

用于位移传感器的全息平面变间距光栅 设计与制作研究 *

楼 俊^{1,2)} 付绍军¹⁾ 徐向东¹⁾ 何世平³⁾

1) 中国科学技术大学国家同步辐射实验室, 合肥 230029)

2) 中国计量学院光电子技术研究所, 杭州 310018)

3) 中国科学技术大学力学和机械工程系, 合肥 230029)

(2005 年 9 月 24 日收到 2006 年 6 月 28 日收到修改稿)

简述了全息变间距光栅的几何理论, 利用遗传算法对记录光路进行了优化计算, 提出在目标函数中考虑记录参数误差的影响, 推导了目标函数的积分形式, 提高了计算效率。针对用于位移传感器的平面变间距光栅, 分别计算了球面波干涉及球面波与非球面波干涉情况下的全息记录参数, 给出了线密度误差曲线, 制作出全息平面变间距光栅, 并成功应用于位移传感器中。

关键词: 全息光栅, 变间距光栅, 遗传算法

PACC: 4240E

1. 引 言

变间距(variable line-space, 简记为 VLS)光栅本身具有聚焦和消像差的特性以及分辨率高及平焦场等优点, 已广泛应用于同步辐射光束线、空间光谱仪、光纤通信、光电探测、表面干涉计量等领域^[1]。因此, 深入研究 VLS 光栅的设计、制作及检测技术, 具有重要的意义。

文献[2—5]较系统地研究了全息 VLS 光栅的几何理论, 通过引入椭球面镜增加了光路设计过程中的自由度。文献[6—9]研究了 VLS 光栅线密度的检测, 文献[10]对 VLS 光栅聚焦性能进行了模拟计算, 文献[11]研究了利用机械刻划的方法制作 VLS 光栅。文献[12]对全息 VLS 光栅的制作进行了计算机模拟研究。文献[13]研究了球面变间距光栅掠入射平场光谱仪的聚焦特性。文献[14, 15]提出利用 VLS 光栅所具有的变周期这一特点来测量位移。当一宽频光束以一固定的角度入射到 VLS 光栅表面, 由光栅方程可知, 在自准直衍射情况下测得的衍射波长与该位置处的光栅周期具有确定的关系, 在 VLS 光栅表面不同点所测得的衍射波长也不同, 相当于用波长对 VLS 光栅上任一点的位置进行编码。显然,

为了得到较好的位移测量精度, 就需使 VLS 光栅的线密度变化较快。

本文利用遗传算法计算了全息平面 VLS 光栅的记录光路参数, 提出在目标函数中考虑记录参数误差的影响, 同时推导了目标函数的积分形式, 提高了计算效率。针对用于位移传感器的平面 VLS 光栅, 分别计算了球面波干涉及球面波与非球面波干涉情况下的全息记录参数, 并给出其线密度误差曲线。根据计算结果, 制作出了线密度变化范围较大的全息平面 VLS 光栅, 并成功应用于位移传感器中。

2. 光路设计与计算

图 1 为第二代全息 VLS 光栅记录光路^[2], 它采用记录两束非球面波(或非球面波与球面波)干涉条纹的方法得到 VLS 光栅。一般而言, 最后得到的光栅刻线形状是变间距、弯曲的。若考虑较简单的一维情况, 实际得到的全息 VLS 光栅线密度 $n_r(w)$ 可表示为

$$n_r(w) = \frac{1}{\lambda_0} \left[n_{10} + n_{20}w + \frac{3}{2}n_{30}w^2 + \frac{1}{2}n_{40}w^3 \right], \quad (1)$$

式中, w 是光栅上某点位置坐标, λ_0 是记录波长, 系

数 n_{ij} 由记录参数决定^[2]。第一代全息 VLS 光栅记录光路^[16]记录的是两束球面波(或球面波与平面波)的干涉条纹。

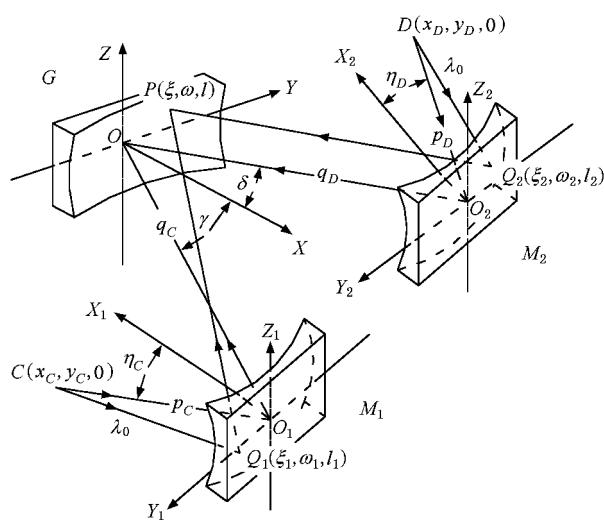


图 1 第二代全息 VLS 光栅记录光路示意图

2.1. 目标函数的推导

VLS 光栅的光路设计中,由于可变参数比较多,方程比较复杂^[2],因此我们采用遗传算法对记录光路进行优化计算,这就需要选取适当的目标函数^[17]。使用中以平面 VLS 光栅居多,其期望的线密度 $n_e(w)$ 为

$$n_e(w) = n_0(1 + b_2 w + b_3 w^2 + b_4 w^3) \\ = n_0 + n_0 b_2 w + n_0 b_3 w^2 + n_0 b_4 w^3. \quad (2)$$

设在光栅表面取等间隔的 j 个点(包括两个端点),按从小到大顺序记为 w_i ($i = 1, 2, \dots, j$),

$$w_i = w_{\min} + (i - 1) \Delta w, \quad (3)$$

$$\Delta w = \frac{w_{\max} - w_{\min}}{j - 1}. \quad (4)$$

在 w_i 点实际线密度为 $n_r(w_i)$,期望线密度为 $n_e(w_i)$ 。

由于光路调节以及温度、震动等各种环境因素的影响,记录参数有可能产生漂移,因此有必要考虑记录参数误差对最终光栅参数的影响。为了得到一个对实验参数误差不敏感且比较稳定的解,我们引入误差函数 σ_f 来评价 f 对记录参数误差的敏感程度。

$$f = \frac{1}{j} \sum_{i=1}^j [\mathcal{T}(w_i)]^2 \\ = \frac{1}{j} \sum_{i=1}^j [r_1 + r_2 w_i + r_3 w_i^2 + r_4 w_i^3]^2, \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{T}(w_i) &= n_r(w_i) - n_e(w_i) \\ &= \left(\frac{n_{10}}{\lambda_0} - n_0 \right) + \left(\frac{n_{20}}{\lambda_0} - n_0 b_2 \right) w_i \\ &\quad + \left(\frac{3n_{30}}{2\lambda_0} - n_0 b_3 \right) w_i^2 + \left(\frac{n_{40}}{2\lambda_0} - n_0 b_4 \right) w_i^3 \\ &= r_1 + r_2 w_i + r_3 w_i^2 + r_4 w_i^3, \end{aligned} \quad (6)$$

则

$$\sigma_f = \sqrt{\sum \left(\frac{\partial f}{\partial x_k} dx_k \right)^2}, \quad (7)$$

式中 x_k 为记录参数, dx_k 为由各种因素引起的累积误差。

目标函数定义为

$$E_{\text{obj}} = f + \mu \sigma_f, \quad (8)$$

式中 μ 为权重。我们希望在光栅表面取的点越多越好,这样能够比较真实地反映实际得到的光栅线密度与期望光栅线密度两者的误差。但当取的点较多时,计算所耗用的时间将剧增,严重降低计算效率。设表面取点个数趋于无穷,则

$$\begin{aligned} \lim_{j \rightarrow \infty} f &= \lim_{j \rightarrow \infty} \frac{1}{j} \sum_{i=1}^j [r_1 + r_2 w_i + r_3 w_i^2 + r_4 w_i^3]^2 \\ &= \lim_{j \rightarrow \infty} \frac{1}{j \Delta w} \sum_{i=1}^j [r_1 + r_2 w_i + r_3 w_i^2 + r_4 w_i^3]^2 \Delta w \\ &= \lim_{j \rightarrow \infty} \frac{1}{j \Delta w} \int_{w_{\min}}^{w_{\max}} [r_1 + r_2 w_i + r_3 w_i^2 + r_4 w_i^3]^2 \Delta w. \end{aligned} \quad (9)$$

将(4)式代入(9)式得

$$\begin{aligned} \lim_{j \rightarrow \infty} f &= \frac{1}{w_{\max} - w_{\min}} \\ &\times \int_{w_{\min}}^{w_{\max}} [r_1 + r_2 w_i + r_3 w_i^2 + r_4 w_i^3]^2 \Delta w. \end{aligned} \quad (10)$$

令 $w_{\max} = -w_{\min} = w_0$, 并设

$$\begin{aligned} h &= \frac{1}{w_{\max} - w_{\min}} \int_{w_{\min}}^{w_{\max}} [r_1 + r_2 w_i + r_3 w_i^2 + r_4 w_i^3]^2 \Delta w \\ &= r_1^2 + \frac{1}{3} w_0^2 (2r_1 r_3 + r_2^2) \\ &\quad + \frac{1}{5} w_0^4 (r_3^2 + 2r_2 r_4) + \frac{1}{7} w_0^6 r_4^2, \end{aligned} \quad (11)$$

则目标函数可取为

$$E_{\text{obj}} = h + \mu \sigma_h, \quad (12)$$

式中

$$\sigma_h = \sqrt{\sum \left(\frac{\partial h}{\partial x_k} dx_k \right)^2}. \quad (13)$$

显然我们希望目标函数值越小越好.

2.2. 计算实例

设计用于位移传感器的平面 VLS 光栅, 有效尺寸为 $40 \text{ mm} \times 8 \text{ mm}$ 线密度表达式为

$$n(w) = 526.32 \times (1 + 1.4737 \times 10^{-2} w + 2.1717 \times 10^{-4} w^2 + 3.2005 \times 10^{-6} w^3). \quad (14)$$

2.2.1. 球面波干涉产生 VLS 光栅条纹

采用两个点光源干涉, 记录光源是 $\lambda_0 = 4.131 \times 10^{-4} \text{ mm}$ 的 Kr^+ 激光, 共有四个记录参数: r_c, γ, r_d, δ . 考虑实际实验条件, 设 $dr_c = dr_d = 1 \text{ mm}$, $d\gamma = d\delta = 0.001 \text{ rad}$, $\mu = 0.8$, 计算结果 $r_c = 115.0935 \text{ mm}$, $\gamma = 0.8744 \text{ rad}$, $r_d = 158.9856 \text{ mm}$, $\delta = 1.4108 \text{ rad}$, $h = 43.0674$, $\sigma_h = 0.0453$, $E_{\text{obj}} = 43.1037$. 线密度误差分布曲线如图 2 所示, 其中 n_e 为期望值, n_r 为实际值.

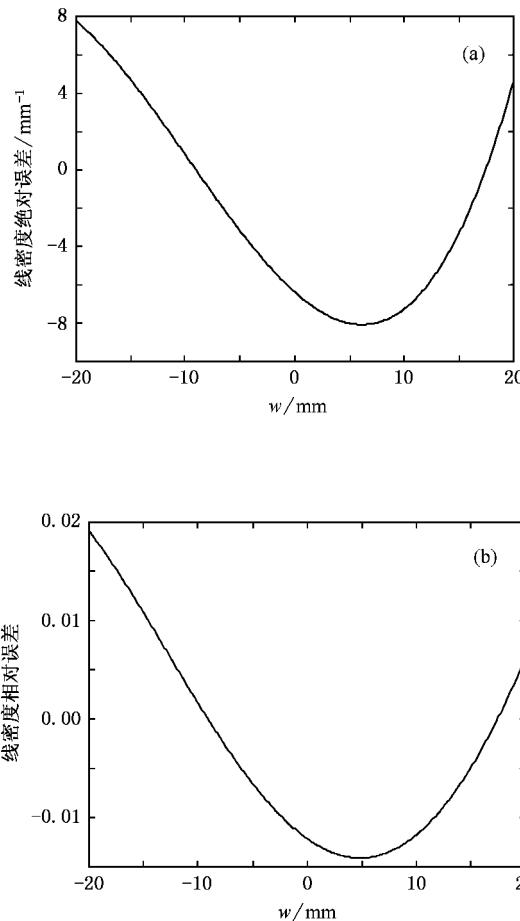


图 2 线密度误差分布 (a) 线密度绝对误差($n_e - n_r$) (b) 线密度相对误差($(n_e - n_r)/n_e$)

2.2.2. 球面波与非球面波干涉产生 VLS 光栅条纹

光源仍为 Kr^+ 激光, M_2 为 $R = 1000 \text{ mm}$ 的球面镜. 此时共有六个记录参数: $r_c, \gamma, p_D, q_D, \delta, \eta_D$ (其中 $r_c = p_c + q_c$), 使得 σ_h 过于复杂, 为方便计算目标函数直接取为

$$E_{\text{obj}}^* = h. \quad (15)$$

采用遗传算法结合局部搜索重复计算 50 次, 得到的结果如图 3 所示. 综合考虑去掉一些不易实现或不符合常理的数据(比如第 25 组的 q_D 为负值), 取第 8 组计算结果作为记录参数(见表 1), 就能够使实际得到的线密度分布方程符合期望的线密度分布方程(见表 2).

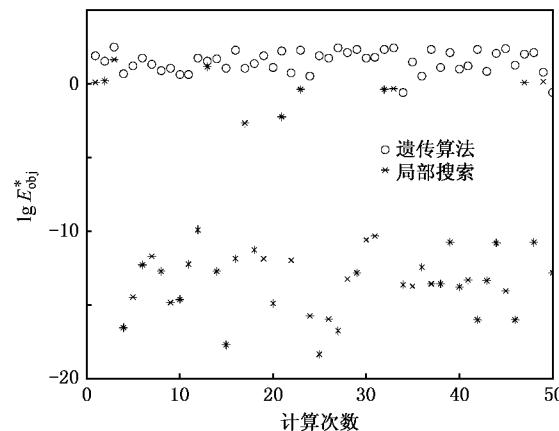


图 3 采用遗传算法与局部搜索得到的结果

表 1 计算得到全息光路的记录参数

记录参数	r_c/mm	γ/rad	p_D/mm	q_D/mm	δ/rad	η_D/rad
计算结果	902.7900	0.1505	452.9500	640.9300	0.3762	0.8858

表 2 两种全息记录光路得到的全息 VLS 光栅参数

光栅参数	n_0/mm^{-1}	$b_2/10^{-2} \text{ mm}^{-1}$	$b_3/10^{-4} \text{ mm}^{-2}$	$b_4/10^{-6} \text{ mm}^{-3}$
期望值	526.3200	1.4737	2.1718	3.2006
球面波干涉	532.6683	1.5520	1.5568	1.1358
球面波与非球面波干涉	526.3200	1.4737	2.1718	3.2006

3. VLS 光栅制作

因为产生非球面波需要球面镜, 考虑现有实验条件, 我们采用两个球面波干涉的方法制作全息 VLS 光栅. 根据 VLS 光栅位移传感器实际使用情况, 制作过程中主要考虑以下两点要求 (1) 光栅中心周期 $d_0 \approx 1.9 \mu\text{m}$ (2) 光栅线密度方程中一次项系数

尽量大于 $1.4737 \times 10^{-2} / \text{mm}$, 即线密度变化很快以提高传感器的分辨率, 对光栅方程中的高次项不作要求.

参考以上优化计算的结果并根据实验情况适当调节实验参数, 我们搭建出了全息曝光光路, 成功地制作出全息 VLS 光栅. 经过实测, 光栅线密度分布方程为

$$n = 526.98 \times (1 + 1.5762 \times 10^{-2} w + 4.9044 \times 10^{-5} w^2 + 1.1754 \times 10^{-6} w^3). \quad (16)$$

线密度分布曲线如图 4 所示. 从图 4 可以看出, 在 $[-20 \text{ mm}, 20 \text{ mm}]$ 范围内, 光栅线密度从 $366.23 / \text{mm}$ 变化到 $708.40 / \text{mm}$. 由(16)式可知, 所得到的 VLS 光栅一次项系数高达 1.5762×10^{-2} , 而用于消相差场合的 VLS 光栅的一次项系数一般只有 10^{-4} 级量. 制作完成的全息 VLS 光栅已成功应用在位移传感器中, 实验表明传感器各项性能指标优于设计要求.

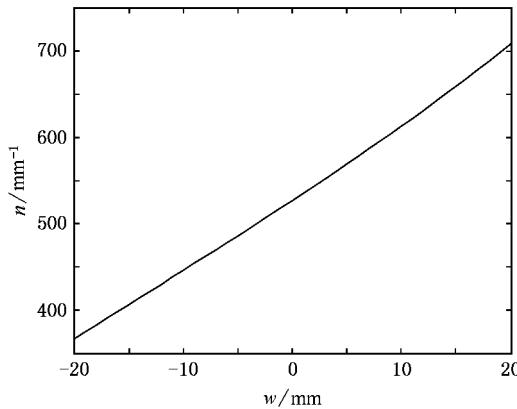


图 4 制作完成的全息 VLS 光栅线密度分布曲线

4. 结果及讨论

1) 利用遗传算法计算了全息 VLS 光栅记录参数, 提出在目标函数中考虑记录参数误差的影响, 以 σ_h 来评价光栅参数对记录参数误差的敏感程度, 推导了目标函数的积分形式, 提高了计算效率. 假设分别以 h 值作为目标函数和取光栅表面 1001 个点(包括两个端点)时的 f 值作为目标函数, 遗传算法计算结果表明前者的计算效率是后者的 3 至 4 倍(遗传算法中的其他参数都相同).

2) 采用两束球面波干涉的光路, 共有 r_c, γ, r_d, δ 四个记录参数, 理论上肯定不太可能满足全部 n_0, b_2, b_3, b_4 四个光栅参数, 一般只能满足前面两个参数(n_0, b_2). 若采用球面波与非球面波干涉的光路, 共有 $r_c, \gamma, p_d, q_d, \delta, \eta_d$ 六个记录参数, 在理论上完全可以满足 n_0, b_2, b_3, b_4 四个光栅参数, 并且实际值与期望值的相对误差不超过 10^{-5} . 这是因为在光路设计中后者比前者多了两个自由度.

3) 计算表明, 利用全息法制作 VLS 光栅时, 记录参数中的角度误差对所得到的 VLS 光栅线密度分布方程系数影响较大, 长度误差对 VLS 光栅线密度分布方程系数影响较小. 因此, 光栅实际制作光路中角度的控制精度比长度的控制精度要求更高.

4) 利用全息方法所得到的 VLS 光栅, 其线密度是连续变化的, 并且可制作线密度变化范围较大的 VLS 光栅.

- [1] Shi L, Hao D F 2001 *Opt. Precis. Eng.* **9** 284 (in Chinese) [时轮、郝德阜 2001 光学精密工程 **9** 284]
- [2] Namioka T, Koike M 1995 *Appl. Opt.* **34** 2180
- [3] Namioka T, Koike M, Content D 1994 *Appl. Opt.* **33** 7261
- [4] Noda H, Namioka T, Seya M 1974 *J. Opt. Soc. Am.* **64** 1031
- [5] Duban M 1987 *Appl. Opt.* **26** 4263
- [6] Zhu X B, He S P, Fu S J et al 2002 *Opt. Precis. Eng.* **10** 285 (in Chinese) [朱向冰、何世平、付绍军等 2002 光学精密工程 **10** 285]
- [7] Cheng Q, Wang Q P, Yu X J et al 2001 *Nucl. Tech.* **24** 557 (in Chinese) [陈 锷、王秋平、余小江等 2001 核技术 **24** 557]
- [8] Cheng Q, Hu Z W, Yu X J et al 2004 *Nucl. Tech.* **27** 9 (in Chinese) [陈 锷、胡中文、余小江等 2004 核技术 **27** 9]
- [9] Hu Z W, Liu Z P, Wang Q P 2005 *J. Opt. Soc. Am.* **22** 174

- [10] Wang W, Yang H M 1999 *Acta Opt. Sin.* **19** 1158 (in Chinese) [王 炜、杨厚民 1999 光学学报 **19** 1158]
- [11] Shi L, Hu D J, Hao D F 2004 *Opto-Electron. Eng.* **31** 35 (in Chinese) [时 轮、胡德金、郝德阜 2004 光电工程 **31** 35]
- [12] Zhu H F, Chen J W, Gao H Y et al 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 682 (in Chinese) [朱化凤、陈建文、高鸿奕等 2005 物理学报 **54** 682]
- [13] Xie X H, Liu Y Q, Fan P Z et al 2004 *Chin. Phys.* **13** 1826
- [14] Spillman W B Jr, Laclair R D, Rudd R E et al 1995 *Proc. SPIE* **2467** 187
- [15] Laclair R D, Spillman W B Jr, Kuhns W W et al 1996 *Proc. SPIE* **2840** 137
- [16] Palmer C 1989 *J. Opt. Soc. Am.* **6** 1175
- [17] Lou J, Liu Y, Fu S J et al 2004 *Proc. SPIE* **5636** 551

Design and fabrication of holographic variable line-spacing gratings for position sensor^{*}

Lou Jun^{1,2)} Fu Shao-Jun¹⁾ Xu Xiang-Dong¹⁾ He Shi-Ping³⁾

1) National Synchrotron Radiation Laboratory, University of Science and Technology of China, Hefei 230029, China

2) Institute of Opto-electronics Technology, China Jiliang University, Hangzhou 310018, China

3) Department of Modern Mechanics, University of Science and Technology of China, Hefei 230029, China

(Received 24 September 2005; revised manuscript received 28 June 2006)

Abstract

Variable line-spacing gratings are widely used in spacial spectroscopic and synchrotron radiation devices, but their design and fabrication are difficult. In this paper, the geometrical theory of aspheric wave-front recording optics is briefly reviewed. The genetic algorithm is introduced to optimize parameters of holographic variable line-spacing gratings. In order to improve the efficiency of calculation, the integral expression of the objective function is also derived. Design example of holographic variable line-spacing gratings for position sensor is given to demonstrate the capability of this method. Holographic variable line-spacing gratings with large density gradient are fabricated successfully.

Keywords: holographic gratings, variable line-spacing gratings, genetic algorithm

PACC: 4240E

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 50375149, 10272098).