ 、光周期数  $N = 1$  的条件下, 由(5)–(8)式得到. 图 3 中电场用其幅值归一化, 角分布强度  $\frac{dP}{d\Omega}$  用其最大值归一化, 频率和能谱强度的归一化方法同图 2.

从图 3 可以看出, 载波包络初相通过对入射激光脉冲光场产生影响, 继而对电子在光场中的运动产生影响, 进而对电子辐射的脉冲形状及其能谱分布产生影响. 因为电子的辐射正比于其加速度的平方, 故可以认为电子在光场中运动时, 从经历光场零点 (此时无辐射) 到光场极值 (此时辐射最强), 再到第二次经历光场零点, 这期间电子辐射一个脉冲. 图 3(a) 表明, 随载波包络初相  $\phi_{ce}$  从  $0$  到  $\pi/2$  的增加, 入射光场发生相应改变, 从单一 (较大) 极值演变为两个 (较小) 极值. 图 3(b) 表明, 随光场的改变, 散射辐射从单脉冲演变成双脉冲. 图 3(c) 表明, 随散射辐射的改变, 能谱分布中的低频部分逐渐减少. 由于实际测量过程中散射能谱相对较易获得, 因而作为一种诊断及探测手段, 可通过对散射能谱的检测来确定周期量级激光脉冲的载波包络初相.

定义电子刚进入光场时, 亦即电子开始受到光场作用时, 光场的相位  $\phi_{in}$  为电子进入光场的初相. 在光场载波包络初相  $\phi_{ce}$  一定的条件下,  $\phi_{in}$  不同时, 电子将经历不同部分的光场作用, 从而产生不同的辐射和能谱, 所以  $\phi_{in}$  也会影响电子辐射的脉冲形状及能谱分布. 图 4 是  $\phi_{in}$  对电子辐射能谱的影响, 是在载波包络初相  $\phi_{ce} = 0$ 、光周期数  $N = 1, 1.5$  的条件下得到的. 利用  $\phi_{in}$  会对电子辐射能谱的分布产生影响, 这一点, 可通过对辐射能谱的检测来判断 Thomson 散射中电子与激光脉冲的同步程度.

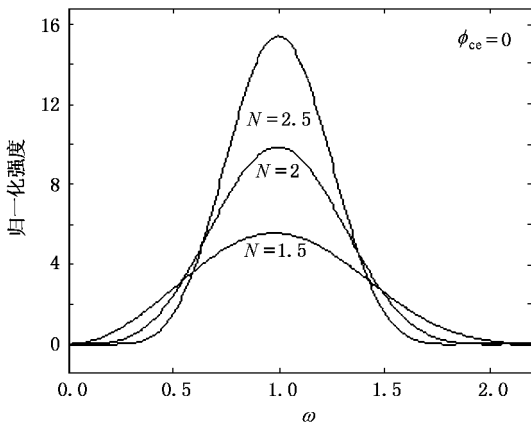


图 2 电子辐射脉冲能谱图

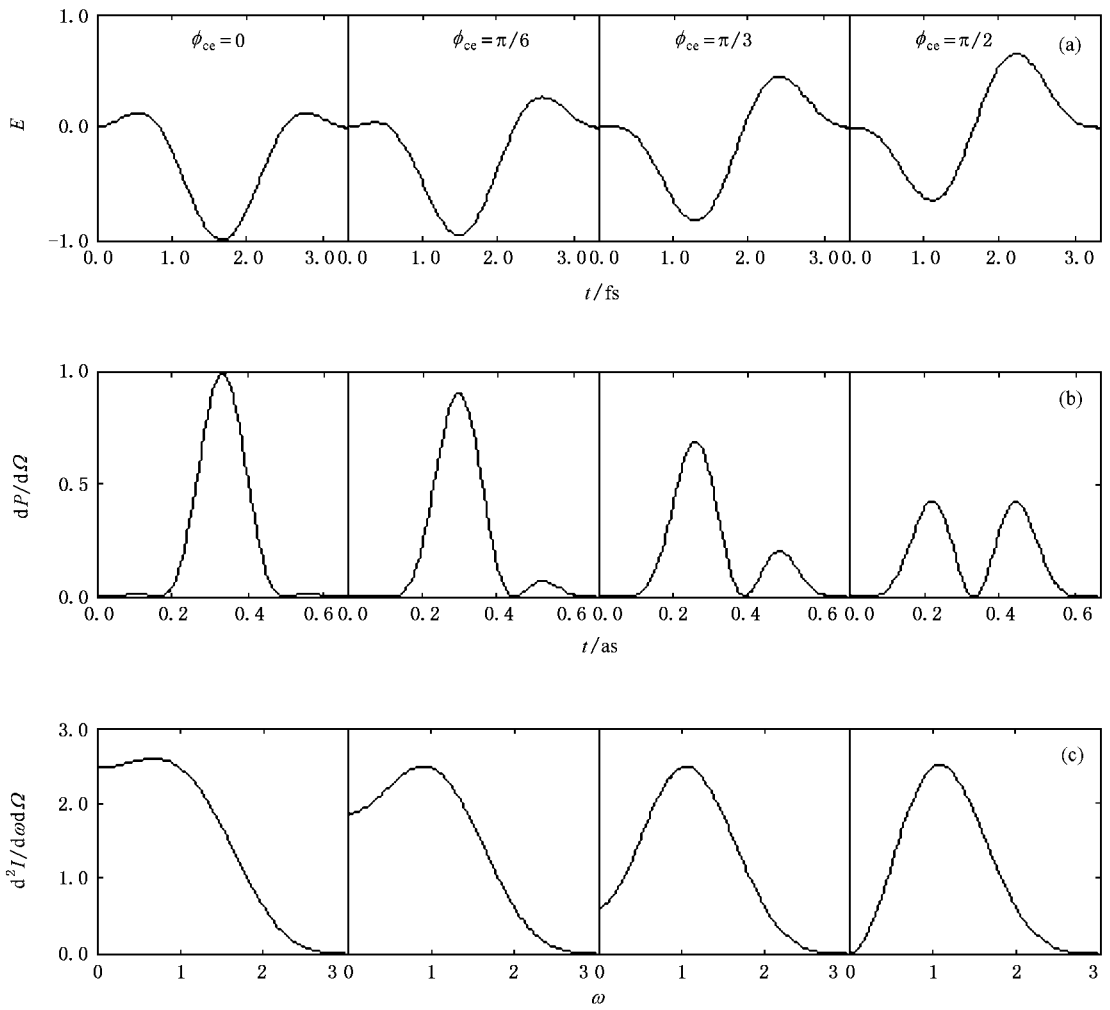


图 3 载波包络初相  $\phi_{cc}$  对入射光场 (a) 电子辐射脉冲形状 (b) 及能谱分布 (c) 的影响

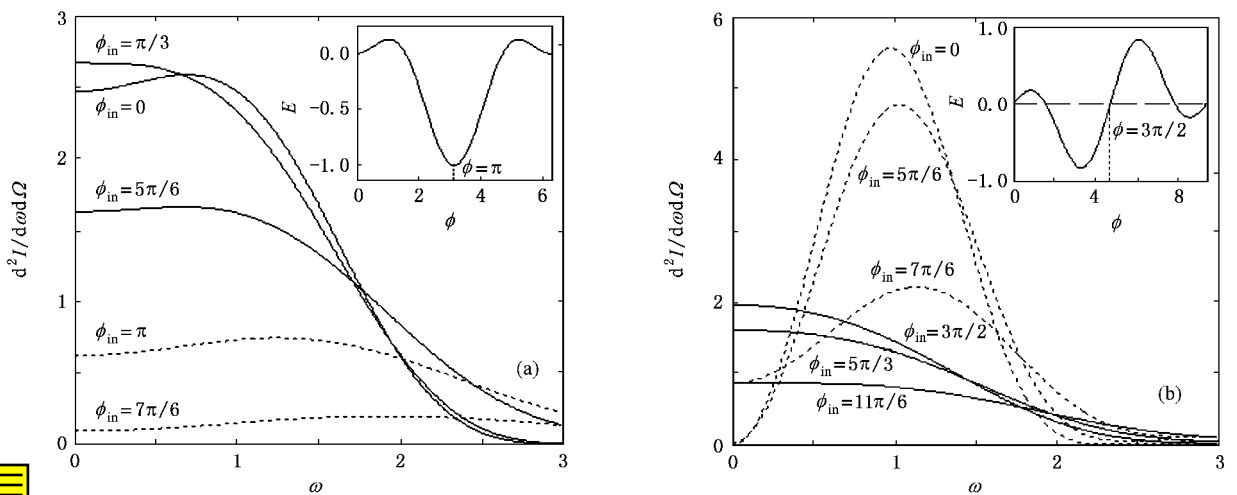


图 4  $\phi_{in}$  对电子辐射能谱的影响 (a) 光周期数  $N=1$  (b) 光周期数  $N=1.5$ . 内插图是光(电)场曲线, 在其上标出了获得单一阿秒脉冲的临界点



## 4. 单一阿秒脉冲的获得

如图 3 所示,当入射激光脉冲是单一光周期脉冲时,只要能稳定载波包络初相  $\phi_{ce} = 0$  就能得到单一的阿秒脉冲输出. 该方法比用高次谐波产生阿秒脉冲列,再用复杂的滤波措施来得到单一阿秒脉冲的方法<sup>[23]</sup>更为直截了当. 考虑到入射激光脉冲的空间分布,要获得单一阿秒脉冲,还要求电子在光场中的渡越时间不大于一个光周期,即大致上要求入射激光脉冲的横向光斑尺度不大于一个波长( $\lambda_0$ ). 与文献[12]所讨论的光束束腰( $2\lambda_0$ )相比,此处要求光束束腰更小一些.

上述方法中,只要  $\phi_{in}$  不大于  $\pi$  (图 4(a)中的临界点,表示能获得单一阿秒脉冲的  $\phi_{in}$  最大值),即电子在入射光场峰值到来之前进入光场,仍可获得较好的单一阿秒脉冲. 当  $\phi_{in}$  大于  $\pi$  时,即电子在入射光场峰值到来之后才进入光场,则辐射较之前者会变得很微弱(如图 4(a)中虚线所示),且辐射脉冲的单一性会受到破坏.

当入射激光脉冲不是单一光周期脉冲(如  $N = 1.5$ )时,一般情况下输出的是多峰形状的散射脉冲. 此时,可通过改变  $\phi_{in}$  来得到单一的阿秒脉冲输出. 当电子在电场中的某一确定点(图 4(b)中临界点  $\phi = 3\pi/2$ ,表示能获得单一阿秒脉冲的  $\phi_{in}$  的最小值)到来之后再进入电场,则电子在电场中将只经历一

个极值(占主导地位的极值),从而辐射单一的阿秒脉冲,其散射谱如图 4(b)中的三条实线所示.

就控制技术而言,控制电子进入光场的初相  $\phi_{in}$  比控制光场载波包络初相  $\phi_{ce}$  更难做到. 所以,利用单周期的入射激光脉冲,通过稳定其载波包络初相  $\phi_{ce} = 0$  得到单一阿秒脉冲的方法,更为切实可行一些.

## 5. 结 论

将入射激光脉冲视为经典电磁场,用经典辐射理论处理周期量级激光脉冲的  $90^\circ$  线性 Thomson 散射. 理论计算表明:电子辐射的脉冲处在阿秒到亚阿秒的范围. 出射脉冲的时间宽度主要受电子相对论因子  $\gamma_0$  的影响,与  $\gamma_0^2$  成反比. 入射激光脉冲的载波包络初相  $\phi_{ce}$  和电子进入光场的初相  $\phi_{in}$  都会影响电子辐射脉冲的形状及能谱分布. 如果入射激光脉冲是单周期脉冲,在  $\phi_{ce} = 0$  可得到单一的阿秒脉冲输出. 如果入射激光脉冲是多周期脉冲,则可通过对电子进入光场初相  $\phi_{in}$  的控制来得到单一的阿秒脉冲输出. 周期量级激光脉冲线性 Thomson 散射中  $\phi_{ce}$  和  $\phi_{in}$  对散射辐射能谱的调制作用,使它们可作为一种探测和诊断的技术手段来运用. 最后需要指出的是,对  $180^\circ$  Thomson 散射可得到类似的结论. 本文讨论的是单电子情况,没有考虑电子辐射阻尼力的作用.

- [ 1 ] Chen J X, Gong Q H 2005 *Chin. Phys.* **14** 1960
- [ 2 ] Christov I P, Mumane M M, Kapteyn H C 1997 *Phys. Rev. Lett.* **78** 1251
- [ 3 ] Lappas D G, Huillier A L 1998 *Phys. Rev. A* **58** 4140
- [ 4 ] Lee K, Cha Y H, Shin M S *et al* 2003 *Phys. Rev. E* **67** 026502
- [ 5 ] Kim K T, Kim C M, Baik M G *et al* 2004 *Phys. Rev. A* **69** R051805
- [ 6 ] Zholents A A, Penn G 2005 *Phys. Rev. ST Accel. Beams* **8** 050704
- [ 7 ] Esarey E, Ride S K, Sprangle P 1993 *Phys. Rev. E* **48** 3303
- [ 8 ] Ting A, Fischer R, Fisher A *et al* 1995 *J. Appl. Phys.* **78** 575
- [ 9 ] Zheng J, Sheng Z M, Zhang J *et al* 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 1018 (in Chinese) [ 郑 君、盛政明、张 杰等 2005 物理学报 **54** 1018 ]
- [ 10 ] Leemans W P, Schoenlein R W, Volfbeyn P *et al* 1996 *Phys. Rev. Lett.* **77** 20
- [ 11 ] Kotaki H, Kando M, Dewa H *et al* 2000 *Proc. SPIE* **3935** 149
- [ 12 ] Pogorelsky I V, Ben-Zvi I, Hirose T *et al* 2000 *Phys. Rev. ST Accel. Beams* **3** 090702
- [ 13 ] Zheng J, Sheng Z M, Zhang J 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 2638 (in Chinese) [ 郑 君、盛政明、张 杰 2005 物理学报 **54** 2638 ]
- [ 14 ] Uesaka M, Kotaki H, Nakajima K *et al* 2000 *Nucl. Instrum. Methods Phys. Res. A* **455** 90
- [ 15 ] Li Y, Huang Z, Borland M D *et al* 2003 *Phys. Rev. ST Accel. Beams* **5** 044701
- [ 16 ] Anderson S G, Barty C P J, Betts S M *et al* 2004 *Appl. Phys. B* **78** 891
- [ 17 ] Gao J 2004 *Phys. Rev. Lett.* **93** 243001
- [ 18 ] Yang J, Washio M, Endo A *et al* 1999 *Nucl. Instrum. Methods Phys. Res. A* **428** 556
- [ 19 ] Kim K J, Chattopadhyay S, Shank C V 1994 *Nucl. Instrum. Methods Phys. Res. A* **341** 351

- [ 20 ] Attwood D T 1995 *Soft X-ray and Extreme Ultraviolet Radiation : Principles and Application* ( Cambridge : Cambridge University Press )
- [ 21 ] Hartemann F V , Foch S N , Le Sage G P *et al* 1995 *Phys. Rev. E* **51** 4833
- [ 22 ] Shiozawa T 2003 *Classical Relativistic Electrodynamics* ( Berlin : Springer )
- [ 23 ] Hentschel M , Kienberger R , Spielmann C *et al* 2001 *Nature* **414** 509

## Thomson scattering with few-cycle laser pulses

Zhang Peng<sup>1)</sup> Song Yan-Rong<sup>1)</sup> Zhang Zhi-Gang<sup>1 2)</sup>

<sup>1</sup>  $\times$  College of Applied Science , Beijing University of Technology , Beijing 100022 , China )

<sup>2</sup>  $\times$  College of Electronics Engineering and Computer Science , Peking University , Beijing 100871 , China )

( Received 13 March 2006 ; revised manuscript received 21 July 2006 )

### Abstract

In this paper , we analyze the relativistic Thomson scattering with few-cycle laser pulses . We conclude that scattering of high energy electrons with mono-cycle laser pulses is capable of producing attosecond pulses . The calculation shows that with a 1.5 cycle pulse at the wavelength of  $1 \mu\text{m}$  , the normalized electric field intensity of 0.01 and the electron relativistic factor of 50 , X-ray pulses of 0.2 as can be obtained . We also discussed the influence of the carrier-envelop phase offset and the initial phase  $\phi_{\text{in}}$  of electrons starting to interact with the optical field on the radiation spectrum . The calculation results demonstrate that proper values of phase can result in single attosecond pulse generation , as well as the possibility of frequency tuning .

**Keywords** : linear Thomson scattering , few-cycle laser pulses , carrier-envelop phase offset , attosecond pulses

**PACC** : 0330 , 0350