

天文图像多帧盲反卷积收敛性的增强方法*

罗 林^{1)2)†} 王 黎¹⁾ 程卫东³⁾ 沈忙作²⁾

1) 西南交通大学理学院, 成都 610031)

2) 中国科学院光电技术研究所微细加工光学技术国家重点实验室, 成都 610209)

3) 成都信息工程学院, 成都 610041)

(2006 年 4 月 20 日收到, 2006 年 8 月 1 日收到修改稿)

天文图像多帧盲反卷积的收敛性受到初始目标、约束条件和光子噪声等因素的影响. 提出了用实际光学成像系统参数确定频率带宽有限约束的方法. 用 Knox-Thompson 方法重构初始目标相位形成盲反卷积算法的初始目标函数. 研究了一种新颖的有效减小光子噪声、边缘效应和振铃现象的方法. 根据最大似然估计理论, 用期望最大化的优化方法建立了改进的严格约束多帧盲反卷积算法. 模拟图像和实际天文图像的复原结果表明, 所建立的多帧盲反卷积, 可以有效克服大气湍流和减小光子噪声, 改善天文观察图像的分辨率, 并部分消除光学系统衍射效应对恢复图像的影响.

关键词: 大气光学, 天文观测, 图像处理和恢复

PACC: 9265, 9580, 4230V

1. 引 言

天文目标通过地面大孔径望远镜成像, 大气湍流使目标图像的分辨率严重地降低. 为了提高目标图像的分辨率, 提出了主动的自适应光学和被动的会后图像成像系统, 斑点成像和图像盲反卷积是会后高分辨图像成像的主要方法.

当非相干光学系统成像具有线性空间不变性时, 目标成像满足下列卷积关系:

$$g_k(x) = f(x) * h_k(x), \quad (1)$$

式中, 单变量 x 为二维空间坐标, $f(x)$ 为原始目标函数, $h_k(x)$ 为大气光学点扩散函数(包括光学系统), $g_k(x)$ 为记录图像函数, $k = 1, 2, 3, \dots, K$ 为记录图像序号. (1) 式的傅里叶变换为

$$G_k(u) = F(u)H_k(u), \quad (2)$$

式中, 单变量 u 为二维频域坐标, $F(u)$, $G_k(u)$, $H_k(u)$ 分别为 $f(x)$, $g_k(x)$, $h_k(x)$ 的傅里叶变换, $H_k(u)$ 称为瞬时大气光学系统传递函数.

由大气卷积成像公式可知, 从记录图像复原原

始目标图像, 需要点扩散函数的信息. 当记录图像为短曝光像时, 从已知大气光学点扩散函数复原出原始目标图像的方法称为斑点成像^[1, 2]. 对于天文目标或运动空间目标, 一般缺乏大气光学点扩散函数的知识, 这种从记录图像同时解算出原始目标函数和点扩散函数的方法称为图像盲反卷积, 如果没有特殊的约束条件和物理背景, 从卷积成像关系解算出原始目标函数, 存在解的不确定性和收敛性问题. 有关的理论^[3, 4]已经证明, 在目标支持域有限和一定约束条件下, 通过最优化处理技术, 图像(二维信号)盲反卷积有稳定的收敛性. 应用于天文领域的图像盲反卷积方法有传统的 Ayers-Dainty 迭代算法^[5, 6]和最大似然估计盲反卷积算法两类. 最大似然估计盲反卷积按优化方法分为期望最大化^[7, 8]和数值梯度^[9]优化盲反卷积, 其中算法的收敛性是主要的研究问题. 影响盲反卷积算法收敛性的重要因素有约束条件、光子噪声和初始目标估计等.

期望最大化盲反卷积对大比例图像的复原比其他算法有明显的优势, 但关于算法约束条件的研究, 没有联系实际光学系统参数, 缺乏一定的实用性. 一般认为期望最大化(expectation-maximization, 简记为

* 国家高技术研究发展计划(批准号 863-2-7-7-4)和四川省应用基础研究计划(批准号 05JY029-085-1)资助的课题.

† E-mail: happyluolin@vip.163.com

EM 盲反卷积算法是基于噪声统计模型建立的,算法本身对噪声有抑制作用,但事实证明这种作用是有限的,就如何进一步抑制光子噪声的研究较少.因此,有必要研究光学系统参数和带宽有限约束^[10]的关系、噪声抑制、初始目标估计等与算法收敛性有关的问题.通过研究建立改进的多帧盲反卷积算法,用实验模拟图像和实际天文图像测试所提出方法的有效性.

2. 最大似然估计盲反卷积

实际地基大口径望远镜在观察空间目标时,记录图像数据 $d_k(x)$ 受到成像系统噪声或低亮度目标噪声的污染.假设光子噪声是 Poisson 型随机分布,在估计的原始目标函数 $\hat{f}(x)$ 和点扩散函数 $\{\hat{h}_k(x)\}$ 条件下,记录图像数据的条件概率分布为

$$D_p[d(x)|\hat{f}(x),\hat{h}_k(x)] = \prod_{k,x} \frac{\hat{g}_k(x)^{d_k(x)} \exp[-\hat{g}_k(x)]}{d_k(x)!}, \quad (3)$$

式中 $D_p[d(x)|\hat{f}(x),\hat{h}_k(x)]$ 为概率分布函数,其对数形式为

$$L(\hat{f},\{\hat{h}_k\}) = \sum_k \left[-\sum_x \hat{g}_k(x) + \sum_x d_k(x) \ln \hat{g}_k(x) \right]. \quad (4)$$

(4) 式中省略了 $\ln[d_k(x)!]$ 项, $L(\hat{f},\{\hat{h}_k\})$ 称为似然函数.根据最大似然估计原理,图像盲反卷积简述为:从记录图像中估计出原始目标函数和点扩散函数,使似然函数最大化,即图像盲反卷积是似然函数的最优化估计过程. Dempster 等^[11] 提出了用 EM 算法从噪声污染数据中复原出真实数据的方法,后来的研究者^[7,8] 提出了用 EM 算法对似然函数 $L(\hat{f},\{\hat{h}_k\})$ 进行最优化估计的盲反卷积算法,

$$\hat{f}^{i+1}(x) = \frac{1}{D} \hat{f}^i(x) \sum_k \left[\frac{d_k(x)}{\hat{g}_k^i(x)} * \hat{h}_k^i(x-x) \right], \quad (5)$$

$$\hat{h}_k^{i+1}(x) = \hat{h}_k^i(x) \left[\frac{d_k(x)}{\hat{g}_k^i(x)} * \hat{f}^i(x-x) \right], \quad (6)$$

$$\hat{g}_k^i(x) = \hat{f}^i(x) * \hat{h}_k^i(x), \quad (7)$$

式中, i 为迭代次数, $D = \sum_k \sum_x d_k(x)$ 为记录图像总光子数.根据 EM 原理,随迭代次数增加,EM 盲反卷积算法具有使似然函数值稳步增大的性质,

$$L(\hat{f}^{i+1},\{\hat{h}_k^{i+1}\}) \geq L(\hat{f}^i,\{\hat{h}_k^i\}). \quad (8)$$

因此,算法的收敛性稳定.经过一定次数迭代后,似然函数值趋向最大化,结果将是原始目标函数和点扩散函数的最优估计.按照凸集投影理论^[3],如果没有一定的约束条件,算法并不能保证收敛到全局最优解,有可能只是一个局部极值解.

3. 约束条件

盲反卷积算法最有效的约束条件是非负约束、能量守恒约束、带宽有限约束和噪声抑制.由于 EM 盲反卷积算法本身的性质,只要初始估计变量为非负,以后迭代的结果将不会出现小于零的变量,所以变量非负约束自然得到满足.对每次迭代估计进行单位能量的变换,可以保证能量守恒约束.带宽有限约束、光子噪声与实际系统有关,需要作详细的研究.

3.1. 带宽有限约束

根据光学成像原理,受到光学系统衍射的限制,点扩散函数是频率带宽有限函数,带宽等于光学传递函数的截止频率 f_c .用 EM 盲反卷积算法同时得到目标函数和点扩散函数的估计,每次迭代产生的点扩散函数估计,在向最优估计接近过程中,其频域傅里叶频率是变化的,有可能出现超过光学传递函数截止频率的频率,产生无效估计.为避免这种情况,对点扩散函数作带宽有限约束,用零替换超过截止频率的傅里叶频率.如果让点扩散函数的傅里叶频率在算法迭代估计中自由拓展,那部分超过截止频率的傅里叶频率将使恢复图像产生伪信息和迭代估计陷入局部极值解,甚至不收敛,因此带宽有限约束能有效改进算法估计结果的正确性和收敛性.

在图像处理时,通过对点扩散函数的频率作像素范围限制实现带宽有限约束,因此要确定图像处理空间带宽约束和光学传递函数截止频率的关系.当理想光学系统产生的衍射斑等于图像空间点扩散函数的弥散斑时,图像空间点扩散函数的最大频率等于光学系统传递函数的截止频率,这种关系可以用来确定图像处理空间的带宽约束.

设光学系统成像面是 $N \times N$ 阵列的 CCD 探测单元,对应相同的图像处理空间,当每个单元像素大小为 N_u 时,理想光学系统衍射艾里斑直径占有 CCD 像素为

$$N_d = \left(\frac{2.44\lambda l'}{D} \right) \frac{1}{N_u}, \quad (9)$$

式中, N_d 为衍射艾里斑直径的像素表示, l' 为成像距离. 当在频率空间用半径为 N/N_d 的等效入瞳限制时, 图像处理空间单点像素的点扩散函数的弥散直径近似等于孔径为 D 的理想光学系统衍射艾里斑在成像单元 CCD 上的大小, 又根据傅里叶光学理论, 图像处理空间的点扩散函数的截止频率等于等效入瞳半径的 2 倍, 故图像处理空间的截止频率为

$$N_c = 2N/N_d = \left(\frac{D}{1.22\lambda l'} \right) N_u N = \frac{1}{1.22} f_c N_u N, \quad (10)$$

式中, N_c 为图像空间的频域截止频率, 是点扩散函数的带宽, $f_c = D/\lambda l'$ 为光学传递函数的截止频率. 通过 (10) 式, 用光学系统参数可以确定图像处理空间的带宽有限约束.

3.2. 噪声抑制

光子噪声增加了目标图像频率的高频成分, 并产生随机起伏的尖峰, 在盲反卷积恢复目标的有效频率时, 一般伴随着噪声频率的放大. 如果不采取措施减小放大的噪声频率, 盲反卷积只能收敛于局部的极值点.

可以从两个方面减少光子噪声: 一是在算法迭代中用低通滤波抑制噪声的放大; 二是用平滑方式对随机起伏的尖峰噪声频率进行衰减. 故采用低通平滑滤波抑制光子噪声是一种有效的方法. 巴特沃思滤波器和高斯滤波器都是有效的低通平滑滤波器^[12], 但在需要严格控制低频和高频之间截止频率的过渡情况下, 巴特沃思滤波器更为合适, 它的一阶频域形式为

$$W_s(u) = \frac{1}{1 + [B(u)/\beta]^2}, \quad (11)$$

式中, $B(u)$ 为频域中任意点距离原点的距离, β 为调节因子. 算法复原图像时取 $\beta = (0.1 - 0.3)N_c$. 对减小噪声有明显效果. 在算法迭代中用滤波器作用于记录图像和估计卷积图像比值的方式抑制噪声,

$$\left[\frac{\hat{d}^i(x)}{\hat{g}^i(x)} \right] * w_s(x) \Leftrightarrow \left[\frac{D(u)}{\hat{G}^i(u)} \right] W_s(u). \quad (12)$$

可以看出, 采用以上噪声滤波方法有如下特点:

(1) 不存在频率奇异性造成的病态问题, 不要求知道卷积核 $h(x)$ 和噪声的有关知识. (2) 伴随迭代过程, 噪声频率动态变化, 噪声频率随算法迭代被动态衰减. (3) 对边缘灰度截断造成的频率跳变有平滑作用, 可以减小全视场图像(如太阳表面图像)复原特有的边缘效应^[13]. (4) 可以减少带宽有限约束(频率突然截断)造成的振铃现象.

4. 初始目标的确定

按照最优化原理, 算法迭代初始点的选择对收敛速度和收敛性有重要的作用. 要得到接近真实目标的初始目标函数, 除了记录图像之外没有其他有关原始目标和光波传输路径的信息, 因此对记录图像作进一步的处理. 根据斑点干涉术^[1], 用记录图像功率谱的系综平均作为初始目标的振幅,

$$|\hat{F}^{(0)}(u)| = \left(\frac{1}{K} \sum_k |G_k(u)|^2 \right)^{1/2}. \quad (13)$$

采用 Knox-Thompson 方法或双谱^[14,15]方法, 从记录图像作相关统计可得到初始目标相位. 按照 Knox-Thompson 重构目标相位的原理, 记录图像交叉谱系综平均 $\alpha(u, \Delta u) = G(u)G(u + \Delta u)$ 的相位, 近似等于目标相位谱各点相位差,

$$\phi(u + \Delta u) - \phi(u) \approx \phi_c(u, \Delta u), \quad (14)$$

式中, $\phi(u)$ 为目标相位, $\phi_c(u, \Delta u)$ 为交叉谱系综平均相位. 通过目标相位谱各点相位差, 用数值积分技术重构出初始目标相位. 初始目标相位和初始目标振幅复合, 做傅里叶逆变换后得到初始目标函数为

$$\hat{f}^{(0)}(x) = F^{-1} \left[|\hat{F}^{(0)}(u)| \exp\{i\hat{\phi}_f^{(0)}(u)\} \right], \quad (15)$$

式中 $F^{-1}[\cdot]$ 表示傅里叶逆变换, 此初始目标函数作为算法迭代的初始估计.

5. 约束的盲反卷积算法

在 (5)~(7) 式中考虑约束条件和抑制噪声后, 盲反卷积算法修改为

$$\hat{f}^{i+1}(x) = \frac{\hat{f}^i(x)}{\sum_x \hat{f}^i(x)} \sum_k \frac{1}{D_k} \left\{ \left[\frac{d_k(x)}{\hat{g}_k^i(x)} * w_s(x) \right] * \left[\frac{\{ \hat{h}_k^i(x) * \eta(x) \}}{\sum_x \{ \hat{h}_k^i(x) * \eta(x) \}} \right]^* \right\}, \quad (16)$$

$$\hat{h}_k^{(i+1)}(x) = \frac{\{\hat{h}_k^{(i)}(x) * \gamma(x)\}}{\sum_x \hat{h}_k^{(i)}(x)} \left\{ \left[\frac{d_k(x)}{\hat{g}_k^{(i)}(x)} * w_s(x) \right] * \left[\frac{\hat{f}^i(x)}{\sum_x \hat{f}^i(x)} \right]^* \right\}, \quad (17)$$

$$\hat{g}_k^{(i)}(x) = [\hat{f}^i(x) * \{\hat{h}_k^{(i)}(x) * \gamma(x)\}]. \quad (18)$$

这里, D_k 是每幅记录图像光子数,作用是保证在迭代过程中光子数不变,

$$D_k = \sum_x d_k(x).$$

$\gamma(x)$ 是频率带宽有限函数,

$$\gamma(x) = |N^{-2} \sum_u P(u) \exp(i2\pi ux/N)|^2,$$

其中 $P(u)$ 是望远镜的入瞳函数,

$$P(u) = \begin{cases} 1 & (u \leq N_c/2), \\ 0 & (u > N_c/2). \end{cases} \quad (19)$$

$\gamma(x)$ 的截止频率 N_c 由光学成像系统参数确定,在算法迭代中对点扩散函数进行带宽有限约束.

6. 仿真实验和实际应用

6.1. 仿真实验

实验模拟图像是用微细加工光学技术国家重点

实验室软件生成,望远镜成像系统参数与中国科学院云南天文台 1.06 m 孔径天文望远镜相同:望远镜孔径 $D = 1.06$ m,光学系统综合焦距 $F = 22.42$ m,成像中心波长 $\lambda = 700$ nm, CCD 像素 $6.4 \mu\text{m}$,大气相干长度 $r_0 = 10$ cm.通过成像系统参数计算,光学系统的衍射艾里斑直径在成像面上占 5.6 个 CCD 像素,点扩散函数的带宽等于图像处理空间的 45.71 个像素.图 1 是模拟实验图像和复原结果,分别是原始图像、衍射图像、短曝光像(信噪比为 10 dB)和复原图像(128 × 128 像素),复原图像为 5 幅短曝光像 500 次算法迭代结果,噪声滤波调节因子 $\beta = 0.2$.从图 1 可以看出,复原图像分辨率高于衍射图像,接近原始图像.图 2 显示了图 1 中各图像的振幅谱(一维方向).从图 2 可以看出,复原目标图像振幅已超出了衍射极限,接近理想目标的振幅,但由于光子噪声,复原图像的振幅没有完全达到理想目标的振幅.

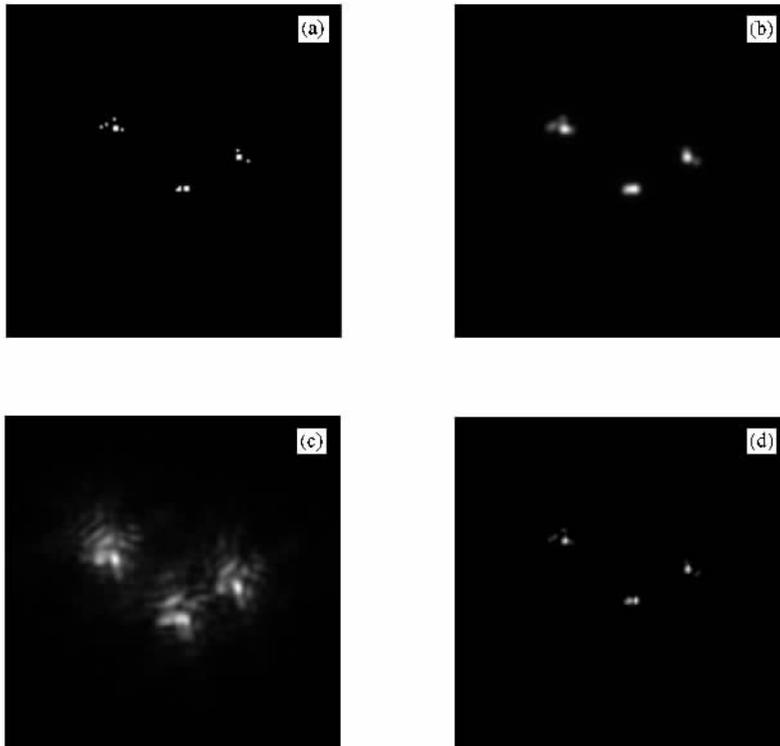


图 1 实验模拟图像和盲反卷积复原图像 (a)原始图像 (b)衍射图像 (c)短曝光像, (d)复原图像

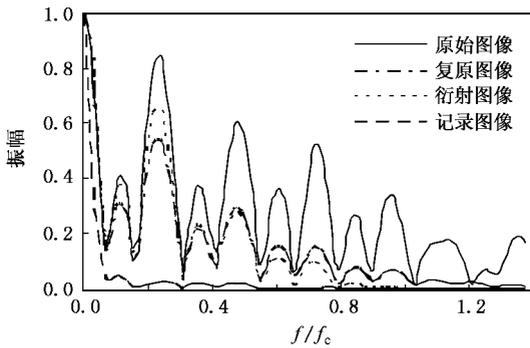


图2 实验模拟图像振幅谱分布

6.2. 实际应用

图3(a)是中国科学院云南天文台 1.06 m 孔径

天文望远镜在 2005 年 11 月 29 日 21:00 时记录的火星短曝光像中的一幅,曝光时间为 10 ms.

图3(b)和(c)是不同盲反卷积算法复原图像 290 × 290 像素(原图为 512 × 512 像素,图3中为剪裁后缩小到原图的 70%),点扩散函数的带宽等于图像处理空间的 182.86 个像素单位.图3中的复原图像是用 4 幅短曝光像 1000 次算法迭代结果.图3(b)是用非约束算法((5)–(7)式)的复原图像,图3(c)是用本文约束算法的复原图像,噪声滤波调节因子 $\beta = 0.15$.通过比较可以看出,采用本文算法复原的目标图像分辨率有了明显的提高,光子噪声和振铃现象小于图3(b)的结果,从图3(c)中可见到火星表面的特征细节.

图4(a)是欧洲的 Swedish Vacuum Solar Telescope

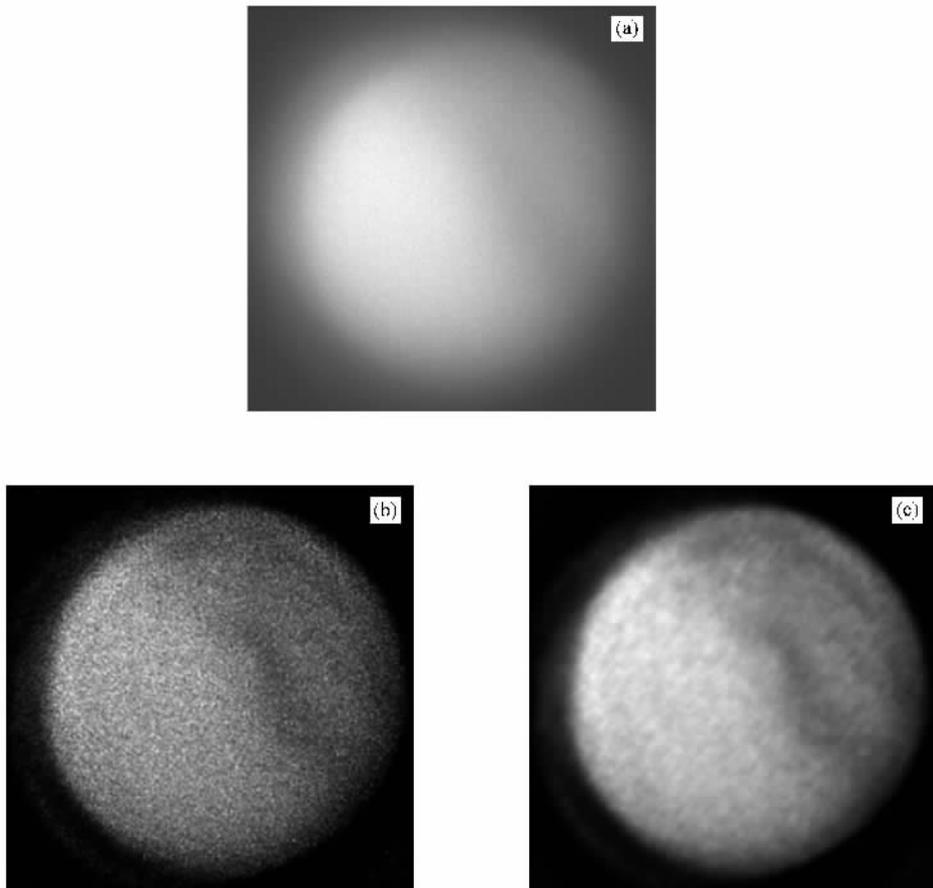


图3 实际火星观察图像的盲反卷积复原 (a)短曝光像 (b)非约束算法复原图像 (c)约束算法复原图像

(SVST)在 1993 年 3 月 27 日记录的太阳表面短曝光像. SVST 的成像系统参数如下:望远镜孔径 $D = 47.5$ cm,光学系统综合焦距 $F = 22.35$ m,成像中心波长 $\lambda = 469.6$ nm,CCD 每个像素为 1.8288 mm,曝

光时间为 20 ms.根据成像系统参数计算,SVST 光学系统的衍射艾里斑直径占 6.92 个像素,点扩散函数的带宽等于图像处理空间的 37 个像素.

图4(b)和(c)是不同盲反卷积算法复原图

像 110×110 像素(原图 128×128 像素,剪裁后原图放大 150%),有许多天文台的高分辨率成像算法^[13,16-18]用 SVST 图像作为检验算法有效性的测试图像.太阳图像复原一般有图像边缘效应,文献^[13,18]中报道的复原图像有效面积较小(75×75 像素).图 4 中的复原图像为 5 幅短曝光像 1000 次

算法迭代的结果,图 4(b)是用非约束算法的复原图像,图中光子噪声、边缘效应和振铃现象明显,图 4(c)是用本文约束算法复原结果,噪声滤波调节因子 $\beta = 0.3$,噪声和边缘效应较小,特征细节恢复显著,复原图像的有效面积 110×110 像素和分辨率高于文献中提供的结果.

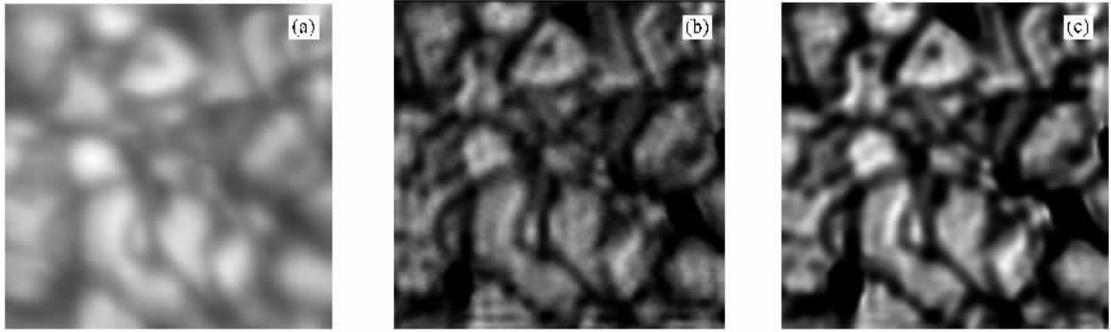


图 4 实际太阳表面观察图像的盲反卷积复原 (a)短曝光像 (b)非约束算法复原图像 (c)约束算法复原图像

7. 结 论

本文采用严格约束条件和抑制光子噪声方法对 EM 盲反卷积算法进行了改进,提出了用实际光学成像系统参数确定盲反卷积带宽有限约束的方法.利用 Knox-Thompson 方法从目标短曝光像重构的目标相位,作为算法迭代的初始目标估计参数,有利于算法迭代迅速收敛到全局最优解.提出了在 EM 盲反卷积算法中采用低通平滑滤波抑制光子噪声的方法,实验证明这种方法效果明显,同时有减小复原图

像中的振铃现象和边缘效应作用.

实验结果表明,本文建立的盲反卷积方法能有效地克服大气湍流和减小光子噪声,提高天文图像的分辨率,具有消除部分光学系统衍射效应的能力.对实际天文图像的处理表明,复原图像质量好于同类算法.展示了采用盲反卷积复原的高分辨率火星图像,显示出盲反卷积在实际天文图像的高分辨率成像中具有很好的应用前景.研究结果对实际天文图像有重要的应用价值,为进一步建立实际应用系统提供了重要的参考依据.

- [1] Labeyrie A 1970 *Astron. Astrophys.* **6** 85
- [2] Lawrence T W, Goodman D M, Johansson E M et al 1992 *Appl. Opt.* **31** 6307
- [3] Youla D C 1987 *Image Recovery: Theory and Application* Stark H ed (New York: Academic Press) p29
- [4] Lane R G, Bates R H T 1987 *J. Opt. Soc. Am.* **A 4** 180
- [5] Ayers G R, Dainty J C 1988 *Opt. Lett.* **13** 547
- [6] Davey B L K, Lane R C, Bates R H T 1989 *Opt. Commun.* **69** 353
- [7] Schulz T J 1993 *J. Opt. Soc. Am.* **A 10** 1064
- [8] Holmes T J 1992 *J. Opt. Soc. Am.* **A 9** 1052
- [9] Lane R G 1992 *J. Opt. Soc. Am.* **A 9** 1508
- [10] Miura N 2003 *Opt. Lett.* **28** 2312
- [11] Dempster A P, Laird N M, Rubin D B 1977 *J. R. Stat. Soc. B* **39** 1
- [12] Gonzalez R C, Woods R E 2002 *Digital Image Processing* (Beijing: Publishing House of Electronics Industry)
- [13] Paxman R G, Seldin J H, Löfdahl M G et al 1996 *Astrophys. J.* **466** 1087
- [14] Knox K T, Thompson B J 1974 *Astrophys. J.* **193** L45
- [15] Lohmann A, Weigelt G, Wimitzer B 1983 *Appl. Opt.* **22** 4028
- [16] Löfdahl M G, Scharmer G B 1994 *Proc. SPIE* **2302** 254
- [17] Seldin J H, Paxman R G 1994 *Proc. SPIE* **2302** 268
- [18] van Kampen W, Paxman R G 1998 *Proc. SPIE* **3343** 296

Approaches to convergence enhancement of multiframe blind deconvolution of astronomical images^{*}

Luo Lin^{1,2,3)†} Wang Li¹⁾ Cheng Wei-Dong³⁾ Shen Mang-Zuo²⁾

¹⁾ College of Science, Southwest Jiaotong University, Chengdu 610031, China)

²⁾ State Key Laboratory of Optical Technologies for Microfabrication, Institute of Optics and Electronics, Chinese Academy of Sciences, Chengdu 610209, China)

³⁾ Chengdu University of Information Technology, Chengdu 610041, China)

(Received 20 April 2006 ; revised manuscript received 1 August 2006)

Abstract

The convergence property of multiframe blind deconvolution applied to improve the resolution of astronomical images is influenced by initial object estimate, constraint conditions and photon noise. A method of determining band limitation of the point-spread function from the optical imaging system parameters is proposed. The initial object estimate of blind deconvolution algorithm is formed by using Knox-Thompson method to reconstruct object phase from short-exposure images. A novel method, which is used to decrease photon noise, edge effects and ringing of restoration images is developed. An improved multiframe blind deconvolution algorithm with a strict constrained optimization method of the expectation-maximization based on maximum-likelihood estimation is presented. The restored images of the simulation data, and real Mars and solar-granulation data show that the proposed multiframe blind deconvolution algorithm is valid for overcoming effects of atmospheric turbulence and photon noise and improving the resolution of real observed astronomical images, and capable of partly removing the diffraction effect of optical system on restored images.

Keywords : atmospheric optics, astronomical observations, image processing and restoration

PACC : 9265, 9580, 4230V

^{*} Project supported by the National High Technology Development Program of China (Grant No. 863-2-7-7-4) and the Basic Applied Research Program of Sichuan Province, China (Grant No. 05JY029-085-1).

[†] E-mail : happyluolin@vip.163.com