

超流费米气体相滑移时的密度分布^{*}

武宏宇 尹 澜[†]

(北京大学物理学院, 北京 100871)

(2005 年 6 月 28 日收到, 2005 年 7 月 6 日收到修改稿)

当前在冷原子和玻色爱因斯坦凝聚(BEC)领域的一个重要问题是在 Feshbach 共振附近的冷费米气体如何从 BEC 态演变到 BCS(Bardeen Schrieffer Cooper)态. 本文进一步研究在 Feshbach 共振附近超流态的相滑移现象. 通过具体的数值计算, 给出了费米气体在相滑移时的粒子数密度的分布, 并对不同温度下的相滑移的大小进行了分析. 结果表明, 相滑移现象可以作为实验上判断系统是否处于超流态的一个可行的判据.

关键词: 超流费米气体, 相滑移, Feshbach 共振

PACC: 0260, 0530F, 6750F

1. 引 言

近年来, 随着费米气体中 Feshbach 共振现象的发现^[1], 利用 Feshbach 共振来研究有强相互吸引或排斥作用的冷费米气体已成为冷原子和玻色爱因斯坦凝聚领域的一个研究热点. 当利用 Feshbach 共振将散射长度调节为正值时, 费米子原子间有相互排斥作用, 而相比之下由两个费米原子形成的分子具有更低的能量, 实验里已经观测到在低温下这样的双原子分子形成玻色爱因斯坦凝聚(BEC)^[2-4]. 在实验里也可以利用 Feshbach 共振将散射长度调节为负值, 此时费米子原子间有相互吸引作用, 而双原子分子能量相对要高, 人们普遍预期在低温下费米子会配对从而整个系统会形成类似于 BCS 超导态的超流态. 目前在多个实验中都看到了超流态的种种迹象, 首先通过快速 Feshbach 共振的方法实验上已成功观测到了费米原子对的凝聚^[5,6], 此外通过系统呼吸模式频率的测量^[7]、集体激发谱的观测^[8]、对射频激发谱中配对能隙的观测等实验^[9], 以及最近在旋转的系统中观测到了涡旋点阵^[10], 以上实验都从不同方面提供了 Feshbach 共振附近费米气体中超流态存在的证据.

文献 [11] 提出在实验里可以通过观测相滑移(phase slip)现象来判断系统是否具有相位相干性.

如果系统有相位相干性, 那么可以通过用强度分布不均的激光照射来改变系统各处的相位, 实验上可以做到使系统两侧费米子对的相位差正好是 π . 由于超流态的序参量和费米子对具有相同的相位, 系统两侧费米子对的相位差导致在系统中心位置序参量的相位不连续, 从而使得在中心位置序参量的大小只能为零, 这就是相滑移现象. 相滑移现象是超流态所特有的, 在正常态由于没有相位的相干性, 激光照射不会产生任何结果. 在相似的玻色子 BEC 系统中, 相滑移现象已经被成功地观测到^[12,13], 如果在 Feshbach 共振附近的位置与时间有关, 则系统中将会出现新颖的孤立子运动^[14]. 在前面的工作中^[10], 通过利用 Ginzburg-Landau 理论和准一维近似, 分析了相滑移对系统性质的影响, 得到在中心位置费米子的密度分布会在相位不连续的方向上有一个极小值. 因此我们提出了在实验中可以通过观测费米子密度分布可以判断系统中是否发生了相滑移, 从而说明系统是否具有相位相干性以及系统是否处在超流态. 为了能够更好地与目前的实验相对比, 在前面理论的基础上^[11], 利用相关实验数据, 对整个三维系统的性质进行了准确的数值计算.

2. 基本公式

在超流态, 费米气体的自由能要比处在正常态

^{*} 国家自然科学基金(批准号 90303008)和教育部 211 工程项目资助的课题.

[†] 通讯联系人. E-mail: yinlan@pku.edu.cn

时低, 这个能量差别被定义为凝聚能. 总的自由能 L 就是凝聚能 L_C 与正常相的自由能 L_N 之和, 即 $L = L_C + L_N$. 根据 Ginzburg-Landau 理论, 在正常态与超流态的相变温度 T_C 附近, 凝聚能可以按照序参量 ϕ 展开, 有

$$L_C = \int d^3 r \left[-\frac{\hbar^2}{2m} \phi^*(\mathbf{r}) \nabla^2 \phi(\mathbf{r}) + \alpha |\phi(\mathbf{r})|^2 + \frac{\beta}{2} |\phi(\mathbf{r})|^4 \right], \quad (1)$$

其中 $\alpha = c_\alpha k_B (T - T_C)$, c_α 是一个无量纲的常数, m 是费米子原子质量, β 是与温度和粒子密度有关的参数. 虽然 Ginzburg-Landau 理论最早只用来描述 T_C 附近系统的性质, 但从有效场论模型和对称性破缺角度来分析该理论通常可适用于 T_C 以下更广的区域.

由于在 Feshbach 共振附近, 费米气体处于强相互作用区, 此系统的热力学性质是么正的^[15], 即这些物理量可以用费米子的密度分布函数 n 来表示. 方程 (1) 中的各项系数也可以用 n 来表示, $k_B T_C = c_T \hbar^2 n^{2/3} (2m)$, $\beta = c_\beta \hbar^2 (2mn^{1/3})$, 其中 c_β 和 c_T 是无量纲的常数. 正常态的自由能可以写作

$$L_N = \int d^3 r \left[\frac{\hbar^2}{2m} c_N n^{5/3}(\mathbf{r}) + V(\mathbf{r})n(\mathbf{r}) \right], \quad (2)$$

其中 c_N 也是无量纲的常数, 束缚势 $V(r)$ 在通常实验条件下是一个三维谐振子势.

原则上这些无量纲的常数 c_α , c_β , c_T 以及 c_N 可以由实验确定, 但是目前只有 c_N 有较准确测量值 $c_N = 4.3$ ^[16,17]. 对实验的分析表明^[9], 转变温度很可能为 $k_B T_C \approx 0.25 E_F$, E_F 表示费米能量, 对应应有 $c_T \approx 2.4$. 在弱相互作用的情况下其余的两个常数有以下关系^[18], $c_\alpha = \frac{12\pi^2 k_B T_C m_*}{7\zeta(3) E_F m}$, $c_\beta = \frac{72\pi^4 k_B^2 T_C^2 m_*^2}{7\zeta(3) E_F k_F^3 m^2}$, 其中 m_* 是费米子元激发的有效质量. 在以前的工作中^[11] 我们只采用了 c_α 和 c_β 在弱相互作用下的值. 本文将 c_α 和 c_β 的表达式形式上推广到在强相互作用区域, 得到 $c_\alpha \approx 48.4 \frac{c_T}{c_N} = 1.96 c_T$, $c_\beta \approx 555 \frac{c_T}{c_N} = 6.98 c_T^2$, 在下面计算中将采用到这些关系式.

在么正区间, 总的自由能是费米子密度和序参量的泛函, 在费米子密度空间和超流序参量空间应取极小值, 由此可得到鞍点条件 $\delta L / \delta \phi^*(\mathbf{r}) = 0$ 和 $\delta L / \delta n(\mathbf{r}) = 0$, 即

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \phi(\mathbf{r}) + \alpha(\mathbf{r}) \phi(\mathbf{r})$$

$$+ \beta(\mathbf{r}) |\phi(\mathbf{r})|^2 \phi(\mathbf{r}) = 0, \quad (3)$$

$$\frac{5\hbar^2}{6m} c_N n^{2/3}(\mathbf{r}) + V(\mathbf{r}) - \mu - \frac{\hbar^2}{3m} c_T c_\alpha \frac{|\phi(\mathbf{r})|^2}{n^{1/3}(\mathbf{r})} - \frac{\hbar^2}{12m} c_\beta \frac{|\phi(\mathbf{r})|^4}{n^{4/3}(\mathbf{r})} = 0, \quad (4)$$

(3)(4) 两式是超流费米气体的序参量 $\phi(\mathbf{r})$ 和粒子数密度 $n(\mathbf{r})$ 满足的关系. 在前面的工作中^[10], 我们对 (3) 和 (4) 两式作了准一维近似, 但是这些近似只适用在系统中心附近并且在 T_C 附近. 在这里, 我们利用迭代法对这两个方程进行了准确的数值计算.

3. 计算结果与讨论

利用 Chin 实验组的数据^[9] (粒子数 $N = 10^6$, 势阱频率 $\omega_\rho = 1.4 \times 10^4$ Hz, $\omega_z = 153$ Hz) 和相滑移时的边界条件, 对 (3)(4) 两式中的序参量和粒子数密度进行了迭代计算, 得到了粒子数密度的分布图 (图 1) 和序参量的变化图 (图 2). 由于 Chin 实验组的势阱参数是径向和轴向两个方向的, 所以我们将三维系统化成二维, 在径向 ρ 和轴向 z 两个方向逐点进行迭代. 取 $T_F = 3.4 \mu\text{K}$, $T_C = 0.25 T_F$, 磁场 $B = 837 \times 10^{-4}$ T, 此时散射长度很大, 系统处于么正区. 粒子数密度的初始值为 Thomas-Fermi 近似的值, 序参量的初始值为 $\phi_0(\mathbf{r}) \tanh(\kappa z)$, 其中 $\phi_0(\mathbf{r}) = \sqrt{-\frac{\alpha(\mathbf{r})}{\beta(\mathbf{r})}}$, $\kappa = \sqrt{-m\alpha(0)}/\hbar$, 这样在轴向便反映了序参量中间为零, 两边相位差 π 的边界条件. 通过计算可得到在不同温度下费米子的密度分布.

从图 1 中可以看到, 相滑移时的密度分布在中心区域会出现一个下凹, 而且随着温度的降低下凹的越大. 在中心区域周围, 当温度降低时费米气体的密度会增大. 我们可以用简洁的物理图像来定性理解这个现象. 当相滑移发生时, 中心一点的序参量 $\phi(\mathbf{r})$ 是零, 从 (4) 式容易看出, 此时的粒子数密度的大小与化学势 μ 的大小是一致的. 随着温度的降低, 化学势 μ 也减小, 即中心一点的粒子密度变小. 而在中心区域周围, 随着温度的降低序参量 $\phi(\mathbf{r})$ 的模在增加, 在 (4) 式中序参量增加的贡献超过了化学势减小的影响, 因而粒子密度在增加. 综合起来看, 随着温度的降低, 中心区域下凹的深度是逐渐加深的.

图 2 是序参量沿纵轴的变化图. 很明显, 中心区

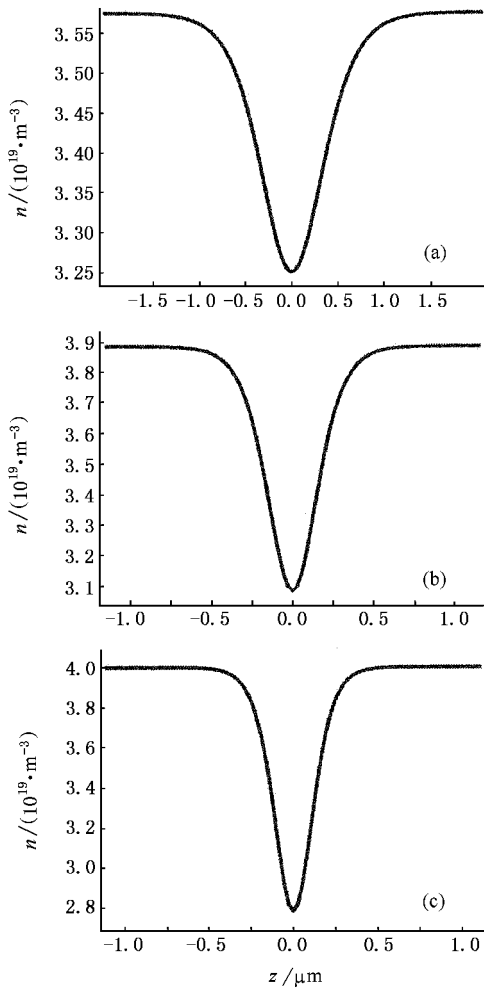


图 1 $\rho = 0$ 时不同温度下粒子数密度沿纵轴分布图 (a) $T = 0.9T_C$, $\mu = 0.86E_F$ (b) $T = 0.5T_C$, $\mu = 0.83E_F$ (c) $T = 0.1T_C$, $\mu = 0.775E_F$

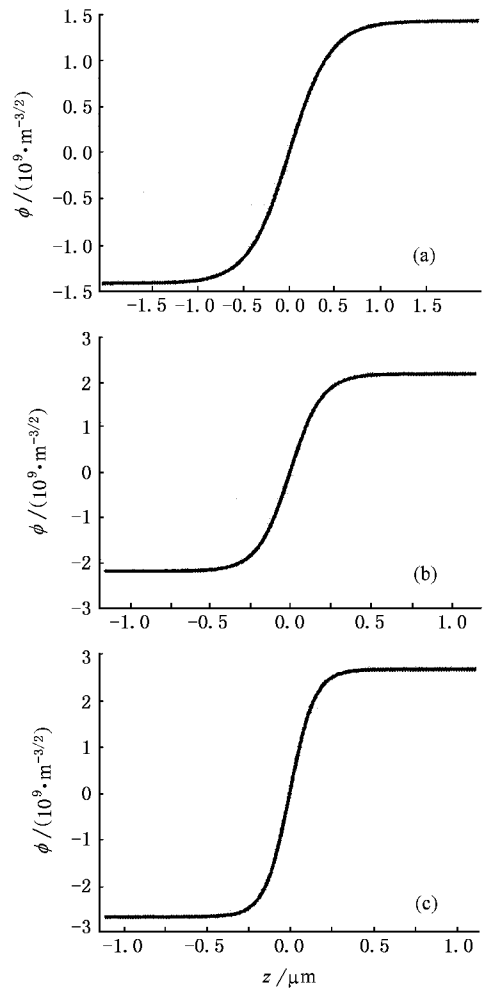


图 2 $\rho = 0$ 时不同温度下序参量沿纵轴变化图 (a) $T = 0.9T_C$, $\mu = 0.86E_F$ (b) $T = 0.5T_C$, $\mu = 0.83E_F$ (c) $T = 0.1T_C$, $\mu = 0.775E_F$

域序参量从负到正有一个过渡,这直接导致了图 1 中粒子数密度在中心区域的下凹.从图 2 中还可以看到,随着温度的降低,序参量的绝对值在增大,这表明了系统有序度的增加,即温度越低系统的超流性越强.

从图 1 中还可以看到,随着温度的降低,中间区域下凹的宽度在变窄.在前面的工作中我们得到宽度大小的倒数正比于 $\sqrt{(T_C - T)^{11}}$,当温度降低时, $\sqrt{(T_C - T)}$ 增大而宽度变窄,可见数值计算的结果与理论预期是一致的.

4. 结 论

从上面的计算结果中不难看出,相转移所引起的粒子数密度在中心区域的变化是相当明显的,当 $T = 0.9T_C$ 时,下凹深度已经有 9% 左右,随着温度的降低还会继续加深.实验上在 T_C 以下的大多数温度区间里,相转移现象应该可以通过测量粒子数密度的分布来观测到,因此它可以提供对超流态存在的直接证据.

- [1] Loftus T , Regal C A , Ticknor C *et al* 2002 *Phys. Rev. Lett.* **88** 173201
- [2] Jochim S , Bartenstein M , Altmeyer A *et al* 2003 *Science* **302** 2101
- [3] Greiner M , Regal C A , Jin D S *et al* 2003 *Nature* **426** 537
- [4] Zwierlein M W , Stan C A , Schunck C H *et al* 2003 *Phys. Rev. Lett.* **91** 250401
- [5] Regal C A , Greiner M , Jin D S 2004 *Phys. Rev. Lett.* **92** 040403
- [6] Zwierlein M W , Stan C A , Schunck C H *et al* 2004 *Phys. Rev. Lett.* **92** 120403
- [7] Kinast J , Hemmer S L , Gehm M E *et al* 2004 *Phys. Rev. Lett.* **92** 150402
- [8] Bartenstein M , Altmeyer A , Riedl S *et al* 2004 *Phys. Rev. Lett.* **92** 203201
- [9] Chin C , Bartenstein M , Altmeyer A *et al* 2004 *Science* **305** 1128
- [10] Zwierlein M W , Abo-Shaeer J R , Schirotzek A *et al* 2005 *Nature* **435** 1047
- [11] Yin L , Ao P 2005 *Phys. Rev. A* **71** 041603 (R)
- [12] Burger S , Bongs K , Dettmer S *et al* 1999 *Phys. Rev. Lett.* **83** 5198
- [13] Denschlag J , Simsarian J E , Feder D L *et al* 2000 *Science* **287** 97
- [14] Liang Z X , Zhang Z D , Liu W M *et al* 2005 *Phys. Rev. Lett.* **94** 050402
- [15] Ho T-L 2004 *Phys. Rev. Lett.* **92** 090402
- [16] O'Hara K M , Hemmer S L , Gehm M E *et al* 2002 *Science* **298** 2179
- [17] Gehm M E , Hemmer S L , Granade S R *et al* 2003 *Phys. Rev. A* **68** 011401
- [18] Schrieffer J R 1964 *Theory of Superconductivity* (Reading : Benjamin) chapter 8
- Popov V N 1987 *Functional Integrals and Collective Excitations* (Cambridge : Cambridge University) chapter 13

Density profile of a superfluid Fermi gas with a phase slip^{*}

Wu Hong-Yu Yin Lan[†]

(School of Physics , Peking University , Beijing 100871 , China)

(Received 28 June 2005 ; revised manuscript received 6 July 2005)

Abstract

BEC (Bose Einstein Condensation)-BCS (Bardeen Schrieffer Cooper) crossover is currently one of the main research focuses in the area of cold atoms and BEC. In this paper , we study in detail the phenomenon of a phase slip in a superfluid Fermi gas near a Feshbach resonance , based on our previous work. The density profiles of a superfluid Fermi gas with a phase slip at various temperatures are computed by numerical method. Our results show that the phase-slip phenomenon can provide a direct experimental evidence of the superfluid phase.

Keywords : superfluid Fermi gas , phase slip , Feshbach resonance

PACC : 0260 , 0530F , 6750F

^{*} Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 90303008) and Key Project of Ministry of Education , China.

[†] Corresponding author. Email : yinlan@pku.edu.cn