

# 不确定 Chen 系统的参数辨识与自适应同步\*

王兴元<sup>†</sup> 武相军

(大连理工大学电子与信息工程学院, 大连 116024)

(2005 年 5 月 11 日收到, 2005 年 6 月 10 日收到修改稿)

研究了不确定 Chen 系统的自适应同步和参数辨识, 设计了自适应控制器和参数更新规则, 理论证明了该控制器可使得两个 Chen 系统——驱动系统和未知参数的响应系统渐进地达到同步, 并且可以辨识出响应系统的未知参数. 数值模拟结果证明了该控制器的有效性.

关键词: 不确定 Chen 系统, 自适应同步, 参数辨识, 控制器

PACC: 0545, 0555

## 1. 引言

自 1963 年 Lorenz 在天气变化的研究中首先发现了混沌以来<sup>[1]</sup>, 人们对混沌理论已进行了深入的研究<sup>[2]</sup>. 近十几年来人们开始探索如何控制和利用混沌<sup>[3,4]</sup>. 1990 年, Ott, Grebogi 和 Yorke 通过参数微扰法(即 OGY 法)成功地控制了混沌<sup>[5]</sup>, Pecore 和 Carroll 又提出了混沌同步方案<sup>[6]</sup>. 由于混沌控制及同步在信息科学、医学、生物、工程等领域具有很大的应用潜力及发展前景, 引起了人们的广泛关注与兴趣. 科学工作者在理论和实验上都已做了大量的工作<sup>[7-12]</sup>. 迄今为止, 已经成型的混沌同步方法有: PC 法、反馈同步法、自适应同步法、观测器同步法、神经网络同步法、模糊同步法等. 然而对于参数未知的不确定混沌系统, 上述控制方法却不再有效<sup>[7,8]</sup>. 为此, 近年来国内外一些学者对此作了深入的研究, 如 Park 提出了不确定 Rössler 系统的自适应同步法<sup>[13]</sup>; 陈士华等基于参数辨识方法研究了超混沌 Rössler 系统的自适应同步<sup>[14]</sup>; 吕金虎等利用观测器完成了不确定 Lü 混沌系统的参数辨识和线性反馈控制<sup>[15]</sup>; 于永光等基于反步法研究了不确定混沌系统的自适应同步<sup>[16]</sup>; 王燕舞等完成了完全不确定 Chen 系统的自适应同步<sup>[17]</sup>; Elabbasy 等分析了不确

定 Lü 系统的自适应同步<sup>[18]</sup>. 在上述研究的基础上, 本文设计了自适应控制器, 研究了不确定 Chen 系统的参数辨识和同步, 数值仿真进一步证明了该方法的有效性.

## 2. 控制器的设计

1999 年, 陈关荣等发现了与 Lorenz 吸引子相似、但不拓扑等价的 Chen 吸引子, 并对 Chen 系统的动力学行为进行了详细研究<sup>[8]</sup>. Chen 系统可以用如下方程:

$$\begin{cases} \dot{x} = a(y - x), \\ \dot{y} = (c - a)x - xz + cy, \\ \dot{z} = xy - bz \end{cases} \quad (1)$$

来描述. (1) 式中  $a, b$  和  $c$  为控制参数; 当  $a + b > c$  时, 系统 (1) 是耗散的; 当  $a = 35, b = 3$  和  $c = 28$  时, 系统 (1) 进入混沌, 图 1 为对应的 Chen 吸引子.

设具有相同表示形式的两个 Chen 系统, 分别作为驱动系统

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = a(y_1 - x_1), \\ \dot{y}_1 = (c - a)x_1 + x_1 z_1 + cy_1, \\ \dot{z}_1 = x_1 y_1 - bz_1 \end{cases} \quad (2)$$

和响应系统

\* 国家自然科学基金(批准号 60573172)和辽宁省教育厅高等学校科学技术研究项目(批准号 20040081)资助的课题.

<sup>†</sup> 通讯联系人. E-mail: wangxy@dlut.edu.cn

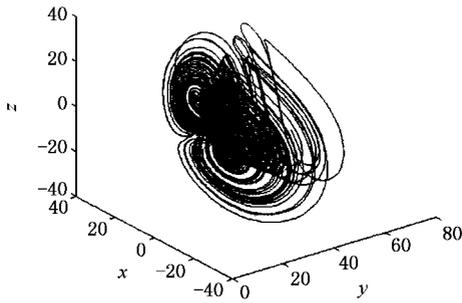


图 1 Chen 吸引子

$$\begin{cases} \dot{x}_2 = a_1(y_2 - x_2) - u_1, \\ \dot{y}_2 = (c_1 - a_1)x_2 - x_2 z_2 + c_1 y_2 - u_2, \\ \dot{z}_2 = x_2 y_2 - b_1 z_2 - u_3, \end{cases} \quad (3)$$

(3) 式中  $a_1, b_1$  和  $c_1$  是在驱动-响应系统同步过程中需要辨识的未知参数,  $u_1, u_2$  和  $u_3$  是非线性控制器, 它控制驱动系统(2)和响应系统(3)渐进地达到同步.

令驱动-响应系统之间的误差变量为  $e_1 = x_2 - x_1, e_2 = y_2 - y_1$  和  $e_3 = z_2 - z_1$ , 则有  $\dot{e}_1 = \dot{x}_2 - \dot{x}_1, \dot{e}_2 = \dot{y}_2 - \dot{y}_1$  和  $\dot{e}_3 = \dot{z}_2 - \dot{z}_1$ . 故由(2)式和(3)式, 可得误差系统如下:

$$\begin{cases} \dot{e}_1 = a_1(y_2 - x_2) - a(y_1 - x_1) - u_1, \\ \dot{e}_2 = (c_1 - a_1)x_2 - (c - a)x_1 - x_2 z_2 + x_1 z_1 + c_1 y_2 - c y_1 - u_2, \\ \dot{e}_3 = x_2 y_2 - x_1 y_1 - b_1 z_2 + b z_1 - u_3. \end{cases} \quad (4)$$

对于响应系统(3)的参数不确定性, 本文采用了自适应控制方法, 可使得驱动系统(2)和响应系统(3)达到同步, 即

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|e\| = 0,$$

这里  $e = [e_1 \ e_2 \ e_3]^T$ .

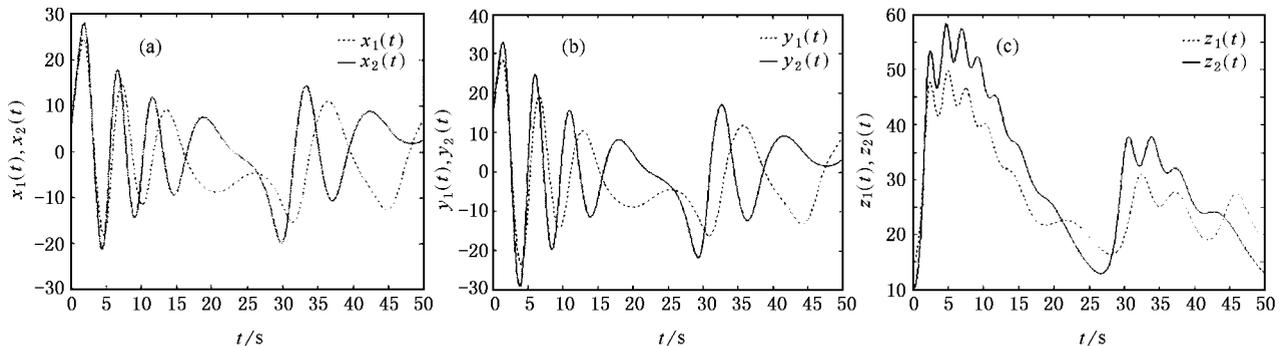


图 2 未加控制时系统(2)和(3)从不同的初始点出发的轨道随时间的变化

因为混沌系统对初值具有敏感的依赖性, 在未加控制的情况下, 即  $u_1 = 0, u_2 = 0$  和  $u_3 = 0$ , 对于两个完全相同的 Chen 系统(2)和(3), 若选取的初始值不同, 如  $x_1(0) = 5, y_1(0) = 15$  和  $z_1(0) = 15, x_2(0) = 5, y_2(0) = 15$  和  $z_2(0) = 10$ , 则这两个系统的轨道会迅速的分开而变得毫不相干(如图 2 所示).

如果设计适当的控制器, 就可以使系统(2)和(3)从任何不同的初始条件下出发都可以渐进地达到同步. 本文设计的控制器为

$$\begin{cases} \dot{u}_1 = (1 - a_1)e_1 + a_1 e_2, \\ \dot{u}_2 = (1 + c_1)e_2 - x_2 z_2 + x_1 z_1 + (c_1 - a_1)x_2 + (a_1 - c_1)x_1, \\ \dot{u}_3 = (1 - b_1)e_3 + x_2 y_2 - x_1 y_1, \end{cases} \quad (5)$$

未知参数  $a, b$  和  $c$  的更新规则为

$$\begin{cases} \dot{a}_1 = -(y_1 - x_1)e_1 + x_1 e_2, \\ \dot{b}_1 = z_1 e_3, \\ \dot{c}_1 = -(y_1 + x_1)e_2, \end{cases} \quad (6)$$

Barbalat 引理<sup>[19]</sup> 令  $f(t)$  是连续光滑的实函数, 对于范数  $L_2$  和  $L_\infty$ , 若  $f(t) \in L_2 \cap L_\infty$ , 并且  $f(t) \in L_\infty$ , 则有  $\lim_{t \rightarrow \infty} f(t) = 0$ .

定理 1 若选取控制器为(5)式, 并且更新规则为(6)式, 则驱动系统(2)与响应系统(3)从任意初始值出发轨道均可以达到同步.

证明 令 Lyapunov 函数

$$V(t) = \frac{1}{2}(e_1^2 + e_2^2 + e_3^2 + e_a^2 + e_b^2 + e_c^2), \quad (7)$$

参数误差

$$e_a = a_1 - a, e_b = b_1 - b, e_c = c_1 - c. \quad (8)$$

对(7)式求导, 并由(4)式和(7)式可得

$$\dot{V}(t) = e_1 \dot{e}_1 + e_2 \dot{e}_2 + e_3 \dot{e}_3 + e_a \dot{e}_a + e_b \dot{e}_b + e_c \dot{e}_c$$

$$\begin{aligned}
&= e_1[ a_1( y_2 - x_2 ) - a( y_1 - x_1 ) - u_1 ] \\
&+ e_2[ ( c_1 - a_1 )x_2 - ( c - a )x_1 - x_2 z_2 \\
&+ x_1 z_1 + c_1 y_2 - c y_1 - u_2 ] \\
&+ e_3( x_2 y_2 - x_1 y_1 - b_1 z_2 + b z_1 - u_3 ) \\
&+ \dot{e}_a( a_1 - a ) + \dot{e}_b( b_1 - b ) + \dot{e}_c( c_1 - c ).
\end{aligned}$$

将(5)式和(6)式代入上式,可得

$$\begin{aligned}
\dot{V}(t) &= e_1[ a_1( y_2 - x_2 ) - a( y_1 - x_1 ) - e_1 \\
&+ a_1 e_1 - a_1 e_2 ] + e_2[ ( c_1 - a_1 )x_2 \\
&- ( c - a )x_1 - x_2 z_2 + x_1 z_1 + c_1 y_2 - c y_1 \\
&- e_2 - c_1 e_2 + x_2 z_2 - x_1 z_1 - ( c_1 - a_1 )x_2 \\
&- ( a_1 - c_1 )x_1 ] + e_3( x_2 y_2 - x_1 y_1 - b_1 z_2 \\
&+ b z_1 - e_3 + b_1 e_3 - x_1 y_1 + x_2 y_2 ) \\
&- ( a_1 - a )x_1 y_1 + ( a_1 - a )x_1 e_2 \\
&+ ( b_1 - b )z_1 e_3 - ( c_1 - c )y_1 e_2 \\
&- ( c_1 - c )x_1 e_2 \\
&= -e_1^2 - e_2^2 - e_3^2 \\
&= -e^T e.
\end{aligned}$$

显然,由上式可知  $\dot{V}(t)$  是负的、且半正定的.当  $\dot{V}(t) \leq 0$  时,有  $e_1, e_2$  和  $e_3 \in L_\infty, \dot{e}_a, \dot{e}_b$  和  $\dot{e}_c \in L_\infty$ . 因此根据误差系统(4)可知,  $\dot{e}_1, \dot{e}_2$  和  $\dot{e}_3 \in L_\infty$ . 由  $\dot{V}(t) = -e^T e$ , 可得到

$$\begin{aligned}
\int_0^t \| e \|^2 dt &\leq \int_0^t e^T e dt \leq \int_0^t -\dot{V} dt \\
&= V(0) - V(t) \leq 0.
\end{aligned}$$

$V(0)$  是 Lyapunov 函数(7)式的初始值,而  $V(t)$  是有界的,故  $e_1, e_2$  和  $e_3 \in L_2$ . 根据 Barbalat 引理,可知:当  $t \rightarrow \infty$  时,  $e_1, e_2$  和  $e_3 \rightarrow 0$ , 即  $\lim_{t \rightarrow \infty} \| e(t) \| = 0$ . 可见误差系统(4)是渐进稳定的,即驱动系统(2)与

响应系统(3)可渐进地达到同步.证毕.

### 3. 数值仿真实验

选取时间步长为  $\tau = 0.001s$ ,采用四阶 Runge-Kutta 法<sup>[20]</sup>去求解方程(2)和(3),作者研究了驱动系统(2)与响应系统(3)的同步.其中,驱动系统(2)与响应系统(3)的初始点分别选取为:  $x_1(0) = 5, y_1(0) = 15$  和  $z_1(0) = 15, x_2(0) = 1, y_2(0) = 2$  和  $z_2(0) = 3$ . 因此误差系统(4)的初始值为  $e_1(0) = 4, e_2(0) = 13$  和  $e_3(0) = 12$ ;为使驱动系统(2)处于混沌状态,选取参数  $a = 35, b = 3$  和  $c = 28$ ,选取响应系统(3)的初始参数  $a_1 = 0.01, b_1 = 0.01$  和  $c_1 = 0.01$ . 利用控制器(5)和更新规则(6),作者得到驱动系统(2)和响应系统(3)的同步过程模拟结果如图3和4所示,响应系统(3)的参数  $a_1(t), b_1(t)$  和  $c_1(t)$  的辨识过程如图5所示.由图3(a)和3(b)可见:在响应系统(3)的参数未知的情况下,当  $t$  接近 48s 时,驱动系统(2)与响应系统(3)的  $x_1(t)$  和  $x_2(t), y_1(t)$  和  $y_2(t)$  分别达到了同步;由图3(c)可见:当  $t$  接近 41s 时,驱动系统(2)与响应系统(3)的  $z_1(t)$  和  $z_2(t)$  达到了同步.由误差效果图4(a)和4(b)可看到,当  $t$  接近 48s 时,误差  $e_1(t)$  和  $e_2(t)$  已基本稳定在零点附近;由图4(c)也可看出:当  $t$  接近 41s 时,误差  $e_3(t)$  已基本稳定在零点附近.由图5还可看到,当  $t$  接近 38s, 66s 和 90s 时,参数  $a_1(t), b_1(t)$  和  $c_1(t)$  的值分别稳定在 35, 3 和 28. 可见利用参数更新规则(6),可以辨识出响应系统的未知参数.

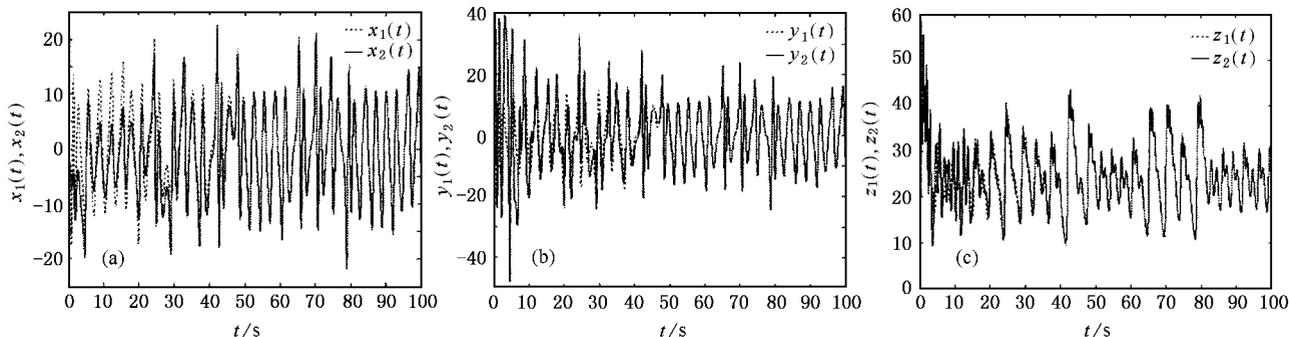


图3 控制器(5)的作用下系统(2)和(3)的同步过程模拟结果

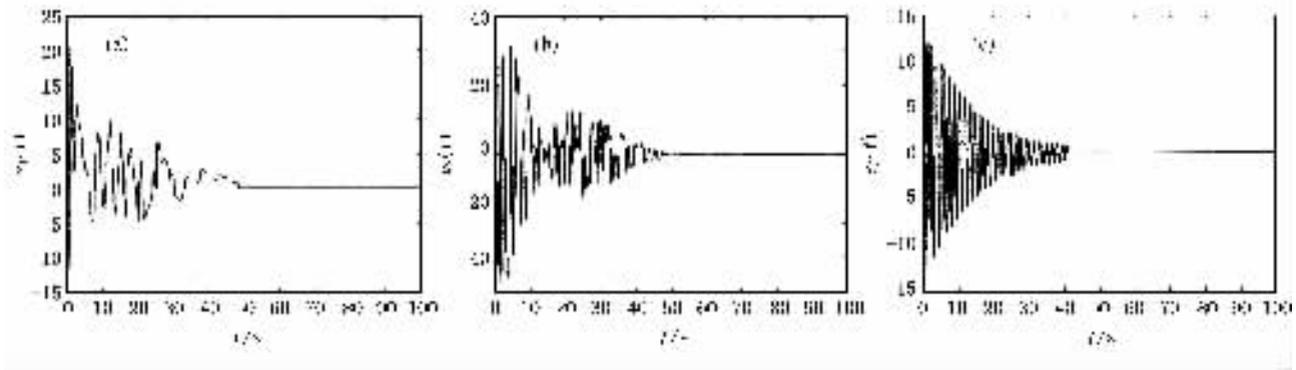
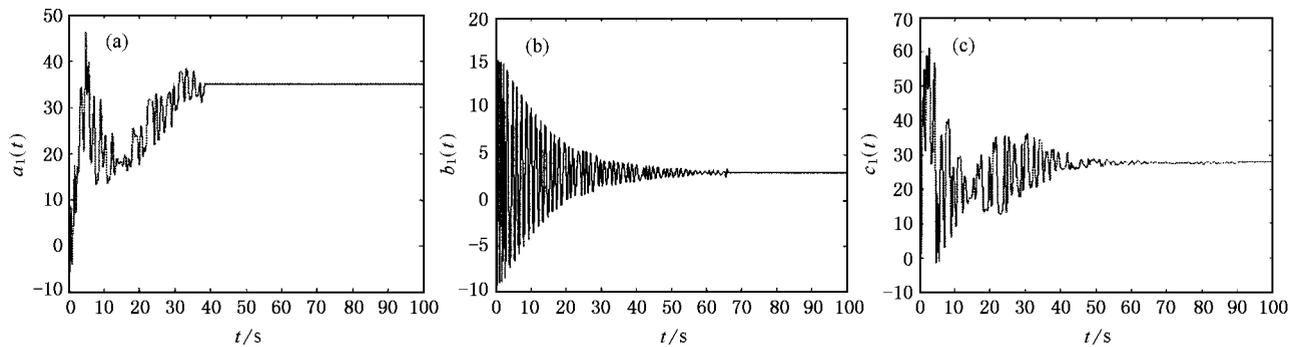


图 4 控制器式(5)的作用下系统(2)和(3)的同步误差曲线

图 5 系统(3)的参数  $a_1(t)$ ,  $b_1(t)$  和  $c_1(t)$  的辨识过程

## 4. 结 论

本文研究了不确定 Chen 系统的自适应同步和参数辨识, 基于 Lyapunov 稳定性理论设计了自适应

控制器和参数更新规则, 理论证明了该控制器可使得两个 Chen 系统——驱动系统和未知参数的响应系统渐进地达到同步, 并且可以辨识出响应系统的未知参数, 数值模拟结果进一步证明了该控制器的有效性.

- [1] Lorenz E N 1963 *J. Atmos. Sci.* **20** 130
- [2] Wang X Y 2003 *Chaos in the Complex Nonlinearity System* (Beijing: Electronics Industry Press) chapt. 2 (in Chinese) [王兴元 2003 复杂非线性系统中的混沌(北京:电子工业出版社)第二章]
- [3] Chen G, Dong X 1998 *From Chaos to Order: Methodologies, Perspectives and Applications* (Singapore: World Scientific) chapt. 1
- [4] Wang G R, Yu X L, Chen S G 2001 *Chaotic Control, Synchronization and Utilizing* (Beijing: National Defence Industry Press) chapt. 7 (in Chinese) [王光瑞、于熙岭、陈式刚 2001 混沌的控制、同步与利用(北京:国防工业出版社)第七章]
- [5] Ott E, Grebogi C, Yorke J A 1990 *Phys. Rev. Lett.* **64** 1196
- [6] Pecora L M, Carroll T L 1990 *Phys. Rev. Lett.* **64** 821
- [7] Guan X P, Fan Z P, Chen C L, Hua C C 2002 *Chaotic Control and its Application on Secure Communication* (Beijing: National Defence Industry Press) chapt. 9 (in Chinese) [关新平、范正平、陈彩莲、华长春 2002 混沌控制及其在保密通信中的应用(北京:国防工业出版社)第九章]
- [8] Chen G R, Lü J H 2003 *Dynamical Analyses, Control and Synchronization of the Lorenz system family* (Beijing: Science Press) chapt. 2 (in Chinese) [陈关荣、吕金虎 2003 Lorenz 系统族的动力学分析、控制与同步(北京:科学出版社)第二章]
- [9] Morgül Ö, Solak E 1996 *Physical Review E* **54** 4803
- [10] Wang X, Chen G, Yu X 2000 *Chaos* **10** 771
- [11] Liu F, Ren Y, Shan X M, Qiu Z L 2002 *Chaos, Solitons Fract.* **13** 723
- [12] Wang X Y, Liu M 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 118 (in Chinese) [王兴元、刘明 2005 物理学报 **54** 118]
- [13] Park J H 2005 *Chaos, Solitons Fract.* **25** 333
- [14] Chen S H, Hua J, Wang C P, Lü J H 2004 *Phys. Lett. A* **321** 50
- [15] Lü J H, Lu J A 2003 *Chaos, Solitons Fract.* **17** 127

- [ 16 ] Yu Y G , Zhang S C 2004 *Chaos , Solitons Fract.* **21** 643
- [ 17 ] Wang Y W , Guan Z H , Wen X J 2004 *Chaos Solitons Fract.* **19** 899
- [ 18 ] Elabbasy E M , Agiza H N , El-Dessoky M M 2004 *Chaos , Solitons Fract.* **21** 657
- [ 19 ] Gopalsamy K 1992 *Stability and Oscillations in Delay Differential Equations of Population Dynamics* ( Dordrecht : Kluwer Academic Publishers ) chapt. 3
- [ 20 ] Wang X Y 2003 *Comput. Phys.* **20** 458 ( in Chinese ) [ 王兴元 2003 计算物理 **20** 458 ]

## Parameter identification and adaptive synchronization of uncertain Chen system

Wang Xing-Yuan<sup>†</sup> Wu Xiang-Jun

( School of Electronic & Information Engineering , Dalian University of Technology , Dalian 116024 , China )

( Received 11 May 2005 ; revised manuscript received 10 June 2005 )

### Abstract

This paper addresses the adaptive synchronization and parameter identification problem of two Chen systems with unknown system parameters. Based on the Lyapunov stability theory , an adaptive controller and the parameter update rule are designed. It is proved that the controller and update rule can make the states of the drive system and the response system with unknown parameters asymptotically synchronized , and identify the system parameters. Numerical simulations show the effectiveness of the adaptive controller.

**Keywords** : uncertain Chen system , adaptive synchronization , parameter identification , controller

**PACC** : 0545 , 0555

---

\* Project supported by the National Natural Science Foundation of China ( Grant No. 60573172 ) and the Superior University Science Technology Research Project of Liaoning Province ( Grant No. 20040081 ).

<sup>†</sup> Corresponding author. E-mail : wangxy@dlut.edu.cn