

双车道元胞自动机 NS 和 WWH 交通流混合模型的研究^{*}

吴可非 孔令江 刘慕仁[†]

(广西师范大学物理与信息工程学院, 桂林 541004)

(2006 年 1 月 23 日收到, 2006 年 7 月 28 日收到修改稿)

考虑不同车辆的驾驶员有不同的驾驶方式和习惯, 具体表现为不同的驾驶员采用适合自己行车特点的交通流模型在道路上驾车行驶, 在一维元胞自动机交通流 NS 模型和 WWH 模型的基础上, 建立了双车道元胞自动机 NS 和 WWH 交通流混合模型. 通过计算机模拟, 给出了混合比例系数 f_{NS} 对混合交通流的速度-密度和流量-密度图以及车辆转道频率影响的结果.

关键词: 双车道, 元胞自动机, 混合交通流模型, 计算机数值模拟

PACC: 0550

1. 引言

元胞自动机模型作为模拟非线性复杂系统的一种有效工具, 近年来在交通流的研究中得到了广泛的应用^[1-10]. 目前, 最有影响的两个一维元胞自动机交通流模型是由 Nagel 和 Schreckenberg^[1]提出的考虑了车辆逐步加速和随机减速的模型(简称 NS 模型)和由 Fukui 和 Ishibashi^[2]提出的车辆迅速加速的模型(简称 FI 模型). 我国学者王雷、汪秉宏和胡斑比^[11]在 FI 模型的基础上进行了改进, 提出了一种介于 NS 和 FI 模型之间的模型(简称 WWH 模型). 在 WWH 模型中, 当车间距大于车辆最大速度时, 后车不会减速; 当车间距小于车辆最大速度时, 后车的速度不完全由车间距决定, 还会随机减速. 因此, WWH 模型比 NS 和 FI 模型更符合实际.

在实际的交通系统中, 道路都是由多条车道组成的, 由此缓解由于慢车的影响而造成的排队堵塞现象. 为了更符合实际地描述公路交通, 人们提出了多种双车道元胞自动机交通流模型^[12-15], 并建立了各种可能的转道规则^[16-20].

目前, 在双车道元胞自动机交通流模型的研究

中, 大多数工作是研究由相同性能、类型和驾驶行为的车辆构成的交通流问题. 然而在道路交通中, 驾驶员的特性对交通流的影响是一个不可忽视的问题. 通常我们可以将驾驶员分为两类: 一类为激进 (aggressive) 型驾驶员, 他们倾向于超速、超车行驶并保持较小的车间距等, 通常较少刹车; 另一类为谨慎 (careful) 型驾驶员, 他们通常较少超车、超速行驶并保持较大的车间距等, 为了安全而经常刹车. 因此, 研究驾驶员的驾驶特性对交通流的影响有一定现实意义. 为此, 本文研究了双车道周期性边界条件下, 由不同驾驶行为的车辆构成的交通流现象.

2. 模型

双车道模型如图 1 所示, 交通道路系统由两条并行的单车道组成. 每条车道均视为长度为 L 的一维离散的格点链, 每个格点在每个时刻或为空或被一辆车占据. 考虑驾驶员的特性, 车辆被分为两类: 一类是激进型车辆 (WWH 型车辆), 另一类是谨慎型车辆 (NS 型车辆), 分别由两类驾驶行为不同 (激进型和谨慎型) 的驾驶员驾驶. 两类车辆混合分布在道路上, 每一种类型的车辆状态由其本身的速度

^{*} 国家自然科学基金(批准号: 10562001, 70371067, 10347001, 10362001), 广西壮族自治区自然科学基金(批准号: 10447030)和广西壮族自治区“新世纪百十千人才工程”专项基金(批准号: 2001204)资助的课题.

[†] 通讯联系人. E-mail: lmrlmr@mailbox.gxnu.edu.cn

V 所表示, $V \in [0, V_{\max}]$, 其中 V_{\max} 为车辆允许的最大速度. 每一条车道上车辆自左向右运动. 在双车道模型的演化过程中, 每一时步分成以下两个步骤: 第一个步骤, 各车道上的每一辆车按所定义的转道规则进行车道转换, 在转换过程中, 转道规则满足超车原则和安全原则. 第二个步骤, 转道后车辆在各车道上根据其类型按 NS 模型或 WWH 模型的演化规则进行速度和位置的并行更新.

2.1. 车辆状态演化的更新规则

为描述车辆状态的演化, 用 $X_i(t)$ 表示第 i 辆车在 t 时刻的位置, 用 $g_i(t) = X_{i+1}(t) - X_i(t) - 1$ 表示第 i 辆车 t 时刻与前方紧邻车辆间的空格数. 用 $V_i(t)$ 表示第 i 辆车 t 时刻的速度, $V_i(t) \in [0, V_{\max}]$.

2.1.1. NS 型车辆

NS 型车辆状态演化由加速、确定性减速、随机减速和位置更新四个过程构成.

1) 在加速过程中, 速度变化可表示为

$$V_i(t) \rightarrow V_i\left(t + \frac{1}{3}\right) = \min(V_i(t) + 1, V_{\max}).$$

2) 在确定性减速过程中, 速度变化可表示为

$$V_i\left(t + \frac{1}{3}\right) \rightarrow V_i\left(t + \frac{2}{3}\right) = \min\left(g_i(t), V_i\left(t + \frac{1}{3}\right)\right).$$

3) 在随机减速过程中, 速度变化可表示为

$$V_i\left(t + \frac{2}{3}\right) \rightarrow V_i(t+1) = \begin{cases} \max\left(V_i\left(t + \frac{2}{3}\right) - 1, 0\right) & (\text{概率为 } P_{\text{NS}}), \\ V_i\left(t + \frac{2}{3}\right) & (\text{概率为 } 1 - P_{\text{NS}}). \end{cases}$$

4) 在位置更新过程中, 位置变化可表示为

$$X_i(t) \rightarrow X_i(t+1) = X_i(t) + V_i(t+1).$$

2.1.2. WWH 型车辆

WWH 模型是一种介于 FI 模型和 NS 模型之间的元胞自动机交通流模型. WWH 模型应用 FI 模型的加速机制和仅对跟驰车辆应用 NS 模型的随机延迟. 因此, WWH 型车辆状态演化的更新规则由加速、随机减速和位置更新三个过程构成.

1) 在加速过程中, 速度变化可表示为

$$V_i(t) \rightarrow V_i\left(t + \frac{1}{2}\right) = \min(g_i(t), V_{\max}).$$

2) 在随机减速过程中, 如果 $g_i(t) \leq V_{\max}$, 那么速度变化可表示为

$$V_i\left(t + \frac{1}{2}\right) \rightarrow V_i(t+1) = \begin{cases} \max\left(V_i\left(t + \frac{2}{3}\right) - 1, 0\right) & (\text{概率为 } P_{\text{WWH}}), \\ V_i\left(t + \frac{1}{2}\right) & (\text{概率为 } 1 - P_{\text{WWH}}). \end{cases}$$

3) 在位置更新过程中, 位置变化可表示为

$$X_i(t) \rightarrow X_i(t+1) = X_i(t) + V_i(t+1).$$

2.2. 车辆的转道规则

2.2.1. NS 型车辆

我们应用 Knospe 等^[19]提出的转道规则, 它包括超车原则和安全原则. 若 $V_{\text{hope}} > g$, 其中 $V_{\text{hope}} = \min(V + 1, V_{\max})$, 则车辆满足超车原则; 若 $g_{\text{other}} > g$ 且 $g_{\text{back}} \geq V_{\max}$, 则车辆满足安全原则.

2.2.2. WWH 型车辆

考虑到 WWH 模型是根据车间距来加速的, 即 $V_i(t+1) = \min(g_i(t), V_{\max})$, 因此应该采用如下的转道规则: 若 $V_{\text{hope}} > g$, 其中 $V_{\text{hope}} = V_{\max}$, 则车辆满足超车原则; 若 $g_{\text{other}} > g$ 且 $g_{\text{back}} \geq V_{\max}$, 则车辆满足安全原则.

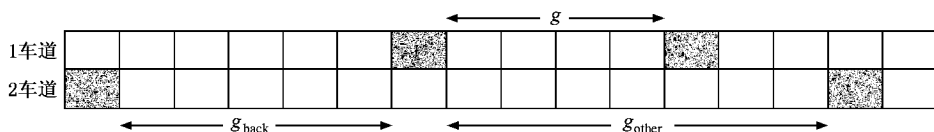


图1 双车道系统示意图

3. 计算机模拟与数值分析

为具体分析交通流系统的动力学性质, 定义 t 时刻双车道上车辆的总密度

$$\rho(t) = \frac{N(t)}{2L},$$

NS 型车的总密度

$$\rho_{\text{NS}}(t) = \frac{N_{\text{NS}}(t)}{2L},$$

WWH 型车的总密度

$$\rho_{\text{WWH}}(t) = \frac{N_{\text{WWH}}(t)}{2L},$$

平均速度

$$\bar{V}(t) = \frac{1}{N(t)} \sum_{j=1}^2 \sum_{i=1}^{N_j(t)} V_{j,i}(t),$$

流量

$$J(t) = \rho(t) \bar{V}(t).$$

这里, $N(t)$ 为 t 时刻 1 车道、2 车道上车辆总数; $N_{\text{NS}}(t)$ 为 t 时刻 1 车道、2 车道上 NS 型车辆总数; $N_{\text{WWH}}(t)$ 为 t 时刻 1 车道、2 车道上 WWH 型车辆总数; $V_{j,i}(t)$ 为 j 车道第 i 辆车 t 时刻的速度; $N_j(t)$ 为 j 车道 t 时刻的车辆总数, 即

$$N(t) = N_{\text{NS}}(t) + N_{\text{WWH}}(t) = \sum_{j=1}^2 N_j(t).$$

为考虑车辆的混合程度, 引入混合比例系数 f_{NS} f_{NS} 满足

$$\begin{aligned} \rho_{\text{NS}}(t) &= \rho(t) f_{\text{NS}}, \\ \rho_{\text{WWH}} &= \rho(t) (1 - f_{\text{NS}}), \\ 0 &\leq f_{\text{NS}} \leq 1. \end{aligned}$$

当 $f_{\text{NS}} < 0.5$ 时, 表示 WWH 型车辆数多于 NS 型车辆数; 当 $f_{\text{NS}} > 0.5$ 时, 表示 NS 型车辆数多于 WWH 型车辆数; 当 $f_{\text{NS}} = 0.5$ 时, 表示 NS 型车辆数与 WWH 型车辆数相等; 当 $f_{\text{NS}} = 0$ 时, 车道上只有 WWH 型车; 当 $f_{\text{NS}} = 1$ 时, 车道上只有 NS 型车。

各车道基本量的定义如下: 第 j ($j = 1, 2$) 车道 t 时刻的密度

$$\rho_j(t) = \frac{N_j(t)}{L},$$

平均速度

$$\bar{V}_j(t) = \frac{1}{N_j(t)} \sum_{i=1}^{N_j(t)} V_{j,i}(t),$$

流量

$$J_j(t) = \rho_j(t) \bar{V}_j(t).$$

转道频率

$$F(t) = \frac{N_{\text{lane-change}}(t)}{N(t)},$$

其中 $N_{\text{lane-change}}(t)$ 表示 t 时刻发生转道的车辆数, j 车道 t 时刻的利用率

$$u_j(t) = \frac{N_j(t)}{N(t)}.$$

借鉴文献 [1] 中的离散化, 一个格点所对应的实际道路长度为 7.5 m, 而每个时步长 $\Delta t \approx 1$ s. 本文

模拟时取每一条车道由 1000 个格点组成, 对应的实际道路长度大约为 7.5 km. 假设车道上只有一种最大速度类型的车, 车辆的最大速度 $V_{\text{max}} = 5$ (以格每秒为单位, 全文同), 对应的实际车速约为 135 km/h. 采用周期性边界条件. 初始时刻, 两类驾驶行为不同 (激进型和谨慎型) 的驾驶员驾驶的车辆按一定混合比例系数 f_{NS} 混合分布在道路上, 其初速度都为零. NS 型车的转道概率为 $P_{\text{out-NS}}$, WWH 型车的转道概率为 $P_{\text{out-WWH}}$. 我们限定转道规则关于车道和车辆对称, 两个车道均允许超车. 每一次模拟运行的演化时步为 60000 步, 记录后面运行 50000 步中每一时步的平均速度 $\bar{V}(t)$, 然后将得到的 50000 个速度值再做时间平均, 得到一次运行的平均速度

$$\bar{V} = \frac{1}{T} \sum_{t_0}^{t_0+T-1} \bar{V}(t).$$

为了消除初始构形的随机性对结果的影响, 再对 50 个样本取平均. 数值模拟的结果如图 2—图 5 所示.

3.1. 混合比例系数 f_{NS} 对混合交通流的影响

图 2 给出了 $V_{\text{max}} = 5$, $P_{\text{NS}} = P_{\text{WWH}} = 0.5$, $P_{\text{out-NS}} = 0.5$, $P_{\text{out-WWH}} = 1$, $f_{\text{NS}} = 0.0, 0.2, 0.4, 0.6, 0.8, 1.0$ 时的流量-密度图和速度-密度图. 当 $f_{\text{NS}} = 0.0$ 时, 车道上只有 WWH 型 (激进型) 车辆, 此时该模型变为最大速度 $V_{\text{max}} = 5$, 随机减速概率 $P = 0.5$, 转道概率 $P_{\text{out}} = 1$ 的双车道 WWH 模型, 车辆的最大流量约为 0.72, 最大速度约为 5, 临界密度 $\rho_{j\text{max}} \approx 0.16$. 当 $f_{\text{NS}} = 1.0$ 时, 车道上只有 NS 型车辆, 对应最大速度 $V_{\text{max}} = 5$, 随机减速概率 $P = 0.5$, 转道概率 $P_{\text{out}} = 0.5$ 的双车道 NS 模型, 车辆的最大流量约为 0.35, 最大速度 $V_{\text{max}} - P = 5 - 0.5 = 4.5$, 临界密度 $\rho_{j\text{max}} \approx 0.08$. 当 $0 < f_{\text{NS}} < 1$ 时, 车道上为两类车辆混合行驶的情况. 由图 2 可见, 随着 f_{NS} 的增大, 混合车辆的平均速度、最大流量、临界密度都逐渐减小. 由此得知, 混合比例系数 f_{NS} 越大, NS 型 (谨慎型) 车辆越多, 则流量和平均速度越小. WWH 模型和 NS 模型的加速机制和随机减速机制不同. WWH 模型每个时步可以从任何初速度直接加速到最大速度, 而 NS 模型每个时步速度最多只能加 1; WWH 模型只有当车间距 g 小于 V_{max} 时, 车辆才以随机减速概率 P 减速到 $g - 1$; 而 NS 模型允许从任何速度 $V \in [0, V_{\text{max}}]$ 以随机减速概率 P 减速到 $V - 1$. 因此, NS 型车辆成为制约车辆提速的因素, 导致 NS 型车辆的数量越

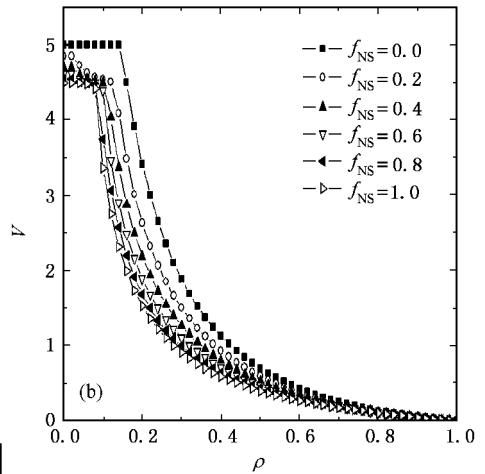
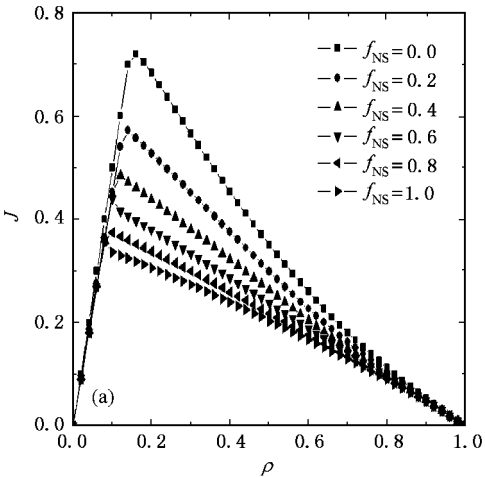


图2 双车道系统在不同混合比例系数下流量、速度随密度的变化 $V_{\max} = 5, P_{\text{NS}} = P_{\text{WWH}} = 0.5, P_{\text{out-NS}} = 0.5, P_{\text{out-WWH}} = 1$.
(a) 流量随密度的变化 (b) 速度随密度的变化

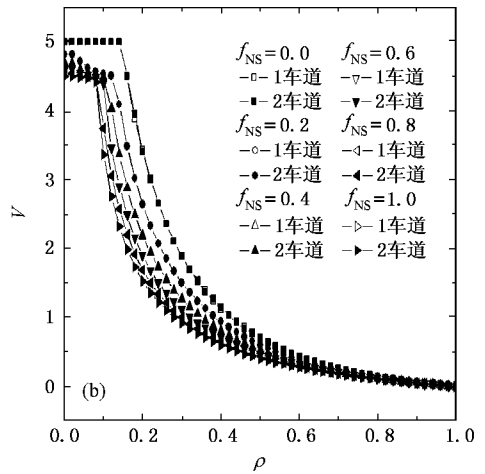
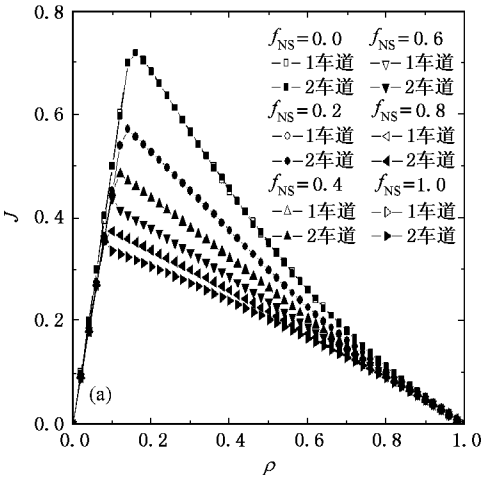


图3 1车道、2车道在不同混合比例系数下流量、速度随密度的变化 $V_{\max} = 5, P_{\text{NS}} = P_{\text{WWH}} = 0.5, P_{\text{out-NS}} = 0.5, P_{\text{out-WWH}} = 1$.
(a) 流量随密度的变化 (b) 速度随密度的变化

多,混合车辆的流量和平均速度越小.但是,由于NS型车辆和WWH型车辆之间的相互作用是非线性的,因此系统的流量随 f_{NS} 的增加并不是线性减少的.另外,我们从图2还可以看出,在混合交通流的临界密度以前,流量随密度线性增加并由NS模型的线性关系决定.

3.2. 混合比例系数 f_{NS} 对各车道混合交通流的影响

图3给出了1车道、2车道混合交通流在 $V_{\max} = 5, P_{\text{NS}} = P_{\text{WWH}} = 0.5, P_{\text{out-NS}} = 0.5, P_{\text{out-WWH}} = 1, f_{\text{NS}} = 0.0, 0.2, 0.4, 0.6, 0.8, 1.0$ 时的流量-密度图与速度-密度图.由图3可见,对于不同的 f_{NS} 值,双车道上每个车道的平均流量和平均速度都基本一致.这是因为对于不同的 f_{NS} ,转道规则平等地应用到两个车道(关于车道对称),因此1车道、2车道的流量-密度

图和速度-密度图基本重合,混合比例系数 f_{NS} 对每个车道的平均速度、最大流量、临界密度的影响与图2一致.

3.3. 混合比例系数 f_{NS} 对车辆转道频率的影响

为了进一步考察车辆的车道转换动力学,另一个需要考虑的有意义的量是在不同密度下的转道频率 F .图4给出了 $V_{\max} = 5, P_{\text{NS}} = P_{\text{WWH}} = 0.5, P_{\text{out-NS}} = 0.5, P_{\text{out-WWH}} = 1, f_{\text{NS}} = 0.0, 0.2, 0.4, 0.6, 0.8, 1.0$ 时的转道频率-密度图.图4显示了在不同 f_{NS} 下每辆车的转道频率 F 随车辆总密度 ρ 的变化情况.当 $f_{\text{NS}} = 1.0$ 时,车道上只有NS型车,当车辆总密度在 $\rho = 0.18$ 附近,转道频率达到最大值.这是因为在低密度的情况下,由于连续的两辆车之间的间距 g 基本上都是大于车辆的最大速度 V_{\max} ,所以超车原则

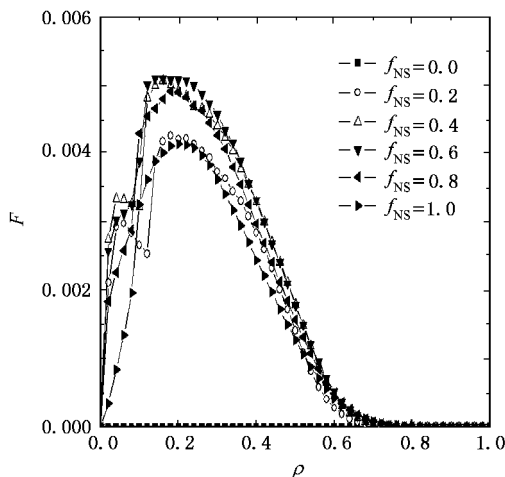


图4 双车道系统在不同混合比例系数下的转道频率-密度图

不满足,车辆无须转道;随着密度的增加,在 $\rho = 0.18$ 附近, g 小于 V_{\max} ,此时超车原则鼓励司机转道,因此产生车辆转道频率的高峰;在高密度的情况下,连续的两辆车之间的间距 g 非常小,即使超车原则满足,但安全原则也很难满足,车辆无法转道. 当 $f_{\text{NS}} = 0.0$ 时,车道上只有 WWH 型车辆,系统达到平衡后,对应不同的车辆总密度 ρ ,车辆的转道频率基本上为零. 比较两种模型,可见双车道 NS 模型的转道频率比双车道 WWH 模型的转道频率高得多. 这主要是因为在 NS 模型中车辆是缓慢加速,而在 WWH 模型中车辆是迅速加速,车辆缓慢加速机制导致在 NS 模型中拥堵现象的快速形成,因而产生转道需求. 当 $0 < f_{\text{NS}} < 0.5$ 时,WWH 型车辆居多,转道频率-密度图有两个峰值,除了在 $\rho = 0.18$ 附近出现峰值外,还有一个峰值出现在 $\rho = 0.06$ 附近. 在 $\rho = 0.06$ 附近出现峰值的原因是因为跟随在 NS 型车辆后的 WWH 型车辆为避免交通流进入拥堵状态而增大转道频率所带来的. $0.5 < f_{\text{NS}} \leq 1$ 时,道路上 NS 型车辆居多,因此车辆的转道频率主要由 NS 型车辆决定,使得在 $\rho = 0.06$ 处 WWH 型车辆转道贡献减弱,从而使转道频率-密度图只有一个峰值.

3.4. 混合比例系数 f_{NS} 对车道利用率的影响

图5给出了 $V_{\max} = 5$, $P_{\text{NS}} = P_{\text{WWH}} = 0.5$, $P_{\text{out-NS}} =$

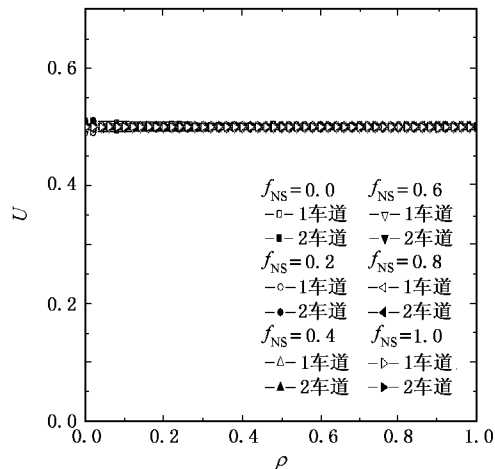


图5 双车道系统在不同混合比例系数下的车道利用率-密度图

0.5 , $P_{\text{out-WWH}} = 1$, $f_{\text{NS}} = 0.0, 0.2, 0.4, 0.6, 0.8, 1.0$ 时的车道利用率-密度图. 从图5可以看出,无论 f_{NS} 取何值,1车道、2车道的利用率均相等. 随着密度 ρ 的增加,1车道、2车道的利用率稳定在 0.5 不变. 这说明对于不同的 f_{NS} ,系统达到稳定后 1 车道、2 车道的构形是基本相同的,两车道的平均转入、转出概率相等,所以两车道利用率相等,都为 0.5. 由此可见,双车道的利用率不受 NS 型(谨慎型)车辆的混合比例系数 f_{NS} 的影响.

4. 结 论

考虑不同车辆的驾驶员的驾驶特性和习惯,建立了双车道元胞自动机 NS 和 WWH 交通流混合模型. 按 WWH 模型运行规则的车辆相应于激进驾驶车辆,按 NS 模型运行规则的车辆相应于谨慎驾驶车辆. 计算机数值模拟结果表明,混合比例系数 f_{NS} 对混合交通流有很大的影响. 随着 f_{NS} 的增大,混合交通流的平均速度、最大流量、临界密度都逐渐减小. 当 $0 < f_{\text{NS}} < 0.5$ 时,转道频率-密度图有两个峰值,分别出现在 $\rho_1 = 0.06$ 和 $\rho_2 = 0.18$ 附近. 当 $0.5 < f_{\text{NS}} \leq 1$ 时,转道频率-密度图只有一个峰值. 车道的利用率不受混合比例系数 f_{NS} 的影响.

- [3] Biham O , Middleton A , Levine D 1992 *Phys. Rev. E* **48** R6124
- [4] Li H B , Chen R H , Liu M R *et al* 1998 *Acta Phys. Sin.* **47** 1769 (in Chinese) [李华兵、陈若航、刘慕仁等 1998 物理学报 **47** 1769]
- [5] Wang B H , Kuang L Q , Xu B M 1998 *Acta Phys. Sin.* **47** 906 (in Chinese) [汪秉宏、邝乐琪、许伯铭 1998 物理学报 **47** 906]
- [6] Xue Y , Dong L Y , Dai S Q 2001 *Acta Phys. Sin.* **50** 445 (in Chinese) [薛 郁、董力耘、戴世强 2001 物理学报 **50** 445]
- [7] Lü X Y , Kong L J , Liu M R 2001 *Acta Phys. Sin.* **50** 1255 (in Chinese) [吕晓阳、孔令江、刘慕仁 2001 物理学报 **50** 1255]
- [8] Tan H L , Liu M R , Kong L J 2002 *Acta Phys. Sin.* **51** 2713 (in Chinese) [谭惠丽、刘慕仁、孔令江 2002 物理学报 **51** 2713]
- [9] Huang P H , Kong L J , Liu M R 2002 *Chin. Phys.* **11** 678
- [10] Lei L , Xue Y , Dai S Q 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 2121 (in Chinese) [雷 丽、薛 郁、戴世强 2003 物理学报 **52** 2121]
- [11] Wang L , Wang B H , Hu B 2001 *Phys. Rev. E* **63** 056117
- [12] Wagner P , Nagel K , Wolf D E 1997 *Physica A* **234** 687
- [13] Nagel K , Wolf D E , Wagner P *et al* 1998 *Phys. Rev. E* **58** 1425
- [14] Zhang X , Hu G 1995 *Phys. Rev. E* **52** 4664
- [15] Awazu A 1998 *J. Phys. Soc. Jpn.* **67** 1071
- [16] Chowdhury D , Wolf D E , Schreckenberg M 1997 *Physica A* **235** 417
- [17] Nagatani T 1993 *J. Phys. A* **26** L781
- [18] Rickert M , Nagel K , Schreckenberg M *et al* 1996 *Physica A* **231** 534
- [19] Knospe W , Santen L , Schadschneider A *et al* 1999 *Physica A* **265** 614
- [20] Knospe W , Santen L , Schadschneider A *et al* 2002 *J. Phys. A* **35** 3369

The study of a cellular automaton NS and WWH mixed model for traffic flow on a two-lane roadway^{*}

Wu Ke-Fei Kong Ling-Jiang Liu Mu-Ren[†]

(College of Physics and Information Engineering , Guangxi Normal University , Guilin 541004 , China)

(Received 23 January 2006 , revised manuscript received 28 July 2006)

Abstract

Based on the NS model and the WWH model for one-dimensional cellular automaton traffic flow , and taking into account the drivers adopting different driving rules , we present a cellular automaton NS and WWH mixed model for traffic flow on a two-lane roadway. By using numerical simulation , we study the effect of the mixed proportion coefficient f_{NS} on the velocity-density and flow-density diagrams of the mixed traffic flow and the lane-change frequency of the vehicles.

Keywords : two-lane roadway , cellular automaton , mixed traffic flow model , computer numerical simulation

PACC : 0550

^{*} Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 10562001 , 70371067 , 10347001 , 10362001) , the Natural Science Foundation of Guangxi Zhuang Autonomous Region , China (Grant No. 0447030) and the Special Foundation for the New Century Talents Program of Guangxi Zhuang Autonomous Region , China (Grant No. 2001204).

[†] Corresponding author. E-mail: lmlmr@mailbox.gxnu.edu.cn