第 55 卷 第 2 期 2006 年 2 月
1000-3290/2006/55(02)/0485-05

物 理 学 报
ACTA PHYSICA SINICA

Vol.55, No.2, February, 2006
©2006 Chin. Phys. Soc.

地-气耦合动力系统的近似解析解*

莫嘉琪[1)2)†]　王　辉[3)]　林万涛[4)]

1)(安徽师范大学, 芜湖　241000)

2)(上海高等院校计算科学院 E-研究院,上海交通大学研究所,上海　200240)

3)(中国气象科学研究院,北京　100081)

4)(中国科学院大气物理研究所, 北京　100029)

(2005 年 7 月 12 日收到; 2005 年 7 月 26 日收到修改稿)

本文研究了一类地-气耦合系统的非线性模式. 利用同伦映射方法,将问题转化为线性问题求解. 最后得到了原非线性问题的近似表示式.

关键词: 非线性, 地-气耦合, 动力系统, 同伦映射

PACC: 0230, 0200

1. 引　　言

气候异常,对全球和局部地区的经济发展和人类生活都受到严重的影响. 关于大气动力系统及其可预报性的问题已有很多研究[1—10]. Shukla[3] 曾在失控平均的动力学可预报性的研究中指出,当前月平均的预报是可行的. 但是,许多有关于可预报性及可预报期限的研究大都基于数值试验的结果,这对研究工作带来了一定的局限性. 因此需对问题的研究对象和方法提出了更进一步的要求. 莫嘉琪、林万涛等曾研究了一类大气物理、海洋气候、动力系统等领域中的问题[11—24]. 在本文中,是从数学解析的方法出发,来研究一类地-气耦合气候非线性动力系统机制的模式.

地-气耦合相互作用是一个非线性的物理过程. 因此只用线性模式去研究它的过程的内在机理是不够理想的. 本文是对地-气耦合相互作用,根据一些气候系统中的实际经验数据建立的一个简单地-气耦合非线性动力系统出发进行探讨. 这样的探讨,力求得到的计算结果更接近真实情况. 并且提供了由得到的结果进行短期、中期气象预报和进一步去研究其他感兴趣的一些大气物理现象的方法.

近来,许多学者研究了非线性问题的近似理论[25—32]. 近似方法不断被发展和优化,包括伸缩变量法,平均法,边界层法,匹配渐近展开法和多重尺度法等等. 本文是利用一个简单而有效的同伦映射方法[33,34] 来求解一类大气物理非线性地-气耦合系统.

2. 地-气耦合系统模式

考虑如下一个大气快变量和下垫面慢变量的地-气非线性耦合模式[5]

$$\begin{aligned}\frac{\mathrm{d}X_1}{\mathrm{d}t} &= a_{11}X_1 + [(a_{12} - \sigma_1 X_2)X_2 \\ &\quad + (a_{13} - \sigma_1 X_3)X_3 + b_1],\\ \frac{\mathrm{d}X_2}{\mathrm{d}t} &= a_{22}X_2 - [(a_{12} - \sigma_1 X_2)X_1 \\ &\quad - (a_{23} - \sigma_2 X_1)X_3 + b_2],\\ \frac{\mathrm{d}X_3}{\mathrm{d}t} &= a_{33}X_3 - [(a_{13} - \sigma_1 X_3)X_1 \\ &\quad + (a_{23} - \sigma_2 X_1)X_2 + b_3],\\ \frac{\mathrm{d}T_i}{\mathrm{d}t} &= \sum_{k=1}^{3}[c_{ik}T_k + d_{ik}X_k] + g_i \quad (i = 1,2,3),\end{aligned}$$

其中 $X_i\ (i = 1,2,3)$ 为无量纲大气变量,如分别为气温、风速、气压,属于快变量,$T_i\ (i = 1,2,3)$ 分别地球变量,如为土壤的地温、湿度、密度,属于慢变量. 慢

* 国家自然科学基金(批准号: 90111011 和 10471039)、国家重点基础研究发展计划(批准号: 2003CB415101-03 和 2004CB418304)、中国科学院创新方向性项目(批准号: KZCX3-SW-221)和上海市教育委员会 E-研究院建设计划项目资助的课题(批准号: No. N-E3004).

† 通讯联系人. E-mail: mojiaqi@mail.ahnu.edu.cn

变量是快变量变化的背景,它决定了慢变量的变化,此即协同学当中的伺服原理,慢变量可以对快变量的变化起调制作用,但快变量对于慢变量的变化也有反馈. a_{ii}, c_{ij}, d_{ij} $(i,j=1,2,3)$ 和 σ_i $(i=1,2)$ 为相关的比例系数, $a_{ij}(T_1,T_2,T_3)$, $(i\neq j)$, $b_i(T_1,T_2,T_3)$ $(i,j=1,2,3)$ 为无量纲下垫面变量 T_i $(i=1,2,3)$ 的充分光滑的函数. g_i $(i=1,2,3)$ 为与太阳辐射有关的已知数. 上述系统构成了一个典型的简单地-气耦合模式. 不失一般性,我们下面只讨论相关的比例系数与下垫慢变量之间存在如下的特殊关系: $a_{12}=a_1T_1$, $a_{13}=a_2T_2$, $a_{23}=a_3T_3$, $b_i=0$ $(i=1,2,3)$ 其中 a_i $(i=1,2,3)$ 为常数. 因此,上述系统便为如下非线性地-气耦合模式:

$$\frac{\mathrm{d}X_1}{\mathrm{d}t}=a_{11}X_1+[(a_1T_1-\sigma_1X_2)X_2+(a_2T_2-\sigma_1X_3)X_3], \tag{1}$$

$$\frac{\mathrm{d}X_2}{\mathrm{d}t}=a_{22}X_2-[(a_1T_1-\sigma_1X_2)X_1-(a_3T_3-\sigma_2X_1)X_3], \tag{2}$$

$$\frac{\mathrm{d}X_3}{\mathrm{d}t}=a_{33}X_3-[(a_2T_2-\sigma_1X_3)X_1+(a_3T_3-\sigma_2X_1)X_2], \tag{3}$$

$$\frac{\mathrm{d}T_i}{\mathrm{d}t}=\sum_{k=1}^{3}[c_{ik}T_k+d_{ik}X_k]+g_i \quad (i=1,2,3). \tag{4}$$

3. 同伦映射

为了得到模式(1)—(4)的近似解,引入一组同伦映射[33,34] $H_{ij}(X,T,p):R^2\times I\to R$ $(i=1,2,j=1,2,3)$:

$$H_{11}(X,T,p)=L_{11}(X_1)-L_{11}(U_1)+p(L_{11}(U_1)-[(a_1T_1-\sigma_1X_2)X_2+(a_2T_2-\sigma_1X_3)X_3]), \tag{5}$$

$$H_{12}(X,T,p)=L_{12}(X_2)-L_{12}(U_2)+p(L_{12}(U_2)+[(a_1T_1-\sigma_1X_2)X_1-(a_3T_3-\sigma_2X_1)X_3]), \tag{6}$$

$$H_{13}(X,T,p)=L_{13}(X_3)-L_{13}(U_3)+p(L_{13}(U_3)+[(a_2T_2-\sigma_1X_3)X_1+(a_3T_3-\sigma_2X_1)X_2]), \tag{7}$$

$$H_{2j}(X,T,p)=L_{2j}(X,T)-L_{2j}(U,V)+p(L_{2j}(U,V)-g_j) \quad (j=1,2,3), \tag{8}$$

其中 $R=(-\infty,+\infty)$, $I=[0,1]$, $X=(X_1,X_2,X_3)$, $T=(T_1,T_2,T_3)$, $U=(U_1,U_2,U_3)$, $V=(V_1,V_2,V_3)$,而线性算子 L_{ij} 为

$$L_{1j}(X_j)=\frac{\mathrm{d}X_j}{\mathrm{d}t}-a_{jj}X_j \quad (j=1,2,3), \tag{9}$$

$$L_{2j}(X,T)=\frac{\mathrm{d}T_j}{\mathrm{d}t}-\sum_{k=1}^{3}[c_{jk}T_k+d_{jk}X_k] \quad (j=1,2,3). \tag{10}$$

它们是地-气耦合模式(1)—(4)的线性部分,且 U, V 为原方程(1)—(4)的一组初始近似.

由(9)和(10)式,令

$$L_{1j}(U)=0, L_{2j}(U,V)=0 \quad (j=1,2,3).$$

不难由上式得到

$$U_i=C_i^0\exp(a_{ii}t) \quad (i=1,2,3),$$

$$V_i=\sum_{j=1}^{3}[r_{ij}C_j\exp(c_{jj}t)+D_{ij}\exp(a_{jj}t)] \quad (i=1,2,3),$$

其中

$$r_{1j}=1, r_{2j}=-\frac{\begin{vmatrix} c_{11}-c_{jj} & c_{13} \\ c_{21} & c_{23}\end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} c_{12} & c_{13} \\ c_{22}-c_{jj} & c_{23}\end{vmatrix}},$$

$$r_{3j}=-\frac{\begin{vmatrix} c_{12} & c_{13}-c_{jj} \\ c_{22}-c_{jj} & c_{21}\end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} c_{12} & c_{13} \\ c_{22}-c_{jj} & c_{23}\end{vmatrix}} \quad (j=1,2,3),$$

$$C_i=\frac{\Delta_{ii}}{\Delta_i} \quad (i=1,2,3),$$

$$\Delta_i=\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33}\end{vmatrix}, \Delta_{i1}=\begin{vmatrix} G_1 & 1 & 1 \\ G_2 & r_{22} & r_{23} \\ G_3 & r_{32} & r_{33}\end{vmatrix},$$

$$\Delta_{i2}=\begin{vmatrix} 1 & G_1 & 1 \\ r_{21} & G_2 & r_{23} \\ r_{31} & G_3 & r_{33}\end{vmatrix}, \Delta_{i3}=\begin{vmatrix} 1 & 1 & G_1 \\ r_{21} & r_{22} & G_2 \\ r_{31} & r_{32} & G_3\end{vmatrix},$$

$$D_{ij}=-\frac{\underline{\Delta_{ij}}}{\overline{\Delta_j}}X_i(0),$$

$$G_i=D_i^0-\sum_{l=1}^{3}D_{ij} \quad (i,j=1,2,3),$$

$$\overline{\Delta_j}=\begin{vmatrix} c_{11}-a_{jj} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22}-a_{jj} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33}-a_{jj}\end{vmatrix},$$

$$\Delta_{1j}=\begin{vmatrix} d_{1j} & c_{12} & c_{13} \\ d_{2j} & c_{22}-a_{jj} & c_{23} \\ d_{3j} & c_{32} & c_{33}-a_{jj} \end{vmatrix},$$

$$\Delta_{2j}=\begin{vmatrix} c_{11}-a_{jj} & d_{1j} & c_{13} \\ c_{21} & d_{2j} & c_{23} \\ c_{31} & d_{3j} & c_{33}-a_{jj} \end{vmatrix},$$

$$\Delta_{3j}=\begin{vmatrix} c_{11}-a_{jj} & c_{12} & d_{1j} \\ c_{21} & c_{22}-a_{jj} & d_{2j} \\ c_{31} & c_{32} & d_{3j} \end{vmatrix},$$

$C_i^0, D_i^0\ (i=1,2,3)$为任意常数.

4. 近似解析解

显然,由(5)—(8)式,$H_{ij}(X,T,1)=0\ (i=1,2, j=1,2,3)$与系统(1)—(4)相同.故 $H_{ij}(X,T,p)=0\ (i=1,2,j=1,2,3)$的解当 $p\to 1$ 的情形就是系统(1)—(4)的解(X,T).

令

$$\bar{X}_i=\sum_{j=0}^{\infty}X_i^j(t)p^j \quad (i=1,2,3), \tag{11}$$

$$\bar{T}_i=\sum_{j=0}^{\infty}T_i^j(t)p^j \quad (i=1,2,3). \tag{12}$$

考虑到(11)和(12)式,由(5)—(8)式,分别比较方程 $H_{ij}(X,T,p)=0\ (i=1,2,j=1,2,3)$关于 p 的同次幂的系数.

由 $H_{ij}(X,T,p)=0\ (i=1,2,j=1,2,3)$比较 p 的零次幂的系数得

$$L_{1j}(X_j^0)=L_{1j}(U_j) \quad (j=1,2,3), \tag{13}$$

$$L_{2j}(X^0,T^0)=L_{2j}(U,V) \quad (j=1,2,3), \tag{14}$$

其中 $X^0=(X_1^0,X_2^0,X_3^0)$, $T^0=(T_1^0,T_2^0,T_3^0)$.

由(13)和(14)式,显然有

$$X_i^0(t)=U_i=C_i^0\exp(a_{ii}t) \quad (i=1,2,3), \tag{15}$$

$$T_i^0(t)=V_i=\sum_{j=1}^{3}[r_{ij}C_j\exp(c_{jj}t)+D_{ij}\exp(a_{jj}t)] \quad (i=1,2,3). \tag{16}$$

再由(5)—(8)式,$H_{ij}(X,T,p)=0$, $(i=1,2,j=1,2,3)$比较 p 的一次幂的系数得

$$L_{11}(X_1^1)=[(a_1T_1^0-\sigma_1X_2^0)X_2^0+(a_2T_2^0-\sigma_1X_3^0)X_3^0], \tag{17}$$

$$L_{12}(X_2^1)=-[(a_1T_2^0-\sigma_1X_2^0)X_1^0-(a_3T_3^0-\sigma_2X_1^0)X_3^9], \tag{18}$$

$$L_{13}(X_3^1)=-[(a_2T_2^0-\sigma_1X_3^0)X_1^0+(a_3T_3^0-\sigma_2X_1^0)X_2^0], \tag{19}$$

$$L_{2j}(X^1,T^1)=g_j, \tag{20}$$

其中 $X^1=(X_1^1,X_2^1,X_3^1)$, $T^1=(T_1^1,T_2^1,T_3^1)$.

考虑到(15)和(16)式,不难得到线性非齐次方程组(17)—(20)有如下结构的解:

$$X_i^1(t)=C_i^1\exp(a_{ii}t)+\sum_{j=1}^{3}\sum_{k=1}^{3}[D_{ijk}^1\exp(a_{jj}+a_{kk})t+E_{ijk}^1\exp(a_{jj}+c_{kk})t] \quad (i=1,2,3),$$

$$T_i^1(t)=\sum_{j=1}^{3}[F_{ij}^1\exp(c_{jj}t)+G_{ij}^1\exp(a_{jj}t)]+H_i^1 \quad (i=1,2,3).$$

上两式中的系数由模式的已知参数决定,其结构从略.

同理,能依次地得到 $X_i^s(t)$, $T_i^s(t)\ (s=2,3,\cdots)$.于是,将上述求得的 $X_i^s(t)$, $T_i^s(t)\ (s=0,1,2,\cdots,n)$代入(11),(12)式,并令 $p=1$,便可得到耦合系统(1)—(4)的近似解:

$$X_i(t)=\sum_{j=0}^{n}X_i^j(t) \quad (i=1,2,3), \tag{21}$$

$$T_i(t)=\sum_{j=0}^{n}T_i^j(t) \quad (i=1,2,3). \tag{22}$$

5. 精确解的讨论

由模式(1)—(4)式和同伦映射(5),(6)式的结构,能够证明用同伦影射方法得到的级数(11),(12)在有限时段内和 $p\in[0,1]$上解析[27].故有

$$\begin{aligned} H_{11}(\bar{X},\bar{T},p) &= L_{11}\Big(\sum_{j=0}^{\infty}X_1^jp^j\Big)-L_{11}(U_1) \\ &\quad + p\Big(L_{11}(U_1)-\Big[\Big(a_1\sum_{j=0}^{\infty}T_1^jp^j-\sigma_1\sum_{j=0}^{\infty}X_2^jp^j\Big)\sum_{j=0}^{\infty}X_2^jp^j+\Big(a_2\sum_{j=0}^{\infty}T_2^jp^j-\sigma_1\sum_{j=0}^{\infty}X_3^jp^j\Big)\sum_{j=0}^{\infty}X_3^jp^j\Big]\Big) \\ &= L_{11}(X_1^0)-L_{11}(U_1) \\ &\quad +[L_{11}(X_1^1)-[(a_1T_1^0-\sigma_1X_2^0)X_2^0+(a_2T_2^0-\sigma_1X_3^0)X_3^0]]p \\ &\quad +\cdots=0. \end{aligned}$$

$$H_{12}(\bar{X},\bar{T},p)=L_{12}\Big(\sum_{j=0}^{\infty}X_2^jp^j\Big)-L_{12}(U_2)$$

$$
\begin{aligned}
&\quad + p\Big(L_{12}(U_2) + \Big[\Big(a_1\sum_{j=0}^{\infty}T_1^j p^j \\
&\quad - \sigma_1\sum_{j=0}^{\infty}X_2^j p^j\Big)\sum_{j=0}^{\infty}X_1^j p^j - \Big(a_3\sum_{j=0}^{\infty}T_3^j p^j \\
&\quad - \sigma_2\sum_{j=0}^{\infty}X_1^j p^j\Big)\sum_{j=0}^{\infty}X_3^j p^j\Big]\Big) \\
&= L_{12}(X_2^0) - L_{12}(U_2) \\
&\quad + [L_{12}(X_2^1) + [(a_1T_1^0 - \sigma_1X_2^0)X_1^0 \\
&\quad - (a_3T_3^0 - \sigma_2X_1^0)X_3^0]]p \\
&\quad + \cdots = 0.
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
H_{13}(\bar{X},\bar{T},p) &= L_{13}\Big(\sum_{j=0}^{\infty}X_3^j p^j\Big) - L_{13}(U_3) \\
&\quad + p\Big(L_{13}(U_3) + \Big[\Big(a_2\sum_{j=0}^{\infty}T_2^j p^j \\
&\quad - \sigma_1\sum_{j=0}^{\infty}X_3^j p^j\Big)\sum_{j=0}^{\infty}X_1^j p^j + \Big(a_3\sum_{j=0}^{\infty}T_3^j p^j \\
&\quad - \sigma_2\sum_{j=0}^{\infty}X_1^j p^j\Big)\sum_{j=0}^{\infty}X_2^j p^j\Big]\Big) \\
&= L_{13}(X_3^0) - L_{13}(U_3) \\
&\quad + [L_{13}(X_3^1) + [(a_2T_2^0 - \sigma_1X_3^0)X_1^0 \\
&\quad + (a_3T_3^0 - \sigma_2X_1^0)X_2^0]]p \\
&\quad + \cdots = 0.
\end{aligned}
$$

同理可证

$$H_{2j}(\bar{X},\bar{T},p) = 0 \quad (j = 1,2,3).$$

故由(11)和(12)式得到的$(\bar{X},\bar{T})$为 $H_{ij}(\bar{X},\bar{T},p)=0$ $(i=1,2,j=1,2,3)$的解.从(11)和(12)式的$(\bar{X},\bar{T})$,取 $p=1$ 便得到

$$X_{it} = \sum_{j=0}^{\infty}X_i^j(t),\ T_i(t) = \sum_{j=0}^{\infty}T_i^j(t) \quad (i = 1,2,3).$$

它们对应的(X,T)就为非线性地-气耦合模式(1)—(4)的精确解.

6. 结 语

1) 大气物理是一个很复杂的、难以驾驭的自然现象.因此我们需要把它简化为基本模式,并且用近似方法求出其解.同伦映射方法就是一个简单而有效的方法.这个方法是定义一组同伦映射将非线性问题的解由线性问题的解来近似地逼近.

2) 利用本文所求的近似解序列(21)和(22)为基础,我们可以较准确地对相应的气候作短期、中期,甚至是较长期预报.

3) 采用本同伦映射方法,得到近似解所获得的精确'速度'还在于它的初始近似 $U(t)$,$V(t)$的选取,本文选用相应的线性问题 $L_1(U)=0$,$L_2(U,V)=0$ 的解作为原模式的零次近似,这是很自然的.从而再进一步优化和深入地用逼近理论可得到原非线性问题(1)—(4)更精确的近似解.这样的结果更容易接近实际情况.

4) 从数学理论观点来看,同伦映射方法是一个近似的解析方法.它不同于一般的数值求解方法,更不是简单的模拟方法.本方法得到解的表示式,还能继续进行解析运算.于是,由相应近似解的表示式,我们能够继续用解析运算来研究所考虑的地区的相关物理量的各种定性和定量方面的结果.例如,进一步用微分的方法算出大气快变量 $X(t)$和下垫面慢变量 $T(t)$的变化速度、画出上述两者在不同时间的数量变化曲线,从而发现其规律.并可预报由此而派生出的相关物理量的发展趋向等等.然而,利用数值方法或单纯地模拟就难以更深入地讨论它们.

5) 本文提供的方法具有一般性.它不局限于某个具体的地域和时态.因此本文不再用具体实际的参数去研讨和比较个别的地域和特定时态的情况.

[1] McPhaden M J, Zhang D 2002 *Nature* **415** 603

[2] Gu D F, Philander S G H 1997 *Science* **275** 805

[3] Shukla J 1981 *J. Atmos. Sci.* **38** 2547

[4] Hsu C S 1980 *ASME J. Appl. Mech.* **47** 931

[5] Fan X G, Zhang H L, Chou J F 1999 *Acta Meteorologica Sin.* **57** 190

[6] Yu J J 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 3701 (in Chinese) [于津江 2004 物理学报 **53** 3701]

[7] Ouyang C 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 1900 (in Chinese) [欧阳成 2004 物理学报 **53** 4061]

[8] Han H L 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 4061 (in Chinese) [韩祥临 2004 物理学报 **53** 4061]

[9] Han H L 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 2510 (in Chinese) [韩祥临 2005 物理学报 **54** 2510]

[10] Wu Q K 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 2590 (in Chinese) [吴钦宽 2005 物理学报 **54** 2590]

[11] Mo J Q, Lin W T, Zhu J 2004 *Prog. Natur. Sci.* **14** 550

[12] Mo J Q, Lin W T, Zhu J 2004 *Prog. Natur. Sci.* **14** 1126

[13] Mo J Q, Lin W T 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 996 (in Chinese) [莫嘉琪、林万涛 2004 物理学报 **53** 996]

[14] Mo J Q, Lin W T, Zhu J 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 3245 (in Chinese) [莫嘉琪、林万涛、朱 江 2004 物理学报 **53** 3245]
[15] Mo J Q, Lin W T 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 993 (in Chinese) [莫嘉琪、林万涛 2005 物理学报 **54** 993]
[16] Mo J Q, Lin Y W, Lin W T 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 3971 (in Chinese) [莫嘉琪、林一骅、林万涛 2005 物理学报 **54** 3971]
[17] Mo J Q, Lin W T, Wang H 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 3967 (in Chinese) [莫嘉琪、林万涛、王 辉 2005 物理学报 **54** 3967]
[18] Mo J Q, Lin W T 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 1081 (in Chinese) [莫嘉琪、林万涛 2005 物理学报 **54** 1081]
[19] Mo J Q, Lin W T 2005 *Chin. Phys.* **14** 875
[20] Lin W T, Mo J Q 2004 C*hin. Sci. Bull.* **48** Ⅱ: 5
[21] Lin W T, Ji Z Z, Wang B *et al* 2000 *Chin. Sci. Bull.* **45** 1358
[22] Lin W T, Ji Z Z, Wang B 2001 *Acta Aerodynamica Sin.* **19** 348
[23] Lin W T, Ji Z Z, Wang B 2002 *Adv. Atmosphere. Sci.* **19** 699
[24] Lin W T, Ji Z Z, Wang B *et al* 2002 *Prog. Natur. Sci.* **12** 1326
[25] de Jager E M, Jiang F R 1996 *The Theory of Singular Perturbation* (Amsterdam: North-Holland Publishing Co)
[26] Marques I 2005 *Nonlinear Anal.* **61** 21
[27] Zhang F 2004 *J. Diff. Eqns.* **205** 77
[28] Hwangm S 2004 *J. Diff. Eqns.* **200** 191
[29] Perjan A 2003 *Buletinul Acad. De. Stiinte.* **42** 95
[30] Hamouda M 2003 *Applicable Anal.* **81** 837
[31] Akhmetov D R 2003 *Asymptotic Anal.* **35** 65
[32] Bell D C, Deng B 2003 *Nonlinear Anal. Real World Appl.* **3** 515
[33] He J H 2002 *Approximate Analytical Methods in Engineering and Sciences* (Shengzhou: Science and Technology Publisher)
[34] Liao S J 2004 *Beyond Perturbation: Introduction to the Homotopy Analysis Method* (New York: CRC Press Co)

Approximate analytic solution of land-air couplind dynamical system*

Mo Jia-Qi[1)2)†] Wang Hui[3)] Lin Wan-Tao[4)]

1) (*Anhui Normal University, Wuhu* 241000, *China*)
2) (*Division of Computational Science, E-Institutes of Shanghai Universities SJTU, Shanghai* 200240, *China*)
3) (*Chinese Academy of Meteorological Sciences, Beijing* 100081, *China*)
4) (*LASG, Institute of Atmospheric Physics, Chinese Academy of Sciences, Beijing* 100029, *China*)

(Received 12 July 2005; revised manuscript received 26 July 2005)

Abstract

Atmospheric physics deals with very complicated natural phenomena. Basic models have to be implemented for the sea-air and land-air oscillators and then solve them using the approximate method. In this paper, a class of nonlinear coupling system for land-air oscillator model is studied. Using the homotopic mapping method, it is translated into solving linear problems, and the approximate expressions for the original nonlinear problem are obtained.

Keywords: nonlinear, land-air coupling, dynamical system, homotopic mapping
PACC: 0230, 0200

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 90111011 and 10471039), the National Key Project for Basics Research (Grant Nos. 2003CB415101-03 and 2004CB418304), the Key Project of the Chinese Academy of Sciences (Grant No. KZCX3-SW-221) and the E-Institutes of Shnghai Municipal Education Commission (Grant No. N-E3004).

† Corresponding author. E-mail: mojiaqi@mail.ahnu.edu.cn